المساعد العربي في بجروت

الرياضيات

www.xmath.online

نموذج 35804

تأليف : هلال الهندي

إصدار مجموعة

X-Math

جميع حقوق الطبع محفوظة للمؤلف

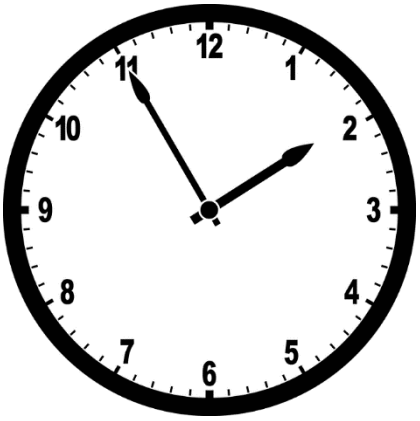
يمنع منعا باتا نسخ أو استنساخ أو طبع أو تصوير المواد الواردة في الكتاب أو جزء منها دون إذن واضح وصريح من المؤلف

الطبعة الأولى 2018

www.xmath.online

الجزء الأول

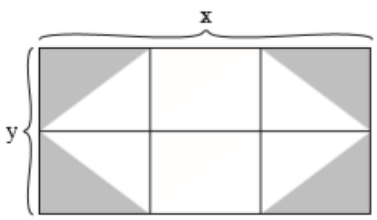
www.xmath.online



المسائل الكلامية

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب



قرّرت عائلة درويش تبليط حديقتها، التي شكلها مستطيل. طولا ضلعّي الحديقة هما x وّ y أمتار. قسّموا الحديقة إلى 6 مستطيلات متطابقة. داخل كلّ واحد من المستطيلات التي في زوايا الحديقة حصروا مثّلثًا قائم الزاوية، ضلعاه القائمان هما ضلعا المستطيل.

تمّ تبليط مساحة كل مثلّث بحجر رماديّ، كما هو موصوف في الرسم.
تمّ تبليط مساحة الحديقة المتبقّية بحجر أبيض.

أ. (1) عبّر بدلالة x وّ y عن مساحة الحديقة التي تمّ تبليطها بحجر رماديّ.
(2) عبّر بدلالة x وّ y عن مساحة الحديقة التي تمّ تبليطها بحجر أبيض.

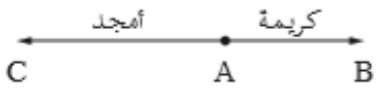
www.xmath.online

سعر تبليط متر مربّع بالحجر الرماديّ هو 75 شيكلا. سعر تبليط متر مربّع بالحجر الأبيض هو 60 شيكلا. معطى أنّ أحد ضلعّي الحديقة أطول بـ 3 أمتار من ضلعها الآخر، تكلفة تبليط كلّ الحديقة هو1170 شيكلا.

ب. جد طولّي ضلعّي الحديقة.

صيف 2017 موعد أ

خرجت كريمة وأمجد، كلّ واحد منهما في سيّارته، من المدينة A في نفس الساعة. سافرت كريمة من المدينة A الى المدينة B، بينما سافر أمجد من المدينة A الى المدينة B. المسافة بين المدينة A والمدينة B هي 60 كم. كانت سرعة سفر كريمة 1.5 ضعف سرعة سفر أمجد. كلاهما سافرا كلّ المسافة بسرعة ثابتة. عندما وصلت كريمة الى المدينة B، قطع أمجد 40% من المسافة التي بين المدينة A والمدينة B.



أ. ما هي المسافة بين المدينة A والمدينة B؟

ب. وصل أمجد الى المدينة C بعد ساعة من وصول كريمة الى المدينة B ماذا كانت سرعة سفر أمجد؟

شتاء 2017

المسافة بين تل أبيب وأشكلون هي 70 كم. خرج سامي من تل أبيب باتّجاه أشكلون في الساعة 7:00. سار سامي ساعتين بسرعة ثابتة، وتوقّف للاستراحة نصف ساعة، واستمرّ بعد ذلك بسرعة ثابتة أكبر بـ 20% من سرعته السابقة. خرجت أميرة من أشكلون باتّجاه تل أبيب في الساعة 9:30. سارت أميرة بسرعة ثابتة أكبر بـ 3 كم/ الساعة من السرعة التي سار بها سامي قبل الاستراحة.

التقى سامي وأميرة في نقطة تبعد 30 كم عن تل أبيب.

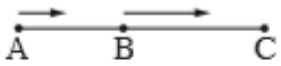
أ. كم كانت سرعة سامي عندما خرج من تل أبيب (قبل الاستراحة)؟

ب. في أيّة ساعة التقى سامي وأميرة؟

www.xmath.online

صيف 2016 موعد ب

سافر أكرم على درّاجة هوائيّة. خرج أكرم من المدينة A، ومرّ عن طريق المدينة B، ووصل إلى المدينة C.



المسافة من B إلى C أكبر بِـ 40 كم من المسافة من A إلى B.

سافر أكرم من B إلى C بسرعة ثابتة أكبر بِـ 20% من السرعة الثابتة التي سافر بها من A إلى B.

زمن سفر أكرم من B إلى C هو 1.25 ضعف زمن سفره من A إلى B.

لو سافر أكرم من B إلى C بالسرعة التي سافر بها من A إلى B، لكان قد قطع المسافة من B إلى C في 6 ساعات.

أ. جد سرعة سفر أكرم في الطريق من A إلى B.

ب. جد المسافة AB.

صيف 2016 موعد أ

اشترى أحد المستورِدين حواسيب متشابهة، بسعر1200 شيكل للحاسوب.
باع المستورِد الحواسيب لمحلّ تجاريّ بسعر متساوٍ لكلّ حاسوب، وربح نسبة مئويّة معيّنة مقابل كلِّ حاسوب. في المحلّ التجاريّ باعوا كلّ حاسوب بسعر1728 شيكلاً، وربحوا نفس النسبة المئويّة التي ربحها المستورِد مقابل كلّ حاسوب.

أ. جد النسبة المئويّة لربح المستورِد.
ب. اشترى يوسف حاسوبًا مباشرةً من المستورِد، بسعر أعلى بِ 42%من سعر شراء المستورِد. هل دفع يوسف مقابل الحاسوب أقلّ ممّن اشترى حاسوبًا مشابهًا في المحل التجاري؟ علّل.

www.xmath.online

شتاء 2016

قام يوسف بتخطيط رحلة لعدد معيّن من الأيّام كانت مصاريفها الكليّة 1400 شيكل. خطّط يوسف صرف نفس المبلغ الماليّ كل يوم. في 5 الأيّام الاولى كان المصروف لليوم كما خطّط، لكن بعد ذلك ازداد المصروف لليوم بـ 100 شيكل، وامتدّت الرحلة ليوم واحد آخر. في نهاية الأمر صرف يوسف مقابل الرحلة مبلغًا كليًا بلغ 1900 شيكل.

أ. جد عدد أيّام الرحلة التي تمّ التخطيط لها، وكم كان المصروف المخطَّط لليوم.
ب. ما هي النسبة المئويّة التي ازداد بها المصروف لليوم (بعد 5 الأيّام الأولى) بالمقارنة مع المصروف المخطّط لليوم؟

صيف 2015 موعد ب

اشترت دانا في نهاية الموسم ثلاث قِطَع ملابس: قميصًا وتنّورة وبنطلونًا. قبل نهاية الموسم كان سعر القميص x شواكل، وكان سعر التنّورة أعلى بِـ 40 شيكلًا من سعر القميص، وكان سعر البنطلون ضعف سعر القميص. معطى أنّ سعر البنطلون كان الأعلى من بين ثلاثة الأسعار.

في نهاية الموسم حصلت دانا على تخفيض بنسبة 30% مقابل أرخص قطعة ملابس، وعلى تخفيض بنسبة 20% مقابل أغلى قطعة ملابس، وعلى تخفيض بنسبة 25% مقابل قطعة الملابس الثالثة. دفعت دانا مقابل القِطَع الثلاث 274 شيكلًا.

أ. كم كان سعر البنطلون قبل نهاية الموسم؟

www.xmath.online

ب. ما هي النسبة المئويّة التي كان بها السعر الكلّيّ للقطع الثلاث في نهاية الموسم أقلّ من سعرها الكلّيّ قبل نهاية الموسم؟

صيف 2015 موعد أ

معطى مستطيل عرضه x سم، وطوله 1.2 ضعف عرضه.

كَبَّروا طول المستطيل بِـ 10%، وصَغَّروا عرض المستطيل بِـ 10%. تَكَوَّنَ مستطيل جديد.

أ. (1) عبَّر بدلالة x عن مساحة المستطيل الجديد.

(2) ما هي النسبة المئويّة التي تغيّرت بها مساحة المستطيل المعطى؟

ب. R هو نصف قطر الدائرة التي تحصر المستطيل المعطى.

معطى أنّ $R=\sqrt{61}$ سم.

جد مساحة المستطيل الجديد.

شتاء 2015

كان سعر الكنبة في بداية السنة أكبر بِـ 1500 شيكل من سعر الكرسيّ.

في نهاية السنة ارتفع سعر الكنبة بِـ 8%، وانخفض سعر الكرسيّ بـ 10%. ارتفع سعر الكنبة بنفس المبلغ الذي انخفض به سعر كرسيَّيْن.

أ. جد سعر الكنبة وسعر الكرسيّ قبل تغيُّر الأسعار.

ب. اشترى موسى في نهاية السنة 3 كراسٍ وكنبة واحدة.
ما هي النسبة المئويّة التي انخفض بها المبلغ الذي دفعه موسى مقابل مشترياته بالمقارنة مع المبلغ الذي كان سيدفعه قبل تغيُّر الأسعار؟

www.xmath.online

صيف 2014 موعد ب

خرج راكب درّاجة هوائيّة من البلدة A وسافر بسرعة ثابتة إلى البلدة B. وصل الراكب إلى الراكب إلى البلدة B وعدا فورًا إلى البلدة A. البُعد بين البلدة A والبلدة B هو 30 كم. سرعة الراكب في طريقه عائدًا إلى البلدة A كانت أصغر بِـ 3 كم / الساعة من سرعته في طريقه إلى البلدة B. زمن سفره عائدًا إلى البلدة A كان أطول بِـ 50 دقيقة من زمن سفره إلى البلدة B.

أ. جد سرعة راكب الدرّاجة الهوائيّة في طريقه إلى البلدة B.

ب. جد في إيّ بُعد عن البلدة B كان الراكب بعد مرور $3\frac{1}{2}$ ساعات منذ لحظة خروجه من البلدة A.

صيف 2014 موعد أ

نشرت كلّ من شركتين سياحيّتين، الشركة "أ" والشركة " ب "، في الإنترنت عرضًا لرحلة إلى خارج البلاد. لكلّ عرض نفس السعر. سعر كلّ واحد من العرضَيْن يشمل سعر تذكرة الطيران وسعر الاستضافة في الفندق.

سعر تذكرة الطيران في الشركة "أ" أقلّ بِـ 10% من سعر تذكرة الطيران في الشركة " ب ".

سعر الاستضافة في الفندق في الشركة "أ" أعلى بِـ 20%من سعر الاستضافة في الفندق في الشركة " ب ".

ارمز بِـ x إلى سعر تذكرة الطيران في الشركة " ب "، وَبِـ y إلى سعر الاستضافة في الفندق في الشركة " ب ".

www.xmath.online

أ. بيّن أنّ $x = 2y$.

ب. اشترى يوسف تذكرة طيران من الشركة "أ" واستضافة في الفندق من الشركة " ب "، ودفع ما مجموعه 5040شيكل. جد سعر تذكرة الطيران في الشركة " ب "، وسعر الاستضافة في الفندق في الشركة " ب ".

شتاء 2014

معطاة الدائرة I التي نصف قطرها r, ومعطاة الدائرة II التي نصف قطرها R.
نصف القطر R أكبر من نصف القطر r بِـ 30%

أ. جد بالنسبة المئوية كم تزيد مساحة الدائرة II عن مساحة الدائرة I.

ب. معلوم أنّ مساحة الدائرة II أكبر بِـ 54.165 سم^2 من مساحة الدائرة I
احسب نصف القطر r

استعمل في حساباتك π=3.14.

صيف 2013 موعد ب

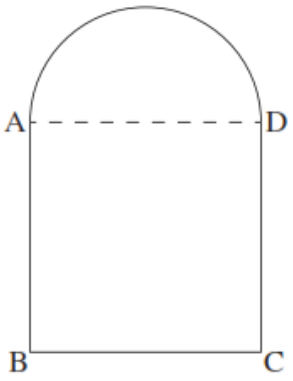
يرغب رائد في اقتناء اشتراك لمعهد لياقة بدنية. السعر الكامل للاشتراك هو 200 شيقل.
اذا احضر رائد صديقين لاقتناء اشتراك بسعر كامل فانه يحصل على تخفيض من الاشتراك الخاص به بنسبة $x\,\%$ عن الصديق الأول , و يحصل على تخفيض من الاشتراك الخاص به بنسبة $x\,\%$ من السعر بعد التخفيض الأول عن الصديق الثاني .
احضر رائد صديقين , و دفع مقابل الاشتراك الخاص به 144.5 شيقل فقط .

أ . جد النسبة المئوية للتخفيض الذي حصل عله رائد من الاشتراك الخاص به عن الصديق الأول.

ب . جد النسبة المئوية للتخفيض الكلي الذي حصل عليه رائد من الاشتراك الخاص به بعد ان أحضر الصديقين.

www.xmath.online

صيف 2013 موعد أ



شباك مكون من نصف دائرة و من المربع ABCD.

ضلع المربع AD هو قطر لنصف الدائرة , كما هو موصوف بالرسم.

مساحة المربع أكبر ب0.2187 $م^2$ من مساحة نصف الدائرة.

جد المحيط الإطار الخارجي للشباك.

استعمل في حساباتك $\pi = 3.14$.

شتاء 2013

خرج راكب دراجة هوائية من البلدة A الى البلدة B, وخرج في نفس الساعة بالضبط شخص سيرا على الأقدام من البلدة B الى البلدة A.

سار الشخص بسرعة ثابتة وأقل بـ10 كم/الساعة من سرعة راكب الدراجة الهوائية.

بعد مرور 24 دقيقة كان البعد بين راكب الدراجة الهوائية والشخص 12 كم.

بعد مرور 36 دقيقة أخرى التقى راكب الدراجة الهوائية والشخص.

أ. جد سرعة راكب الدراجة الهوائية.

ب. جد في أي بعد عن البلدة A التقى راكب الدراجة الهوائية والشخص.

www.xmath.online

صيف 2012 موعد ب

في شركة هواتف معينة، سعر دقيقة المكالمة في ساعات المساء أقل ب40% من سعر دقيقة المكالمة في النهار. لتشجيع اجراء مكالمات في ساعات المساء. قامت الشركة بتخفيض سعر دقيقة المكالمة في ساعات المساء ب18%.

(سعر دقيقة المكالمة في ساعات النهار لم يتغير).

بعد التخفيض. تكلم أمير 150 دقيقة في ساعات النهار و 300 دقيقة في ساعات المساء. ودفع 44.46 شيقل.

جد بالأغورات سعر دقيقة المكالمة في النهار. وسعر دقيقة المكالمة في المساء قبل التخفيض.

صيف 2012 موعد أ

كان ثمن الهاتف الخلوي في المحل " أ " 600 شيقل, ارتفع هذا الثمن بنسبه مئوية معينه .
كان ثمن نفس الهاتف الخلوي في المحل " ب " 900 شيقل. انخفض هذا الثمن بنفس النسبة المئوية التي ارتفع بها ثمن الهاتف الخلوي في المحل " أ ", وعندها أصبح ثمن الهاتف الخلوي في المحلين متساويا.

جد الثمن النهائي للهاتف الخلوي.

شتاء 2012

www.xmath.online

يخرج شخصان مشيا على الأقدام في الساعة 07:00 من النقطة A:

يسير أحدهما باتجاه الشمال والآخر باتجاه الشرق (أنظر الرسم).

في الساعة 09:00 وصل الشخص الذي سار باتجاه الشرق

الى النقطة B, ووصل الشخص الذي سار باتجاه الشمال

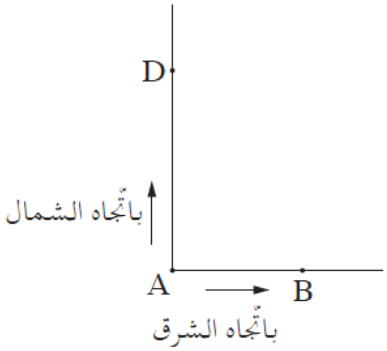
الى النقطة D بحيث كان البعد بينهما 10 كم.

الشخص الذي سار باتجاه الشمال سار فورا من النقطة D

الى النقطة B, بأقصر طريق ممكن. ووصل الى النقطة B

في الساعة 11:30. سرعتا الشخصين لا تتغيران.

جد سرعة كل واحد من الشخصين.



صيف 2011 موعد ب

اشترى أحد التجار فانيلات. كان سعر كل واحد من الفانيلات متساوياً. كانت هناك 5 فانيلات تالفة. باع التاجر هذه الفانيلات الخمس بمبلغ كلي مقداره 80 شيقل وبخسارة 20% (بالنسبة لسعر الشراء). باع التاجر بقية الفانيلات بربح نسبته 30%. كان الربح الكلي الذي جناه التاجر من بيع جميع الفانيلات (التالفة وغير التالفة) 190 شيقل.

أ. كم دفع التاجر مقابل الفانيلا الواحدة؟

ب. كم فانيلا اشترى التاجر؟

www.xmath.online

صيف 2011 موعد أ

خرجت السيارة "أ" من المكان A, وبعد مرور $\frac{1}{2}$ ساعة خرجت السيارة " ب " من نفس المكان وبنفس الاتجاه. سرعة السيارة " ب " أكبر ب 25% من سرعة السيارة "أ".

بعد مرور كم ساعة من لحظة خروج السيارة "أ" تلتقي السيارتان

شتاء 2011

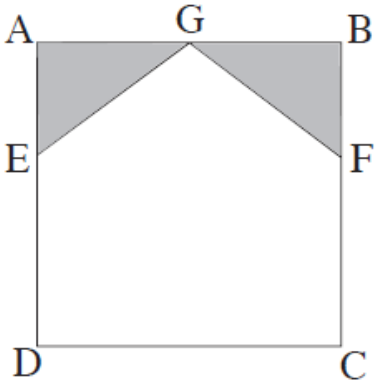
سافرت سيارة من المدينة A الى المدينة B على شارع رئيسي بسرعة ثابتة في طريق عودتها من المدينة B الى المدينة A سافرت السيارة في طريق ترابية أقصر ب 40% من الطريق في الشارع الرئيسي، واضطرت الى خفض سرعتها ب 10%.

طول الطريق من المدينة A الى المدينة B هو 240 كم. معطى أن السيارة قطعت في الشارع الرئيسي $\frac{2}{3}$ المسافة بينى A و B في ساعتين.

جد زمن سفر السيارة في طريق عودتها من B الى A.

www.xmath.online

صيف 2010 موعد ب



بنوا نافذة زجاجية شكلها مربع ABCD طول ضلعه 2 متر. صممت اثنتان من زوايا المربع على شكل مثلثين متطابقين AGE و BGF بحيث AE = BF = x (أنظر الرسم).

المثلثان مصنوعان من زجاج ملون، وبقية النافذة مصنوعة من زجاج عادي. ثمن المتر المربع من الزجاج الملون هو 20 شاقل، وثمن المتر المربع من الزجاج العادي هو 10 شاقل. أعطى البائع تخفيضا نسبته 22% على الزجاج الملون و 10% على الزجاج العادي.

مجموع التخفيض على نوعي الزجاج اللازمين لبناء النافذة كان 14%.

جد طول AE.

صيف 2010 موعد أ

يوجد في دكان نوعان من القماش: قماش من النوع " أ " وقماش من النوع " ب ".

ثمن 4 أمتار من القماش من النوع "أ" أكبر ب135 شاقل من ثمن 3 أمتار من النوع " ب ".

اشترى أحد الزبائن 3 أمتار قماش من النوع "أ" و4 أمتار قماش من النوع " ب ",

ودفع 382.5 شاقل.

قبل الشراء كان عدد أمتار القماش من النوع "أ" الموجودة في الدكان مساويا لعدد أمتار القماش من النوع " ب ".

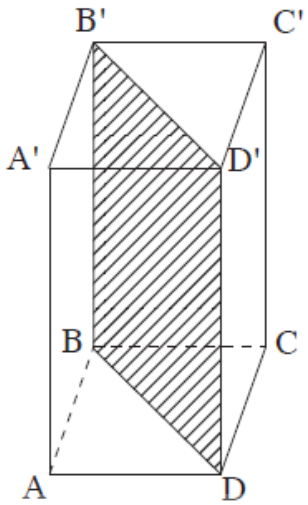
www.xmath.online

ثمن كل القماش من النوع "أ" الموجود في الدكان، أكبر ب 396 شاقل من ثمن كل القماش من النوع " ب ".

أ. جد سعر المتر الواحد من القماش من النوع " أ ", وسعر المتر الواحد من القماش من النوع " ب ".

ب. جد عدد أمتار القماش من كل نوع الموجودة في كل الدكان (قبل الشراء).

شتاء 2010



يبنون وعاء مفتوحا من الأعلى. الوعاء هو بشكل صندوق وقاعدته ABCD هي مربع. بنوا داخل الصندوق حاجزا دقيقا جدا 'BDD'B مخططا في الرسم. طول ضلع القاعدة ABCD هو a. ارتفاع الصندوق هو ضعف طول قطر القاعدة.

أ. عبر بدلالة a عن ارتفاع الصندوق.

ب. سعر المادة التي صنعت منها قاعدة الصندوق والحاجز هو 15 شاقل للمتر المربع. سعر المادة التي صنعت منها أوجه الصندوق هو $8\sqrt{2}$ شاقل للمتر المربع . تكلفة المواد التي لزمت لبناء الصندوق (بما في لك الحاجز) كان مجموعها 812 شاقل.

جد قيمة a.

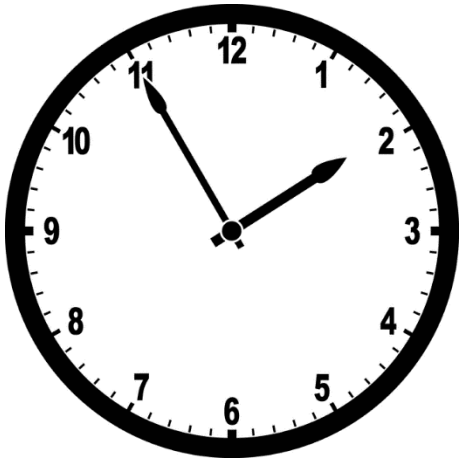
www.xmath.online

www.xmath.online

إجابات تمارين

www.xmath.online

المسائل الكلامية



www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

أ. (1) مساحة المثلث الرمادي $= \frac{\frac{x}{3}\cdot\frac{y}{2}}{2} = \frac{xy}{12}$

مساحة 4 مثلثات $= \frac{4\cdot xy}{12} = \frac{1}{3}xy$

(2) المساحة الرمادية – المساحة الكلية = المساحة البيضاء

المساحة البيضاء $= x\cdot y - \frac{1}{3}xy = \frac{2}{3}xy$

www.xmath.online

ب. ثمن تبليط المساحة الرمادية: $75\cdot\frac{xy}{2}$

ثمن تبليط المساحة البيضاء: $60\cdot\frac{2}{3}xy$

$\Downarrow$

$$75\cdot\frac{xy}{2} + 60\cdot\frac{2}{3}xy = 1170$$
$$25xy + 40xy = 1170$$
$$65xy = 1170$$
$$xy = 18$$

نعوض $x = y+3$ (معطى)

$$(y+3)\cdot y = 18$$
$$y^2 + 3y - 18 = 0$$

ملغى $y_1 = -6$

$$y_{1,2} = \frac{-3\pm 9}{2}$$

$$\boxed{y_2 = 3}$$

$\Downarrow$

$$\boxed{x = y+3 = 3+3 = 6}$$

صيف 2017 موعد أ

أ. نرمز بـ x لسرعة أمجد من A إلى C.

إذا سرعة كريمة من A إلى B يكون $1.5x$.

القانون $s = v \cdot t$

		t الزمن	v السرعة	s المساحة
كريمة	من A إلى B	$\frac{60}{1.5x} = \frac{40}{x}$	$1.5x$	60
أمجد	40% من A إلى C	$\frac{40}{x}$	x	40

www.xmath.online

حسب الجدول المسافة التي قطعها أمجد هي 40 كم وهي 40% من المسافة بين A و C.

$0.4s = 40$.

$s = 100$ المسافة بين A و C.

ب. استغرقت كريمة $\frac{40}{x}$ لتصل من A إلى C.

بعد ساعة من ذلك $\left(\frac{40}{x}+1\right)$ وهو الزمن الذي استغرقه أمجد ليصل من A إلى C .

في المقطع $A \to C$: $s = v \cdot t$ $\quad 100 = x \cdot t$

$\boxed{\frac{100}{x} = t}$

$\frac{100}{x} = \frac{40}{x} + 1$

$\Leftarrow$

$\frac{60}{x} = 1$

$x = 60$ كم / ساعة (سرعة أمجد)

شتاء 2017

أ. نرمز بـ x لسرعة سامي أول ساعتين.

لذلك تكون سرعته بعد الاستراحة $\frac{100+20}{100}\cdot x=1.2x$ وتكون سرعة أميرة $x+3$.

وبما أن المسافة بين تل أبيب وأشكلون 70 كم وبما أن أميرة وسامي التقوا على بعد 30 كم من تل أبيب تكون المسافة التي قطعتها أميرة كم $70-30=40$.

		t الزمن	v السرعة	s المسافة
	قبل الاستراحة	2	x	$2x$
	الاستراحة	0.5	0	0
	بعد الاستراحة	$\frac{30-2x}{1.2x}$	$1.2x$	$30-2x$
أميرة	حتى اللقاء	$\frac{40}{x}$	x	40

www.xmath.online

(زمن سير سامي حتى اللقاء) = (زمن سير أمير حتى اللقاء) : $\frac{40}{x+3}+2.5=2+0.5+\frac{30-2x}{1.2x}$

$$\frac{40}{x+3}+2.5=2+0.5+\frac{30-2x}{1.2x}$$
$$\frac{40}{x+3}=\frac{30-2x}{1.2x}$$
$$48x=(x+3)(30-2x)$$
$$2x^2+24x-90=0$$
$$\cancel{x=-30} \quad x>0$$
$$\boxed{x=3}\ o.k.$$

3=سرعة سامي.

ب. بما أن أميرة خرجت الساعة 9:30 وسارت لمدة $\frac{40}{6}=6\frac{2}{3}$ أي 6 ساعات و 40 دقيقة لذلك التقيا الساعة 16:10

صيف 2016 موعد ب

أ. نرمز بـ x لسرعة أكرم من A الى B.

لذلك تكون سرعته من B الى C هي $1.2x$.

نرمز بـ t لزمن أكرم من A الى B

لذلك يكون الزمن من B الى C هو $1.25t$

		t الزمن	v السرعة	s المسافة
	$B \leftarrow A$	t	x	xt
	$C \leftarrow B$	$1.25t$	$1.2x$	$1.5xt$
لو سافر أكرم (...)	$C \leftarrow B$	6	x	$6x$

www.xmath.online

المسافة من $C \leftarrow B$ الى أكبر بـ 40 كم من المسافة بين $B \leftarrow A$.

$$1.5xt = xt + 40 \quad \rightarrow 0.5xt = 40 \rightarrow xt = 80$$

المسافة من $C \leftarrow B$ في المقطعين

$$6x = 1.5xt \quad \rightarrow 6x = 1.5 \cdot 80 \rightarrow x = 20$$

ب. المسافة من $B \leftarrow A$ هي : xt

$$xt = 80$$

كم $AB = 80$

صيف 2016 موعد أ

أ. نرمز بـ P للنسبة المئوية لربح المستورد.

يكون السعر الذي باع به المستورد مع الربح $1.200\cdot\frac{100+P}{100}$.

سعر البيع في المحلات بعد الربح بنفس النسبة $(1,200\cdot\frac{100+P}{100})\cdot\frac{100+P}{100}$

وهو يساوي 1728.

نفرض $\frac{100+p}{100}=q$

$$(1,200\cdot q)\cdot q=1728$$
$$1200\cdot q^2=1728/:1200$$
$$q^2=1.44$$
$$q=1.2\leftarrow q>0$$
$$\frac{100+P}{100}=1.2$$
$$100+P=120$$
$$\boxed{P=20}$$

النسبة 20%

www.xmath.online

ب. نحسب السعر الذي دفعه يوسف لمستورد.

$$1,200\cdot\frac{100+42}{100}=1,200\cdot1.42=1704$$

وهو أقل من 1728 إذا دفع أقل مما يدفعه في المحل التجاري .

شتاء 2016

أ. نفرض x عدد أيام الرحلة و y هو المبلغ الذي يتم صرفه كل يوم $x \cdot y = 1400$

- في أول خمس أيام كان المصروف $5y$
- عدد الأيام التي تبقت $x-5$ ومع اليوم الذي تم زيادته $x-4$
- الصرف بعد زيادة المصروف لليوم الواحد $y+100$
- الصرف في آخر $(x-4)$ أيام $(x-4)(y+100)$

إذا $5y+(x-4)(y+100)=1900$

$$\begin{cases} xy = 1400 \\ 5y+(x-4)(y+100)=1900 \end{cases}$$

$$5y+xy+100x=2300 \leftarrow xy=1400$$

$$\boxed{y=-100+900}$$

$$x(-100x+900)=1400$$

$$-100x^2+900x-1400=0$$

$$\boxed{x=7} \qquad \cancel{x=2}$$

$$y=-100\cdot 7+900$$

$$\boxed{y=200}$$

ب.بما أن المصروف قبل الزيادة كان $y=200$

وبعد الزيادة $y+100=300$

فتكون النسبة المئوية 50%

www.xmath.online

صيف 2015 موعد ب

أ. x : سعر التخفيض قبل نهاية الموسم.

$x+40$: سعر التنورة قبل نهاية الموسم، $2x$: سعر البنطلون قبل نهاية الموسم.

تخفيض 30% على القميص : $\frac{100-30}{100}\cdot x=0.7x$

تخفيض 20% على البنطلون: $\frac{100-20}{100}\cdot 2x=0.8\cdot 2=1.6x$

تخفيض 25% على التنورة : $\frac{100-25}{100}\cdot (x+40)=0.75(x+40)$

دفعت دانا مبلغ 274

$$0.7x+1.6x+0.75(x+40)=275$$

$$2.3x+0.75x+30=274$$

$$3.05x=244$$

$$\boxed{x=80}$$

www.xmath.online

ب. المبلغ الذي دفعته قبل نهاية الموسم : $80+120+160=360$

الفرق في المبلغ بعد التخفيض $360-274=86$ ، النسبة المئوية $\frac{86}{360}\cdot 100\%=23.89\%$

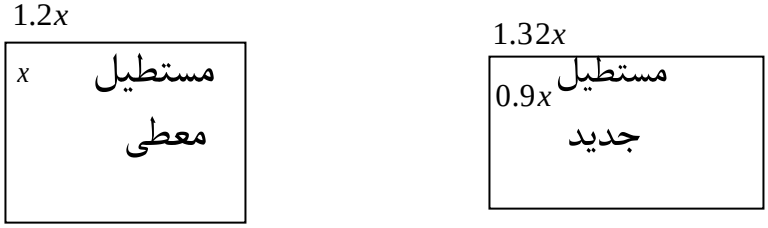
صيف 2015 موعد أ

أ. (1) عرض المستطيل x و طول المستطيل $1.2x$.

كبّروا الطول بـ $10\%: \frac{100+10}{100}\cdot 1.2x=1.1\cdot 1.2x=1.32x$

صغروا العرض بـ $10\%: \frac{100-10}{100}\cdot x=0.9x$

مساحة المستطيل الجديد : $0.9x\cdot 1.32x=1.188x^2$



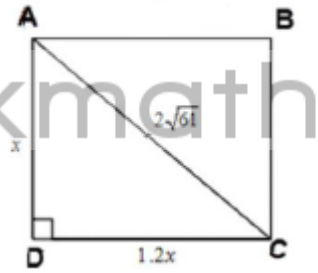
(2) مساحة المستطيل المعطى : $x \cdot 1.2x = 1.2x^2$

الفرق بين المساحتين : $1.2x^2 - 1.188x^2 = 0.012x^2$

النسبة : $\frac{0.012x^2}{1.2x^2} = 0.01$

ب. قطر المستطيل هو قطر الدائرة و ذلك لأن القطر في المستطيل يقابل الزاوية القائمة .

$2R = AC = 2\sqrt{61}$



حسب فيثاغورس في ΔACD

$x^2 + (1.2x)^2 = (2\sqrt{61})^2$

$x^2 + 1.44x^2 = 244$

$2.44x^2 = 244$

$x^2 = 100$

$\boxed{x = 10}$ $\leftarrow x > 0$

نعوض $x = 10$ لإيجاد مساحة المستطيل الجديد :

$1.188 \cdot 10^2 = 118.8$

www.xmath.online

شتاء 2015

أ. نرمز بـ x لسعر الكنبة و y لسعر الكرسي، اذا يكون حسب المعطى $x = y + 1500$.

بعد ارتفاع سعر الكنبة بـ 8% الارتفاع في السعر يكون : $\frac{8}{100} \cdot x = 0.08x$

بعد انخفاض سعر الكرسي بـ 10% الانخفاض في السعر يكون : $\frac{10}{100} \cdot y = 0.1y$

إذا بما ان الارتفاع يساوي الانخفاض $0.08x = 2 \cdot 0.1y$

$x = 2.5y$

$$\begin{cases} x = y + 1500 \\ x = 2.5y \end{cases}$$

$2.5y = y + 1500$

$1.5y = 1500 \quad / : 1.5$

$y = 1000 \rightarrow x = 2500$

www.xmath.online

ب. دفع ثمن الكراسي الثلاثة : $3 \cdot 90\% \cdot 1000 = 3 \cdot 0.9 \cdot 1000 = 2700$

دفع ثمن الكنبة : $108\% \cdot 2500 = 1.08 \cdot 2500 = 2700$

أي دفع كليا 5400

لو اشترى قبل نهاية السنة لكان دفع $3 \cdot 1000 + 2500 = 5500$

إذا وفر مبلغ 100 من 5500 $\Leftarrow$ النسبة : $\frac{100}{5500} = 0.01818 = 1.818\%$

صيف 2014 موعد ب

نرمز : v - سرعة الراكب في طريقه من A إلى B

	السرعة (كم / الساعة)	المسافة (كم)	الزمن (ساعات)
في الطريق من A إلى B	v	30	$\frac{30}{v}$
في الطريق من B إلى A	$v-3$	30	$\frac{30}{v}+\frac{50}{60}$

www.xmath.online

أ. المسافة من B إلى A تحقّق:

$$30=(v-3)\cdot(\frac{30}{v}+\frac{5}{6})$$

$$\Downarrow$$

$$v^2-3v-108=0$$

$$\Downarrow$$

$v>0$ ، لذلك $v=12$ كم/ الساعة

ب. زمن السفر من A إلى B هو: $\frac{30}{v}=\frac{30}{12}=$ 2.5 ساعة

$$\Downarrow$$

زمن السفر من B باتّجاه A : $3.5-2.5=$ 1 ساعة

لذلك المسافة التي قطعها الراكب

$$1\times(v-3)=1\times(12-3)=9$$

صيف 2014 موعد أ

أ. سعر تذكرة الطيران في الشركة "ب" هو: x

سعر تذكرة الطيران في الشركة "أ" هو: $0.9x$

سعر الاستضافة في الفندق في الشركة "ب" هو: y

سعر الاستضافة في الفندق في الشركة "أ" هو: $1.2y$

لكل عرض نفس السعر، لذلك يتحقق : $x+y=0.9x+1.2y$

$$\Downarrow$$

$$0.1x=0.2y$$

$$\Downarrow$$

$$x=2y$$

www.xmath.online

ب. دفع يوسف 5040 شيكل مقابل تذكرة الطيران في الشركة "أ" والاستضافة في الفندق في الشركة "ب"،

لذلك يتحقق: $\begin{cases}0.9x+y=5040\\x=2y\end{cases}$ حسب البند "أ"

$$\Downarrow$$

حل هيئة المعادلات هو : $x=3600\ ,\quad y=1800$

سعر تذكرة الطيران في الشركة "ب" هو: 3600 شيكل

سعر الاستضافة في الفندق في الشركة "ب" هو: 1800 شيكل

شتاء 2014

أ. حسب المعطى: $R=1.3r$

مساحة الدائرة I : $S_I=\pi r^2$

مساحة الدائرة II : $S_{II}=\pi R^2$

من هنا: $S_{II}=\pi(1.3r)^2=1.69\pi r^2$

$$S_{II}-S_I=0.69\cdot\pi r^2=0.69\cdot S_I$$

$$\frac{0.69SI}{SI}\cdot 100\%=69\%$$

$$\Downarrow$$

S_{II} أكبر بِ 69% من S_I

www.xmath.online

ب. حسب المعطى: $S_{II}-S_I=54.165$

وجدنا في البند "أ" أنّ: $S_{II}-S_I=0.69\pi r^2$

من هنا: $r>0\ ,\ 0.69\pi r^2=54.165$

$$\Downarrow$$

$r=5$سم

صيف 2013 موعد ب

أ . السعر بعد احضار صديق واحد يصبح $200\cdot(1-\frac{x}{100})$

السعر بعد احضار الصديق الثاني يصبح $200\cdot(1-\frac{x}{100})\cdot(1-\frac{x}{100})$

$$200\cdot(1-\frac{x}{100})\cdot(1-\frac{x}{100})=144.5$$

$$200\cdot\left((1-\frac{x}{100})\right)^2=144.5$$

$$200\cdot(1-2\cdot\frac{x}{100}\cdot1+\frac{x^2}{10000})=144.5$$

$$200-4x+\frac{x^2}{50}=144.5$$

www.xmath.online

$$\frac{x^2}{50}-4x+55.5=0$$

$$x^2-200x+2775=0$$

$$x_1=15$$

$$x_2=185$$

الجواب x=185 ملغي لأن التخفيض لا يمكن أن يكون أكبر من 100

الجواب x=15%

ب. السعر الأصلي هو 200 و هو يشكل 100%

السعر بعد التخفيض هو 144.5

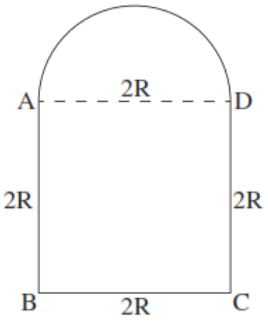
نفحص كم يشكل 144.5 من 200

$$\frac{144.5}{200}\cdot100\%=72.25\%$$

اذا نسبة التخفيض هي

100% - 72.25% = 27.75% أ – السعر بعد احضار صديق واحد يصبح $200\cdot(1-\frac{x}{100})$

صيف 2013 موعد أ



نرمز: AD=2R (أنظر الرسم).

مساحة نصف الدائرة التي نصف قطرها R: $\frac{1}{2}\pi R^2$

مساحة المربع ABCD: $4R^2$

لذلك حسب المعطى: $4R^2=\frac{1}{2}\pi R^2+0.2187$

www.xmath.online

$$4R^2=\frac{1}{2}\pi R^2+0.2187$$
$$\Downarrow$$
$$\left(4-\frac{1}{2}\cdot 3.14\right)R^2=0.2187$$
$$\Downarrow$$
$$R^2=0.09$$
$$\Downarrow$$
$$R=\pm 0.3\text{م}$$

لذلك : $R=0.3\text{م}$, R>0

محيط نصف الدائرة التي نصف قطرها R: 0.3π

محيط ثلاثة أضلاع المربع ABCD: $3\cdot 2\cdot 0.3$

محيط الاطار: $0.3\pi+3\cdot 2\cdot 0.3=2.742$

شتاء 2013

أ. نفرض سرعة راكب الدراجة الهوائية: x

إذا فسرعة الشخص $x-10$

بعد 24 دقيقة:

	السرعة	الزمن (بالساعات)	المسافة
الدراجة الهوائية	x	$\frac{24}{60}=0.4$	$0.4x$
الشخص	$x-10$	$\frac{24}{60}=0.4$	$0.4(x-10)$

www.xmath.online

ينتج أن:

المسافة الكلية من $A \leftarrow B = 0.4x+12+0.4(x-10)$

بعد (36+24=60) دقيقة أو ساعة كاملة:

	السرعة	الزمن (بالساعات)	المسافة
الدراجة الهوائية	x	1	x
الشخص	$x-10$	1	$x-10$

ينتج أن:

المسافة الكلية من $A \rightarrow B : 0.6x+0.6(x-10)$

إذا:

$$0.4x+12+0.4(x-10)=x+(x-10)$$
$$0.4x+0.4x+12-4=x+x-10$$
$$0.8x+8=2x-10$$
$$18=1.2x$$
$$x=15\frac{km}{hour}$$

ب.

$$X=V\cdot T$$
$$=15\cdot 1=15km$$

www.xmath.online

صيف 2012 موعد ب

نفرض سعر الدقيقة في النهار: x

إذا سعر الدقيقة في المساء: $(1-\frac{40}{100})x=0.6x$

سعر الدقيقة في المساء بعد التخفيض ب 18% هو:

$$(1-\frac{18}{100})\cdot 0.6x=0.82\cdot 0.6x=0.492x$$

لذلك:

$$150\cdot x+300\cdot(0.492x)=44.64$$
$$150x+147.6x=44.64$$
$$297.6x=44.64$$
$$x=0.15$$

$0.15\cdot 100=15$ سعر دقيقة النهار

$0.6\cdot 0.15=0.09$ سعر دقيقة المساء

صيف 2012 موعد أ

إذا سعر الهاتف في المحل أ بعد الارتفاع $(1+\frac{x}{100})\cdot 600$

وفي المحل ب بعد التخفيض $(1-\frac{x}{100})\cdot 900$

وبما ان الاسعار بعد التغيير متساوية:

$$(1+\frac{x}{100})\cdot 600=(1-\frac{x}{100})\cdot 900$$
$$600+6x=900-9x$$
$$15x=300$$
$$x=20$$

www.xmath.online

إذا السعر النهائي:

$$(1+\frac{20}{100})600=720$$

شتاء 2012

نفرض سرعة الأول $(\mathrm{A}\to\mathrm{B}):\mathrm{x}$

نفرض سرعة الثاني $(\mathrm{A}\to D):\mathrm{y}$

المسار	السرعة	الزمن	المسافة
$\mathrm{A}\to\mathrm{B}$	x	2	$2\mathrm{x}$
$\mathrm{A}\to D$	y	2	$2y$
$D\to\mathrm{B}$	y	2.5	$2.5\,\mathrm{y}$

المسافة من $D\to\mathrm{B}$ هي:

$$2.5\,\mathrm{y}=10\Rightarrow \mathrm{y}=4$$

باستخدام فيثاغورس:

$$(\mathrm{AB})^2+(AD)^2=10^2$$
$$(2\,\mathrm{x})^2+(2y)^2=10^2$$
$$4x^2+(2\cdot 4)^2=100$$
$$4x^2+64=100$$
$$4x^2=36$$
$$x^2=9$$
$$x=3$$
$$x=-3$$

الجواب $x=-3$ ملغي إذا: $x=3$, $y=4$

www.xmath.online

صيف 2011 موعد ب

أ. نفرض سعر الفانيلة الواحدة x وبما أنه خسر في سعر الفانيلة التالفة الواحدة 20% أي ان السعر الجديد للتالفة:

$$(1-\frac{20}{100})\cdot x=0.8x$$

سعر الفانيلات تالفة = 80.

عدد الفانيلات التالفة = 5

$$5\cdot(0.8x)=80$$
$$x=20$$

دفع التاجر مقابل الفانيلة الواحدة 20

ب. نفرض عدد الفانيلات الكلي n ، معطى أنه ربح في سعر الفانيلة الواحدة 30% أي أن السعر الجديد:

$$(1+\frac{30}{100})\cdot 20=1.3\cdot 20=26$$

$$190 = (26(n-5)+80)-(20n)$$
$$190 = 26n-130+80-20n$$
$$240 = 6n$$
$$40 = n$$

صيف 2011 موعد أ

نفرض سرعة السيارة أ x ، فتكون سرعة السيارة ب: $(1+\frac{25}{100})x = 1.25x$

نفرض الزمن الذي تستغرقه السيارة أ: t

فيكون الزمن الذي تستغرقه السيارة ب : $t-\frac{1}{2}$

www.xmath.online

إذا :

	سرعة	زمن	مسافة
أ	x	t	xt
ب	$1.25x$	$t-\frac{1}{2}$	$(1.25x)\cdot(t-\frac{1}{2})$

يلتقيان عندما:

$$xt = (1.25x)\cdot(t-\frac{1}{2})$$
$$xt = 1.25xt - 0.625x$$
$$0.625x = 0.25xt$$
$$\frac{0.625}{0.25} = t$$
$$2.5 = t$$ ساعة

شتاء 2011

نفرض السرعة: $x:(\mathrm{B}\leftarrow \mathrm{A})$

فتكون السرعة $(A\leftarrow B)$ بالطريقة الترابية: $(1-\frac{10}{100})\mathrm{x}=0.9x$

وبما أن طول الطريق في: $(B\leftarrow A)=240$

فإن طول الطريق من: $(A\leftarrow B)$: $(1-\frac{40}{100})\cdot 240=0.6\cdot 240=144$

(معطى أيضا أنه قطع $\frac{2}{3}$ الطريق من $(\mathrm{B}\leftarrow \mathrm{A})$ في ساعتين)

www.xmath.online

أي أن: $\frac{2}{3}\cdot 240=160$

$$x=\frac{160}{2}$$

وحسب قانون السرعة $x=80_{KM/H}$ المسافة 160 والزمن 2 ساعة

$$\Downarrow$$

$$0.9x=0.9\cdot 80=72_{KM/H}$$

زمن العودة $(B\rightarrow A)$ $(B\rightarrow A)$

$$T=\frac{S}{V}$$

$$T=\frac{144}{72}=2_{H}$$

صيف 2010 موعد ب

معطى $AE = BF = x$

وبما أن المثلثات متطابقة فإن $AG = BG = 1$

سعر الزجاج الملون بعد التخفيض $(1-\frac{22}{100})\cdot 20 = 0.78\cdot 20 = 15.6$

سعر الزجاج العادي بعد التخفيض $(1-\frac{10}{100})\cdot 10 = 0.9\cdot 10 = 9$

$$S_{\triangle AGE} = S_{\triangle BGF} = \frac{x\cdot 1}{2} = \frac{x}{2}$$

$$S_{EGFCD} = 2\cdot 2 - \frac{x}{2} = 4\cdot 2(\frac{x}{2}) = 4-x$$

www.xmath.online

معطى أن مجموع التخفيض على نوعي الزجاج 14%

$$15.6\cdot 2\cdot(\frac{x}{2}) + 9\cdot(4-x) = (1-\frac{14}{100})\left[20\cdot 2(\frac{x}{2}) + 10(4-x)\right]$$

$$15.6x + 36 - 9x = 0.86\left[20x + 40 - 10x\right]$$

$$15.6x + 36 - 9x = 17.2x + 34.4 - 8.6x$$

$$-2x = -1.6$$

$$x = 0.8$$

صيف 2010 موعد أ

نفرض سعر متر قماش من " أ ": x

نفرض سعر متر قماش من " ب ": y

حسب المعطى:

$$4x = 135 + 3y$$
$$3x + 4y = 382.5$$
$$\Downarrow$$
$$4x - 3y = 135$$
$$3x + 4y = 382.5$$
$$\Downarrow$$
$$12x - 9y = 405$$
$$-12x - 16y = -1530$$
$$\Downarrow$$
$$-25y = -1125$$
$$y = 45$$
$$\Downarrow$$
$$4x = 135 + 3 \cdot 45$$
$$x = 67.5$$

www.xmath.online

ب. نفرض عدد أمتار القماش من " أ " قبل الشراء : n

إذا أيضا عدد أمتار القماش من " ب ": n

$$67.5n = 396 + 45n$$
$$n = 17.6$$

إذن عدد الأمتار من كل نوع هو: 17.6

شتاء 2010

أ. في $\triangle ABD$:

$$(BD)^2 = a^2 + a^2$$
$$BD = a\sqrt{2}$$

ب. ارتفاع الصندوق: $2a\sqrt{2}$

سعر بناء القاعدة $ABCD$: $15a^2$

سعر بناء الحاجز $BDD'B'$: $15 \cdot a\sqrt{2} \cdot 2a\sqrt{2} = 60a^2$

سعر بناء الأربعة اوجه: $4 \cdot (8\sqrt{2}) \cdot (a) \cdot (2a\sqrt{2}) = 128a^2$

www.xmath.online

$$\Downarrow$$

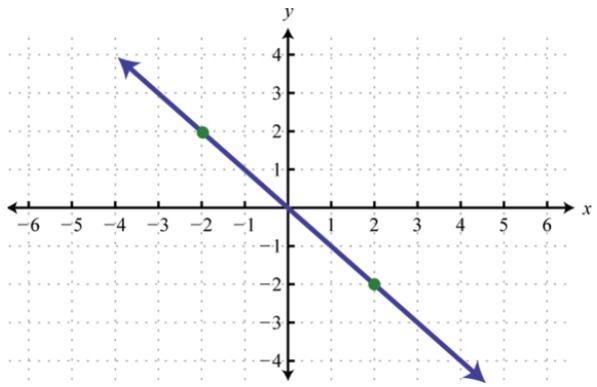
$$15a^2 + 60a^2 + 128a^2 = 812$$
$$203a^2 = 812$$
$$a^2 = 4$$
$$a = 2, a = -2$$

$a = -2$ ملغي لان: $a > 0$.

www.xmath.online

www.xmath.online

الجزء الثاني



الهندسة التحليلية

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

الرسم الذي أمامك يصف دائرة . معطى: أنّ نصف قطر الدائرة هو 20 . مركز الدائرة، M يقع على الجزء الموجب للمحور x . النقطة $A(13,12)$ تقع على محيط الدائرة.

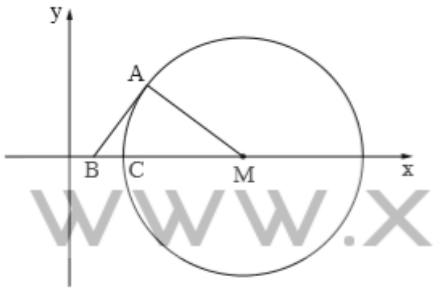
أ. جد إحداثيّات النقطة M .

مرّروا عبر النقطة A مماسًا للدائرة يقطع المحور x في النقطة B .

ب. جد إحداثيات النقطة B .

ج. جد معادلة الدائرة التي تحصر المثلّث BAM .

C هي نقطة تقاطع الدائرة المعطاة مع المحور x ، كما هو موصوف في الرسم.



www.xmath.online

د. (1) جد الإحداثيّ x للنقطة C.

(2) جد لأيّة قيّم K يقطع المستقيم $x=k$ الدائرتين (ولا يمسّ أيًا منهما) .

صيف 2017 موعد أ

النقطتان $B(-2,1)$ وّ $C(10,-5)$ تقعان على محيط دائرة مركزها $M(3,-4)$. من النقطة A ، التي خارج الدائرة، تخرج قطعتان تمسّان الدائرة في النقطتين B وّ C ، كما هو موصوف في الرسم.

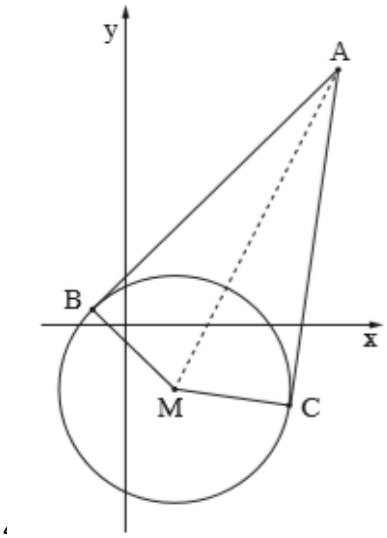
أ. (1) جد معادلتّي المستقيمين AB وّ AC .

(2) جد إحداثيّات النقطة A .

ب. (1) جد طول القطعة AM .

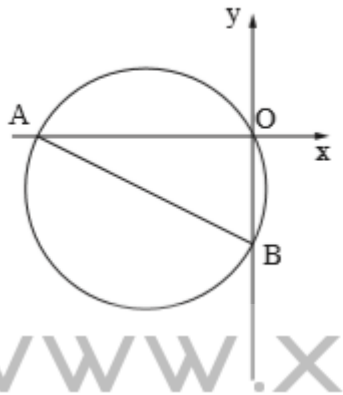
(2) جد معادلة الدائرة التي تحصر المثلّث ABM .

(3) هل تقع النقطة C على محيط الدائرة التي وجدتّ معادلتها ؟ علّل تحديدك .



شتاء 2017

دائرة مركزها M تمرّ عبر نقطة أصل المحاور O. الدائرة تقطع المحور x في نقطة إضافيّة $A(-8,0)$ ، وتقطع المحور y في نقطة إضافيّة $B(0,-4)$ (انظر الرسم).



أ. هل AB هو قطر في الدائرة ؟ علّل إجابتك.

ب. جد معادلة الدائرة.

ج. النقطة C تقع على محيط الدائرة في الربع الثالث (لكن ليس على المحورين)، بحيث مساحة المثلّث BOC هي 16.

(1) جد الاحداثيّ x للنقطة C.

(2) جد الاحداثيّ y للنقطة C.

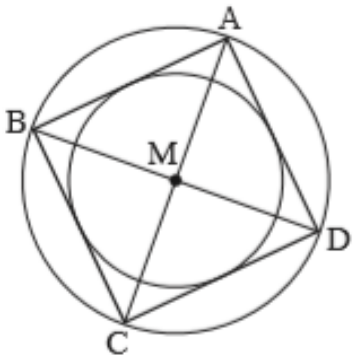
www.xmath.online

د. احسب مساحة المثلّث BMC .

صيف 2016 موعد ب

قطرا المربّع $ABCD$ يلتقيان في النقطة M (انظر الرسم). إحداثيّات الرأس A هي $(5,5)$.

معادلة قطر المربّع، BD هي $y=-\frac{1}{3}x$.



أ. جد معادلة قطر المربّع، AC .

ب. جد معادلة الدائرة التي تحصر المربّع.

ج. احسب طول ضلع المربّع.

د. احسب طول نصف قطر الدائرة المحصورة في المربّع (انظر الرسم).

صيف 2016 موعد أ

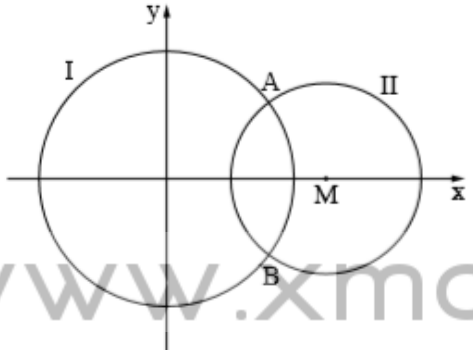
معطاة الدائرتان I وّ II:

$$\text{I. } x^2+y^2=36$$

$$\text{II. } (x-7.5)^2+y^2=20.25$$

تتقاطع الدائرتان في النقطتين A وّ B.

A تقع في الربع الأوّل (انظر الرسم).



أ. جد إحداثيّات النقطتين A وّ B.

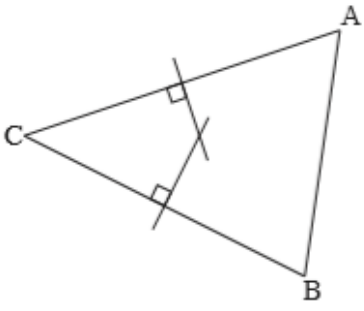
ب. مرّروا عبر النقطة A مماسًا للدائرة II . جد معادلة المماسّ.

ج. المماسّ الذي وجدتَه في البند "ب" يقطع الدائرة I في نقطة إضافيّة ، C . جد مساحة المثلّث ACM. M – مركز الدائرة II .

www.xmath.online

شتاء 2016

معطى المثلّث ABC (انظر الرسم). اثنان من رؤوس المثلّث هما $B(6,-2)$ $C(-2,2)$.



أ. جد معادلة العمود المتوسّط للضلع BC.

معادلة العمود المتوسّط للضلع AC هي $y=-3x+11$.

ب. جد معادلة الدائرة التي تحصر المثلّث ABC.

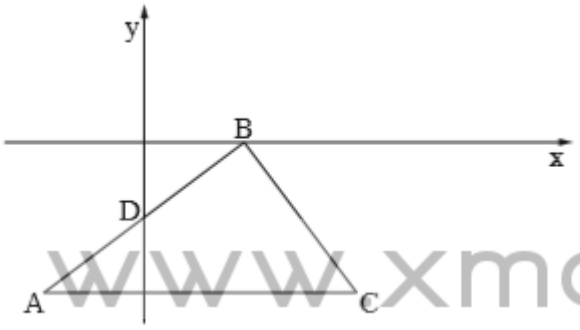
ج. (1) هل العمود المتوسّط للضلع AC يمرّ عبر الرأس B ؟ علّل.

(2) هل $BA=BC$ ؟ علّل.

صيف 2015 موعد ب

معطى مثلّث قائم الزاوية فيه $\measuredangle ABC = 90°$. الضلع AB موضوع على المستقيم $3x-4y=12$. المستقيم يقطع المحور x في النقطة B والمحور y في النقطة D.

الضلع AC يوازي المحور x. النقطة D هي منتصف الضلع AB (انظر الرسم).



أ. جد معادلة الضلع AC.

ب. جد إحداثيّات النقطة C.

ج. معطى أن الشكل الرباعيّ $BACF$ هو متوازي أضلاع $(BF \parallel AC \, , \, AB \parallel CF)$.

جد إحداثيّات النقطة F.

د. جد مساحة متوازي الأضلاع $BACF$.

www.xmath.online

صيف 2015 موعد أ

معطى أنّ الدائرة التي معادلتها $(x-3)^2+(y+k)^2=25$، تمرّ عبر نقطة أصل المحاور.

K هو بارامتر.

أ. (1) جد قيمتَي K.

(2) اكتب معادلتَي الدائرتين اللتين تلائمان قيمتَي K اللتين وجدتَهما.

ب. جد نقاط تقاطُع كل واحدة من الدائرتين مع المحورين.

ج. ارسم الدائرتين في هيئة محاور واحدة.

د. المستقيم $x=a$ يمسّ الدائرتين، $a>0$.

(1) جد a.

(2) ماهي إحداثيّات نقطتَي التماسّ ؟

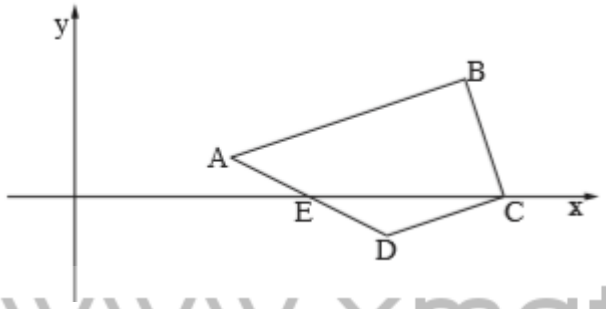
شتاء 2015

الرأس C في الشكل الرباعيّ $ABCD$ يقع على المحور x (انظر الرسم). معطى أنّ :
$A(4,1)$ ، $B(10,3)$ ، $AB \parallel DC$ ، $S_{BCD} = 90°$.

أ. جد إحداثيّات الرأس C. المستقيم AD يمرّ عبر النقطة $E(6,0)$.

ب. هل النقطة E هي منتصف الضلع AD ؟
علّل.

ج. هل EC هو قطر في الدائرة التي تحصر المثلّث EDC ؟
علّل.



www.xmath.online

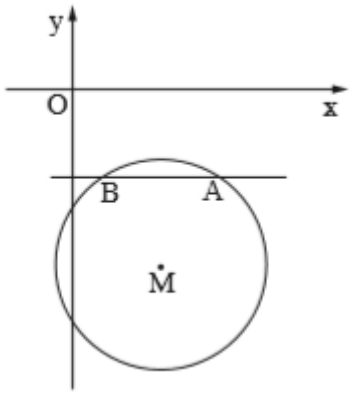
صيف 2014 موعد ب

المستقيم $y = -3$ يقطع دائرة في النقطتين A و B (انظر الرسم).
النقطة A تقع ايضًا على المستقيم $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

أ. جد إحداثيّات النقطة A .

ب. معطى أن مركز الدائرة هو $M(3,-6)$.
جد معادلة الدائرة.

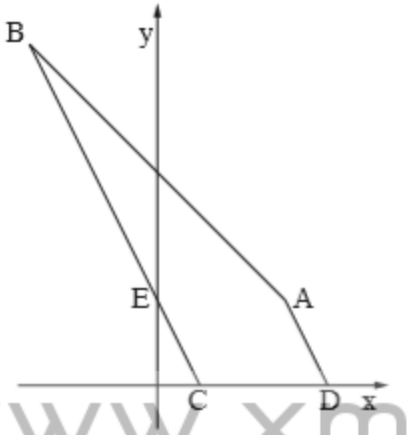
ج. جد مساحة الشكل الرباعيّ $OAMB$
(O – نقطة أصل المحاور).



صيف 2014 موعد أ

$ABCD$ هو شكل رباعيّ فيه $AD \parallel BC$. الضلع AB موضوع على المستقيم $x+y=10$ ،

والضلع CD موضوع على المحور x . معطى أنّ :



$C(2,0)$ ، $D(8,0)$ ،

الإحداثيّ x للنقطة A هو 6 .

أ. جد الإحداثيّ y للنقطة A .

ب. جد معادلة المستقيم AD .

ج. جد إحداثيّات النقطة B .

د. المستقيم BC يقطع المحور y في النقطة E .

(1) بيّن أنّ المستقيم AE يوازي المحور x .

(2) جد مساحة المثلّث AEB .

www.xmath.online

شتاء 2014

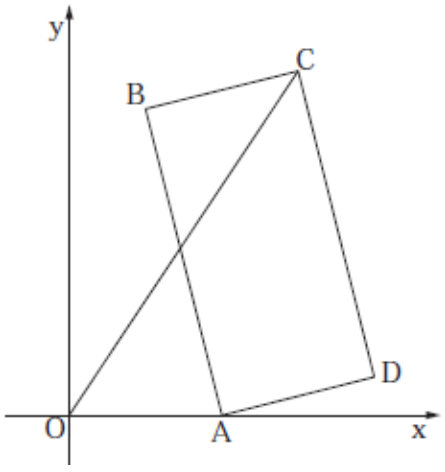
في المستطيل ABCD الرأس A يقع على المحور x (انظر الرسم).

الإحداثيّ y للرأس B هو8.

معادلة الضلع BC هي $y = \frac{1}{4}x + 7\frac{1}{2}$

معادلة المستقيم OC (O – نقطة أصل المحاور)

هي y=1.5x



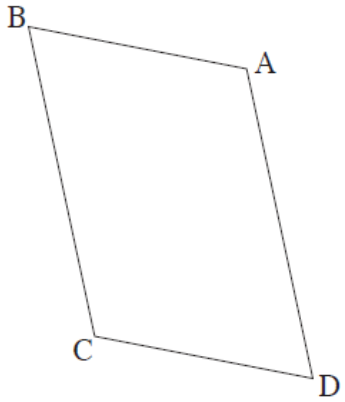
أ. جد احداثيات الرأس B والرأس C

ب. (1) جد احداثيات الرأس A

(2) جد احداثيات نقطة التقاء قطري المستطيل.

ج. جد مساحة المثلث OAD

صيف 2013 موعد ب



معطى متوازي الأضلاع ABCD (انظر الرسم). الضلع AB موضوع على المستقيم $y=-\frac{1}{3}x+6$ والضلع AD موضوع على المستقيم $y=-5x+20$. وقطرا متوازي الأضلاع يلتقيان في النقطة $(2,3)$.

أ . جد احداثيات الرأس C

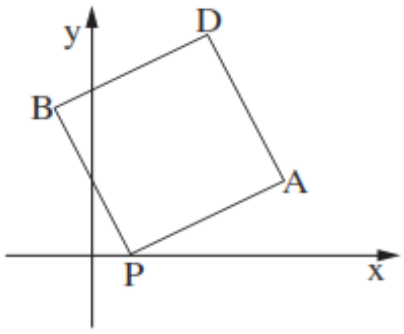
ب .جد احداثيات الرأس B, واحداثيات الرأس D

ج .هل الضلع BC يمس في النقطة C الدائرة التي مركزها A و نصف قطرها AC ؟ علل .

www.xmath.online

صيف 2013 موعد أ

معطاة النقطتان: A (10,4) و B (-2,8) (أنظر الرسم). النقطة P موجودة على محور x بحيث بعدها عن النقطة A يساوي بعدها عن النقطة B.



أ. جد احداثيات النقطة P.

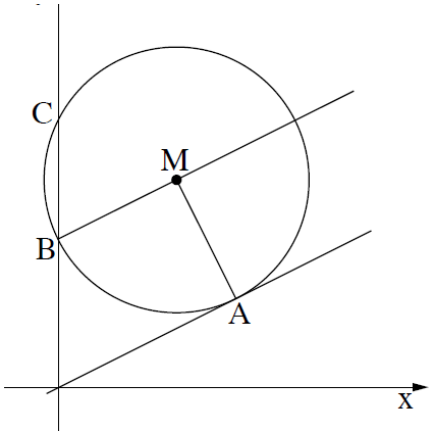
النقاط A و B و P هي رؤوس للشكل الرباعي ADBP.

معطى أن: $BP \parallel AD$, $BD \parallel PA$

ب. جد احداثيات نقطة الرأس D.

ج. جد طول نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث BDA. علل.

شتاء 2013



معطاة دائرة , مركزها في النقطة M موجود على المستقيم y=7.

المستقيم $y=\frac{1}{2}x$ يمس الدائرة في النقطة A (6,3).

(أنظر الرسم).

أ. (1) جد احداثيات المركز M.

(2) جد معادلة الدائرة.

ب. الدائرة تقطع محور y في النقطتين B و C. النقطة C موجودة فوق النقطة B.(أنظر الرسم).

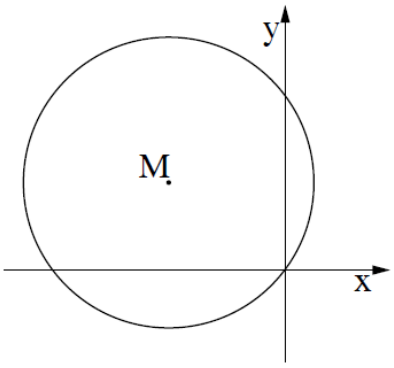
www.xmath.online

(1) بين أن المستقيم BM يوازي المستقيم الذي يمس الدائرة في النقطة A.

(2) جد مساحة المثلث BMA.

صيف 2012 موعد ب

معطاة دائرة معادلتها $(x-a)^2+(y-3)^2=25$. a هو بارامتر. تمر الدائرة عبر نقطة أصل المحاور, و مركزها M يقع في الربع الثاني (أنظر الرسم).



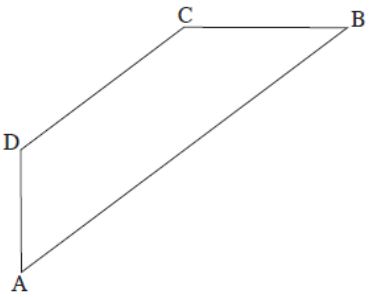
أ. جد قيمة a.

ب. جد احداثيات النقاط على محيط الدائرة التي احداثيها y أكبر ب2 من احداثيها الx.

ج. في كل واحدة من النقاط التي وجدتها في البند " ب " يمررون مماسا للدائرة. جد معادلة هذه المماسات.

صيف 2012 موعد أ

معطى شبه المنحرف $(AB)\|(DC)$ ABCD, انظر الرسم . معادلة الضلع AB هي $y=\frac{3}{4}x-6$
معادلة الضلع AD هي $x=-8$ وميل الضلع CB هو 0. إحداثيات الرأس C هي (4,6).



أ. جد إحداثيات الرؤوس A و B و D.

ب.(1) جد طول الارتفاع على الضلع BC في المثلث ACB .

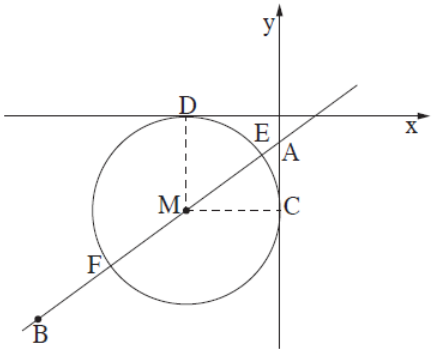
(2) جد مساحة المثلث ACB.

www.xmath.online

شتاء 2012

النقطة A تقع على المحور y في جزئه الساب, وبعدها عن نقطة أصل المحاور هو 1.25.
احداثيات النقطة B هي (-11 , -13) (أنظر الرسم).

أ. جد معادلة المستقيم AB.



ب. النقطة M تقع في الربع الثالث على المستقيم AB.

M هي مركز الدائرة التي تمس المحور x في النقطة D والمحور y في النقطة C (أنظر الرسم).

جد احداثيات النقطة M.

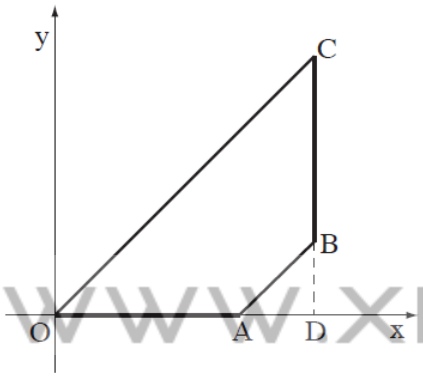
ج. المستقيم AB يقطع الدائرة التي مركزها M في النقطتين E و F.

مساحة المثلث EMC هي S. عبر بدلالة S عن مساحة المثلث FMC. علل. لا حاجة لإيجاد إحداثيات النقطة E و F.

صيف 2011 موعد ب

أضلاع الشكل الرباعي ABCO موضوعة على المحور x. و على المستقيم y=x و على المستقيم y=x-5 و على المستقيم x=a (أنظر الرسم). a هو بارامتر أكبر من 5.

أ. ما هو الشكل الرباعي ABCO؟ علل.



ب. جد احداثيات رؤوس الشكل الرباعي ABCO.

(عبر بدلالة a حسب الحاجة).

ج. المستقيم x=a يقطع المحور x في النقطة D.

(1) عبر بدلالة a عن مساحة المثلث ABD.

www.xmath.online

(2) عبر بدلالة a عن مساحة الشكل الرباعي ABCO.

(3) معطى أن مساحة الشكل الرباعي ABCO هي 22.5. جد قيمة a.

صيف 2011 موعد أ

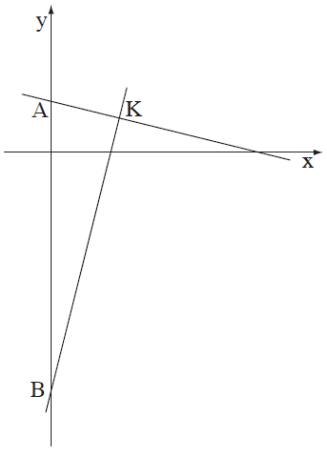
يمر عبر النقطة K مستقيمان يقطعان المحور y في النقطتين A و B. كما هو موصوف بالرسم. طول القطعة AB هو 17. معادلة المستقيم BK هي y=4x-14.

أ. جد احداثيات النقطة A.

ب. معطى أيضا أن مساحة المثلث AKB هي 34 . جد احداثيات النقطة K.

ج. (1) بين أن القطعة AB هي قطر في الدائرة

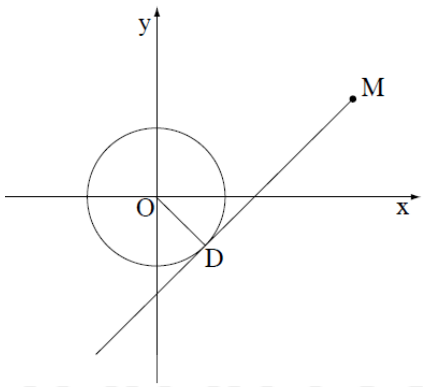
التي تحصر المثلث AKB.



(2) جد معادلة الدائرة التي تحصر المثلث AKB

شتاء 2011

معطاة دائرة مركزها O(0,0). مرروا عبر النقطة M, الموجودة في الربع الأول، مستقيما يمس الدائرة في النقطة D(1,-1)



أ. جد معادلة الدائرة.

ب. جد:

(1) معادلة المستقيم OD.

(2) معادلة المماس DM.

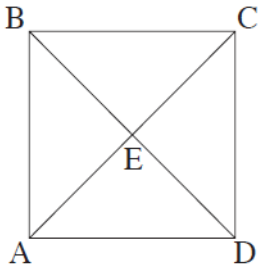
ج. معطى أن $DM = \sqrt{18}$ جد احداثيات النقطة M.

www.xmath.online

د. مرروا عبر النقاط M , D , O. جد معادلة هذه الدائرة.

صيف 2010 موعد ب

قطر المربع ABCD يلتقيان في النقطة E (أنظر الرسم) احداثيات الرأس A هي (7- , 1) .
معادلة القطر BD هي $x + 3y = 0$.



أ. (1) جد ميل القطر AC. (2) جد احداثيات النقطة E.

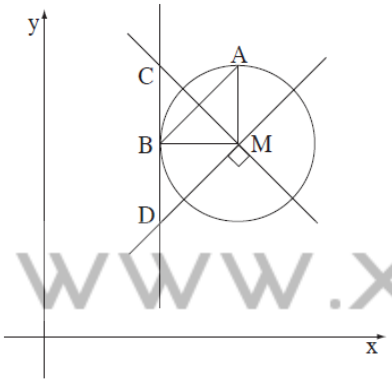
ب. جد معادلة الدائرة التي تحصر المربع.

ج. احسب طول ضلع المربع.

د. جد معادلة الدائرة المحصورة في المربع بحيث أضلاع المربع تمس الدائرة.

صيف 2010 موعد أ

AB هو وتر في دائرة مركزها M. MA يوازي المحور y و MB يوازي المحور x. مرروا عبر M مستقيمين: أحد المستقيمين يعامد AB و المستقيم الثاني يوازي AB. مرروا عبر B مماسا للدائرة. العمود يقطع المماس في النقطة C, والمستقيم الموازي يقطع المماس في النقطة D (أنظر الرسم).



معطى أن: A (5,7) B (3,5).

أ. جد معادلة العمود CM.

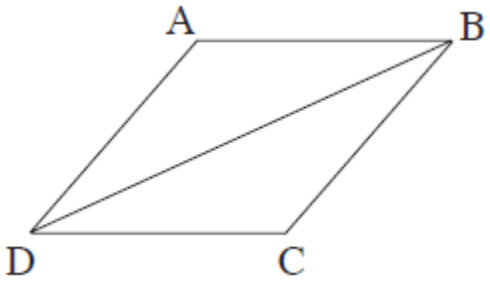
ب. (1) جد معادلة الدائرة.

(2) برهن بواسطة الحساب أن الدائرة لا تقطع المحور x.

www.xmath.online

ج. جد مساحة المثلث CMD.

شتاء 2010



معطى معين ABCD (أنظر الرسم).

احداثيات الرأس A هي (2,1).

معادلة القطر BD هي $x-2y-2=0$.

أ. (1) جد معادلة القطر AC.

(2) جد احداثيات الرأس C.

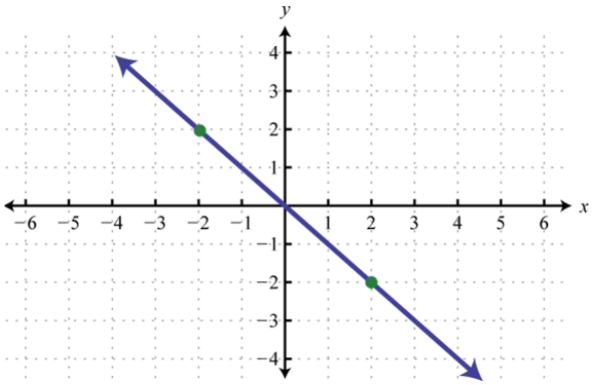
ب. طول القطر BD هو $4\sqrt{5}$

جد طول ضلع المعين.

ج. جد معادلة المستقيم AB إذا كان معطى أن الرأس B موجود في الربع الأول .

إجابات تمارين

www.xmath.online



الهندسة التحليلية

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

أ. النقطة M تقع على محور x $\Leftarrow M(x_M,0)$.

معادلة الدائرة: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

نعوض احداثيات M ، R : $(x-x_M)^2+(y-0)^2=20^2$

$$(x-x_M)^2+y^2=400$$

A تقع على الدائرة $(13-x_M)^2+12^2=400$

$$(13-x_M)^2=256 \quad /\sqrt{\ }$$

$$13-x_M=16 \qquad 13-x_M=-16$$

$$x_M=-3 \qquad x_M=29$$

$x_M>0$ ملغى لأن $\rightarrow M(29,0)$

www.xmath.online

ب. نحسب ميل نصف القطر MA : $m_{MA}=\dfrac{12-0}{13-29}=\dfrac{-3}{4}$

$\Downarrow$

(بسبب التعامد) $m_{AB}=\dfrac{4}{3}$

نحسب ميل AB :

$$M_{AB}=\frac{y_B-y_A}{xB-x_A}=\frac{0-12}{x_B-13}$$

$$M_{AB}=\frac{-12}{x_B-13}=\frac{4}{3}$$

$$-36=4x_B-52$$

$$16=4x_B$$

$$\boxed{4=x_B} \qquad \rightarrow B(4,0)$$

ج. معادلة الدائرة التي تحصر BAM.

BM هو قطر في الدائرة لأنه يقابل $(\measuredangle A=90)$ بحيث أنها محيطية وقائمة لذا فهي تقابل القطر.

لذلك النقطة O_1 منصف BM هي مركز الدائرة الحاصرة

$$x=\frac{29+4}{2}=16.5 \qquad y=\frac{0+0}{2}=0$$

$$O_1(16.5,0)$$

$$d_{O,B}=R=\sqrt{(16.5-4)^2+(0-0)^2}=12.5$$

المعادلة : $(x-16.5)^2+y^2=12.5^2$

$$(x-16.5)^2+y^2=156.25$$

د. (1) C تقع على الدائرة ومحور x ، لذا نعوض $y=0$ في الدائرة:

$$(x-29)^2+0^2=400$$

$$(x-29)^2=400$$

$$x-29=-20 \qquad x-29=20$$

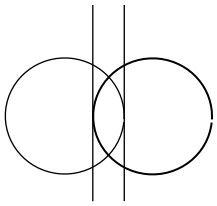
$$\boxed{x=9} \qquad x=49$$

ملغى لأن $x_C>x_M$

www.xmath.online

(2) بالنظر للمستقيمات التي تمس

احدى الدائرتين و تقطع الأخرى



نجد : $x=9$ ، $x=29$

لذلك: $9<K<29$

في هذا المجال المستقيم $x=K$ يقطع الدائرتين دون أن يمس أي منهما.

صيف 2017 موعد أ

أ. (1) معادلة AB :

$M_{MB}=\frac{1-(-4)}{-2-3}=-1$ (نصف القطر يتعامد على المماس) $\Leftarrow M_{AB}=1$.

$M_{AB}=1$, $(-2,1)$ $\qquad$ $y-1=1\cdot(x-(-2))$

$\boxed{y=x+3}$

معادلة AC :

$M_{MC}=\frac{-4-(-5)}{3-10}=\frac{1}{-7}$ (نصف القطر يتعامد على المماس). $\Leftarrow M_A=7$

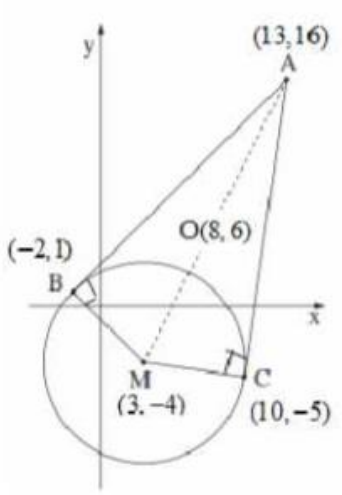
$M_{AC}=7$, $(10,-5)$ $\qquad$ $y-(-5)=7\cdot(x-10)$

$y+5=7x-70$

$\boxed{y=7x-75}$

www.xmath.online

(2) A هي نقطة تقاطع



$\begin{cases} y=7x-75 \\ y=x+3 \end{cases}$

$7x-75=x+3$

$6x=78$

$\boxed{x=13} \rightarrow \quad y=13+3=16 \rightarrow \boxed{A(13,16)}$

ب. (1) $AM = d = \sqrt{(13-3)^2 + (16-(-4))^2}$

$= \sqrt{10^2 + 20^2} = \sqrt{500} = 22.36$

(2) بما أن ABM ⊄ قائمة وهي محيطية إذا فهي تقابل خط الدائرة.

⇓

AM قطر

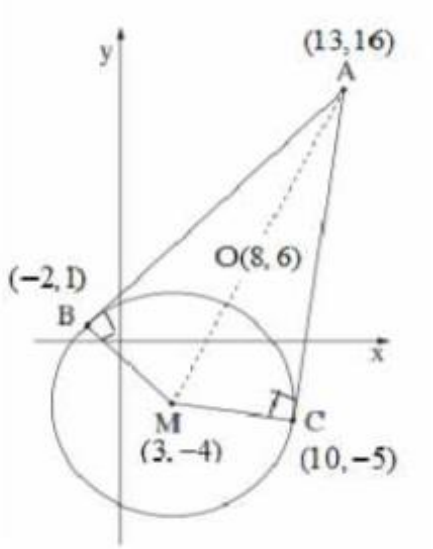
مركز الدائرة هو منتصف AM

www.xmath.online

المركز $O(8,6)$ $x = \frac{13+3}{2} = 8$ $y = \frac{16+(-4)}{2} = 6$

$d_{OM} = R = \sqrt{(8-3)^2 + (6-(-4))^2}$

$= \sqrt{25+100} = \sqrt{125}$



معادلة الدائرة : $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 125$

(3) نفحص $C(10,-5)$

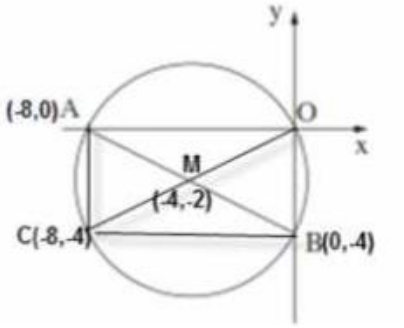
$(10-8)^2 + (-5-6)^2 = 4+121 \overset{?}{=} 125$

$o.k$ نعم تقع C على الدائرة.

شتاء 2017

أ. بما أن $AOB = 90°$ ∢ وهي محيطية في الدائرة لذلك فهي مقابلة للقطر AB .

ب. نجد مركز الدائرة (منصف AB).



$$\left.\begin{aligned} x_M &= \frac{-8+0}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \\ y_M &= \frac{0+(-4)}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{aligned}\right\} M(-4,-2)$$

نجد نصف قطر الدائرة R :

$R = d_{MO} = \sqrt{(-4-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{20}$.

معادلة الدائرة : $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 20$.

ج. (1) مساحة : $\Delta BOC = 16$.

www.xmath.online

$$16 = \frac{BO \cdot h}{2}$$
$$32 = 4h$$
$$h = 8$$

h هو ارتفاع المثلث و هو طول BC :

$$x_B - x_C = 8$$
$$0 - x_C = 8$$
$$x_C = -8$$

(2) بما أن BC يوازي محور x إذا $y_C = y_B = -4$

د.

$$S_{\Delta BMC} = \frac{BC \cdot (y_M - y_B)}{2}$$
$$S_{\Delta BMC} = \frac{8 \cdot (-2-(-4))}{2}$$
$$S_{\Delta BMC} = 8$$

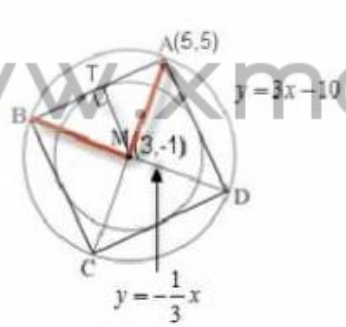
صيف 2016 موعد ب

أ. أقطار المربع متعامدة وبما أن ميل BD يساوي $-\frac{1}{3}$ يكون ميل AC: $(m_{AC}=3)$.

المعادلة:

$$A(5,5)\ ,\ m=3$$
$$y-5=3(x-5)$$
$$\boxed{y=3x-10}$$

ب. نحسب مركز الدائرة.



www.xmath.online

$$\begin{cases} y=-\frac{1}{3}x \\ y=3x-10 \end{cases}$$
$$-\frac{1}{3}x=3x-10$$
$$-3\frac{1}{3}x=-10$$
$$x=3 \rightarrow y=-\frac{1}{3}\cdot 3=-1 \rightarrow M(3,-1)$$

نحسب نصف القطر R.

$$R=\sqrt{(5-3)^2+(5-(-1))^2}=\sqrt{40}$$

المعادلة:

$$(x-3)^2+(y+1)^2=40$$

ج. في ΔMAB لدينا مثلث قائم، حسب فيثاغورس.

$$(AB)^2=40+40=80 \rightarrow AB=\sqrt{80}$$

د. نصف قطر الدائرة المحصورة: MT معامد لضلع المربع وهو منصف للوتر في ΔMAB

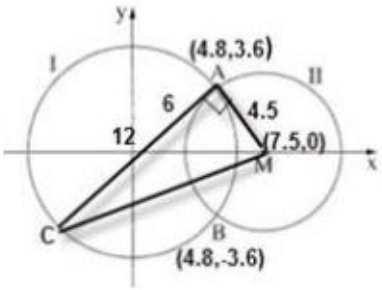
ويساوي نصفه : $MT=\frac{\sqrt{80}}{2}=\sqrt{20}$.

صيف 2016 موعد أ

أ. لإيجاد A, B:

$$x^2 + y^2 = 36$$
$$y^2 = 36 - x^2$$

نعوض y^2 في معادلة الدائرة II.



$$20.25 - (x - 7.5)^2 = 36 - x^2$$
$$20.25 - (x^2 - 15x + 56.25) = 36 - x^2$$
$$20.25 - x^2 + 15x - 56.25 = 36 - x^2$$
$$15x = 72$$
$$x = 4.8 \rightarrow y^2 = 36 - 4.8^2 \rightarrow y = \pm 3.6$$

$A(4.8,3.6), B(4.8,-3.6)$

www.xmath.online

ب. نحسب ميل AM

$m_{AM} = \frac{3.6-0}{4.8-7.5} = \frac{3.6}{-2.7} = -\frac{4}{3}$ وبما أن نصف القطر يتعامد على المماس إذا ميل المماس يساوي $\frac{3}{4}$.

نحسب المعادلة:

$$y - 3.6 = \frac{3}{4}(x - 4.8) \rightarrow \boxed{y = \frac{3}{4}x}$$

ج. المستقيم $y = \frac{3}{4}x$ يمر بمركز الدائرة I $(0,0)$ لذلك يكون AC قطر فيها.

إذا $AC = 12$ و $AM = 45$ نصف قطر الدائرة II

$$S_{\Delta ACM} = \frac{AC \cdot AM}{2} = \frac{12 \cdot 4.5}{2} = 27$$

شتاء 2016

أ. ميل BC

$$m_{BC}=\frac{-2-2}{6+2}=\frac{-4}{8}=-\frac{1}{2}$$

لذلك ميل المعامد 2

منصف BC هو:

$$(\frac{6-2}{2},\frac{-2+2}{2})\to(2,0)$$

معادلة العمود المتوسط:

$$y-0=2(x-2)\to y=2x-4$$

www.xmath.online

ب. مركز الدائرة هو نقطة التقاء العمودين المتوسطين.

$$\begin{cases}y=2x-4\\y=-3x+11\end{cases}$$

$$2x-4=-3x+11$$

$$5x=15$$

$$x=3\to y=2\to M(3,2)$$

$$R=d_{MC}=x_M-x_C=3-(-2)=5$$

معادلة الدائرة:

$$(x-3)^2+(y-2)^2=25$$

ج. (1) نعوض احداثيات B.

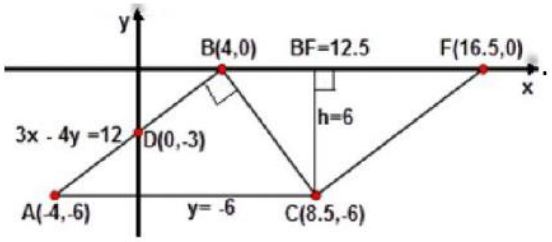
$$-2=-3\cdot 6+11$$

$$-2=-7$$

إذا لا يقع.

(2) حسب فرع ج (1) العمود المتوسط للضلع AC لا يمر بالنقطة B ، لذلك B ليس رأس مثلث متساوي الساقين $\Leftarrow \Delta ABC$ ليس مثلث متساوي الساقين $BA\neq BC$.

صيف 2015 موعد ب



أ. نستخدم معادلة AB

نعوض $B(4,0) \leftarrow x=4 \leftarrow 3x-4\cdot 0=12 : y=0$

نعوض $D(0,-3) \leftarrow y=-3 \leftarrow 3\cdot 0-4y=12 : x=0$

وبما أن D هي منصف AB

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{x_A+4}{2}=0\\ \dfrac{y_A+0}{2}=-3\end{array}\right\} \boxed{A(-4,-6)}$$

بما أن AC يوازي محور x إذا ميله يساوي صفر، لذلك معادلة AC : $y=-6$

ب. لإيجاد ميل AB :

www.xmath.online

$$3x-4y=12 \rightarrow 6' y=-3x+12 \rightarrow y=\frac{3}{4}x-3$$

الميل $m_{AB}=\frac{3}{4}$ بسبب التعامد $m_{BC}=-\frac{4}{3}$

حسب قانون الميل:

$$-\frac{4}{3}=\frac{0+6}{4-x_C}$$

$$-16+4x_C=18$$

$$x_C=8.5 \rightarrow \boxed{C(8.5,-6)}$$

ج. بما أن الشكل $BACF$ متوازي اضلاع.

$$AC=BF$$

$$\left.\begin{array}{l}AC=8.65-(-4)=12.5\\ BF=x_F-x_B\\ 12.5=x_F-4\\ 16.5=x_F\end{array}\right| \quad F(16.5,0)$$

د. مساحة متوازي الاضلاع $BACF$

$$S=BF\cdot h$$

$$S=12.5\cdot 6=75$$

صيف 2015 موعد أ

أ. (1) نعوض $(0,0)$ في معادلة الدائرة .

$$(0-3)^2+(0+k)^2=25$$
$$k^2=16$$
$$\boxed{k=\pm 4}$$

(2) نعوض $k=4$ و $k=-4$

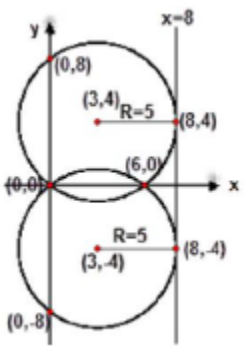
$$(x-3)^2+(y-4)^2=25, (x-3)^2+(y+4)^2=25$$

ب. نجد نقاط التقاطع مع المحورين

	$(x-3)^2+(y+4)^2=25$	$(x-3)^2+(y-4)^2=25$
تقاطع مع محور x $y=0$	$(x-3)^2+(0+4)^2=25$ $(x-3)^2=9$ $x-3=3 \rightarrow x=6 \rightarrow \boxed{(6,0)}$ $x-3=-3 \rightarrow x=0 \rightarrow \boxed{(0,0)}$	$(x-3)^2+(0-4)^2=25$ $(x-3)^2=9$ $x-3=3 \rightarrow x=6 \rightarrow \boxed{(6,0)}$ $x-3=-3 \rightarrow x=0 \rightarrow \boxed{(0,0)}$
تقاطع مع محور y $x=0$	$(0-3)^2+(y-4)^2=25$ $(y+4)^2=16$ $y+4=3 \rightarrow y=0 \rightarrow \boxed{(0,0)}$ $y+4=-4 \rightarrow y=-8 \rightarrow \boxed{(0,-8)}$	$(0-3)^2+(y-4)^2=25$ $(x-4)^2=16$ $x-4=4 \rightarrow x=8 \rightarrow \boxed{(0,8)}$ $x-4=-4 \rightarrow x=0 \rightarrow \boxed{(0,0)}$

www.xmath.online

ج.



د. (1) معطى أن احداثي x لمركز الدائرتين $x=3$ و نصف قطر كل منهما هو 5 ، لذلك يوجد مماسين من الصورة $x=a$ ، و بما أن $a>0$ يكون المماس المناسب

$x=8$
$a=8$ (أنظر الرسم أعلاه)

(2) نعوض $x=8$ في الدائرتين لإيجاد نقاط التماس :

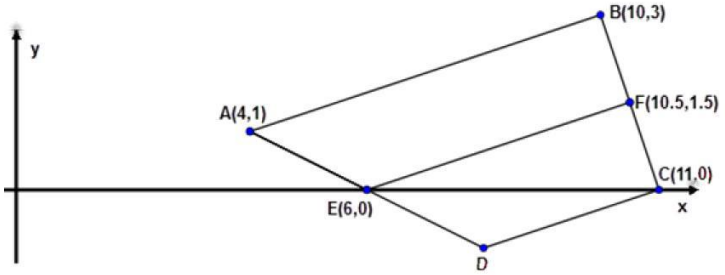
$$(8,-4):(x-3)^2+(y+4)^2=25$$
$$(8,4):(x-3)^2+(y-4)^2=25$$

www.xmath.online

شتاء 2015

أ. ميل الضلع AB : $m_{AB}=\frac{3-1}{10-4}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ بما أن $AB\perp BC:m_{BC}=-3$

$$-3=\frac{3-0}{10-x_C}\ /:3$$
$$-1=\frac{1}{10-x_C}$$
$$-10+x_C=1$$
$$x_C=11$$
$$C(11,0)$$



ب. $m_{AB}=m_{CD}=\frac{1}{3}\Leftarrow AB\parallel CD$

نحسب معادلة CD :

$$m=\frac{1}{3}\ C(11,0)$$
$$y-0=\frac{1}{3}(x-11)$$
$$y=\frac{1}{3}x-\frac{11}{3}$$

نحسب معادلة AD :

$$m_{AD} = \frac{1-0}{4-6} = -\frac{1}{2}$$

$$y-1 = -\frac{1}{2}(x-4)$$

$$y = -\frac{1}{2}x+3$$

D هي تقاطع AD و CD

$$y = -\frac{1}{2}x+3$$

$$y = \frac{1}{3}x-\frac{11}{3}$$

www.xmath.online

$$-\frac{1}{2}x+3 = \frac{1}{3}x-\frac{11}{3}$$

$$-3x+18 = 2x-22$$

$$40 = 5x \rightarrow x = 8 \quad D(8,-1)$$

نفحص إذا كانت E في منصف AD

$$\frac{8+4}{2} = 6 = x_E$$

$$\frac{1+(-1)}{2} = 0 = y_E$$

إذا $E(6,0)$ منصف AD

ج. $m_{ED} = -\frac{1}{2}, m_{DC} = \frac{1}{3}$

$ED, DC \Leftarrow m_{ED} \cdot m_{DC} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} \neq -1$ ليسا متعامدين.

إذا :

ليس قطرا. EC لذلك $S\,EDC \neq 90°$

صيف 2014 موعد ب

أ. المستقيم $y=-3$ يوازي المحور x ،

لذلك الإحداثيّ y لِـ A هو: $y_A=-3$

نعوض $y=-3$ في معادلة المستقيم، و ينتج : $-3=-\frac{2}{3}x_A+\frac{1}{3}$

$$\Downarrow$$

$$x_A=5$$

إحداثيّات A : $A(5,-3)$

ب. حسب المعطى إحداثيّات المركز هي: $M(3,-6)$

من هنا مربّع نصف القطر هو: $R^2=MA^2=(5-3)^2+(-3+6)^2=13$

لذلك معادلة الدائرة هي: $(x-3)^2+(y+6)^2=13$

www.xmath.online

ج. الشكل الرباعيّ $OABM$ مكوَّن من مثلّثين :

ΔOAB و ΔABM ،

لذلك مساحة الشكل الرباعيّ هي: $S_{AOBM}=S_{\Delta OAB}+S_{\Delta ABM}$

الارتفاع من O على AB هو: $0-(-3)=3$

الارتفاع من $M(3,-6)$ على AB هو: $-3-(-6)=3$

لذلك للمثلّثين OAB و ABM

قاعدة مشتركة AB و نفس الارتفاع على هذه القاعدة، لذلك : $S_{\Delta OAB}=S_{\Delta ABM}$

B على المستقيم $y=-3$ ، لذلك $y_B=-3$.

نعوّض $y=-3$ في معادلة الدائرة

ونجد الإحداثيّ x . $(x_B-3)^2+(-3+6)^2=13$

$$\Downarrow$$

لأنّ $B\neq A$ $x_B\neq 5$ ، لذلك : $x_B=1$

من هنا $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot(5-1)=6$

$$S_{AOBM}=2\cdot S_{\Delta OAB}=2\cdot 6=12$$

صيف 2014 موعد أ

أ. النقطة A تقع على المستقيم الذي معادلته: $x+y=10$

الإحداثي x للنقطة A هو: $x=6$

$$\Downarrow$$

$$y=4$$

لذلك إحداثيات النقطة A هي: $A(6,4)$

ب. معطاة النقطتان: $A(6,4)\ ,\ D(8,0)$

ميل المستقيم AD هو: $m_{AD}=\dfrac{4-0}{6-8}=\dfrac{4}{-2}=-2$

معادلة المستقيم AD حسب نقطة و ميل هي: $y-0=-2(x-8)$

www.xmath.online

$$\Downarrow$$

$$y=-2x+16$$

ج. $BC \parallel AD$ ، لذلك ميل المستقيم BC هو: -2 (ميلا المستقيمين المتوازيين متساويان)

معادلة المستقيم BC

حسب النقطة $C(2,0)$ و الميل -2 هي: $y=-2x+4$

النقطة B هي نقطة تقاطع

المستقيمين AB و BC ، لذلك يتحقق: $\begin{cases} x+y=10 \\ y=-2x+4 \end{cases}$

$$\Downarrow$$

$$x=-6\ ,\ y=16$$

لذلك إحداثيات النقطة B هي: $B(-6,16)$

د. (1) النقطة E تقع على المستقيم BC

و الإحداثي x للنقطة هو 0 ، لذلك يتحقق: $y=-2\cdot 0+4$

$$\Downarrow$$

$$y=4$$

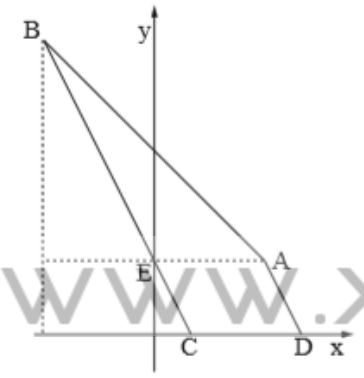
إحداثيات النقطة E هي: $E(0,4)$

إحداثيات النقطة A هي: $A(6,4)$

ميل المستقيم AE هو: $m_{AE}=\frac{4-4}{0-6}=0$

$\Downarrow$

ميل المستقيم AE هو 0، لذلك المستقيم AE يوازي المحور x



(2) طول القطعة AE هو: $AE=x_A-x_E=6$

طول الارتفاع على الضلع AE في المثلث AEB هو: $y_B-y_E=16-4=12$

مساحة المثلث AEB هي: $S_{\Delta AEB}=\frac{AE\cdot(y_B-y_E)}{2}$

$\Downarrow$

$S_{\Delta AEB}=\frac{6\cdot 12}{2}=36$

www.xmath.online

شتاء 2014

أ. نعوّض $y=8$

في معادلة الضلع BC, وينتج: $8=\frac{1}{4}x+7\frac{1}{2}$

$\Downarrow$

الإحداثي x لِـ B : $x_B=2$

لذلك إحداثيات الرأس B هي: $B(2,8)$

C هي نقطة الاتقاء BC و OC, لذلك في النقطة C يتحقق:

$$x+7\frac{11}{24}=1.5x$$

$\Downarrow$

الإحداثي x لِـ C $x_c=6$

الإحداثي Y لِـ C : $y_c=1.5\cdot 6=9$

لذلك إحداثيات الرأس C هي: $C(6,9)$

ب. (1) الرأس A على المحور x

لذلك الإحداثي y لِـ A: $y_A = 0$

$AB \perp BC$ لذلك ميل AB هو -4

$$\Downarrow$$

$$-4 = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

$$\Downarrow$$

$$-4 = \frac{0 - 8}{x_A - 2}$$

$$\Downarrow$$

$$x_A = 4$$

لذلك إحداثيات الرأس A هي $A(4,0)$

www.xmath.online

(2) نقطة التقاء القطرين هي منتصف القطر, لذلك إحداثيات نقطة الالتقاء تحقّق:

$$x = \frac{x_C + x_A}{2} = \frac{6+4}{2} = 5$$

$$y = \frac{y_C + y_A}{2} = \frac{9+0}{2} = 4.5$$

إحداثيات نقطة الالتقاء هي $(5 , 4.5)$

ج. إحداثيات A و D ليست سالبة، لذلك في المثلث OAD ارتفاع المثلث على الضلع OA هو الاحداثي y لِـ D , وطول الضلع OA هو الاحداثي x لِـ A ,

لذلك مساحة المثلث OAD هي: $S_{\Delta OAD} = \frac{1}{2} \cdot y_D \cdot x_A$

وجدنا أن التقاء القطرين هو $(5 , 4.5)$,

لذلك الإحداثي y لِـ D يحقق: $\frac{y_B - y_D}{2} = 4.5$

$$\Downarrow$$

$$\frac{8 - y_D}{2} = 4.5$$

$$\Downarrow$$

$$y_D = 1$$

$$S_{\Delta OAD} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2$$

صيف 2013 موعد ب

أ. نجد اولاً احداثيات النقطة A، النقطة A هي نقطة التقاء

$$y = -\frac{1}{3}x + 6$$
$$y = -5x + 20$$
$$y = y$$
$$-\frac{1}{3}x + 6 = -5x + 20$$
$$-\frac{1}{3}x + 5x = 20 - 6$$
$$4\frac{2}{3}x = 14$$
$$x = 3$$

www.xmath.online

نعوض في أحد المستقيمين ونجد $y = 5$ إذا $A(3,5)$

قطرا متوازي الاضلاع ينصف أحدهما الاخر

AC قطر في المتوازي و النقطة $(2,3)$ نقطة منتصف

$$\frac{x+3}{2} = 2 \qquad \frac{y+5}{2} = 3$$
$$x = 1 \qquad y = 1$$

$C(1,1)$

ب.نحسب معادلة BC أولاً النقطة $C(1,1)$ تقع عليه والميل $m = -5$
($AD \parallel BC$ ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع)

معادلة BC

$$y - 1 = -5(x-1)$$
$$BC : y = -5x + 6$$

نقاطع المستقيمين AB , BC

$$y = -5x + 6$$
$$y = -\frac{1}{3}x + 6$$

$$-5x + 6 = -\frac{1}{3}x + 6$$
$$x = 0$$

بعد تعويض $x = 0$ في احدى المعادلتين نحصل على $y = 6$ $B(0,6)$

و بما ان احداثيات منتصف BD هي $(2,3)$ فان :

$$\frac{y+6}{2} = 3 \qquad \frac{x+0}{2} = 2$$
$$y = 0 \qquad x = 4$$

www.xmath.online

اذاً $D(4,0)$

ج . لكي يمس مستقيم دائرة يجب أن يعامد المستقيم نصف قطر الدائرة ، نفحص شرط التعامد

معلوم ان ميل BC $m = -5$

نحسب ميل نصف القطر AC حسب النقاط

$$A(3,5)$$
$$C(1,1)$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

نفحص شرط التعامد

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$2 \cdot -5 = -10 \neq -1$$

إذا غير متعامدان — BC لا يمس الدائرة.

صيف 2013 موعد أ

أ. حسب المعطى: $PA=PB$, $P(x_P,0)$ $A(10,4)\,,B(-2,8)$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{(10-x_P)^2+4^2}=\sqrt{(-2-x_P)^2+8^2}$$

$$\Downarrow$$

$$(10-x_P)^2+4^2=(-2-x_P)^2+8^2$$

$$\Downarrow$$

$$(100-20x_P+x_P{}^2)+16=(4+4x_P+x_P{}^2)+64$$

$$\Downarrow$$

$$x_P=2\Rightarrow P(2,0)$$

www.xmath.online

ب. في متوازي الأضلاع، القطران ينصف أحدهما الآخر،

لذلك احداثيات نقطة التقاء القطرين هي:

$$x=\frac{10-2}{2}=4$$
$$y=\frac{4+8}{2}=6$$

من هنا:

$$\frac{x_p+x_D}{2}=4 \qquad \frac{y_p+y_D}{2}=6$$
$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$
$$\frac{2+x_D}{2}=4 \quad , \quad \frac{0+y_D}{2}=6$$
$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$
$$x_D=6 \qquad y_D=12$$

احداثيات النقطة D: $D(6,12)$

ج. ميل BD هو: $m_1 = \frac{12-8}{6+2} = \frac{1}{2}$

ميل AD هو: $m_2 = \frac{12-4}{6-10} = -2$

حاصل ضرب الميلين يساوي 1- (يتحقق شرط التعامد)

لذلك: $BD \perp AD$

$\Downarrow$

BA هو قطر, لأن زاوية محيطية قدرها 90 تستند عليه.(نظرية)

$\Downarrow$

www.xmath.online

نصف القطر $= \frac{1}{2}BA = \frac{1}{2}\sqrt{(10+2)^2 + (4-8)^2}$

$\Downarrow$

نصف القطر $= \frac{1}{2}\sqrt{144+16} = \frac{1}{2}\sqrt{160} = \frac{1}{2}\sqrt{16 \cdot 10} = \frac{1}{2}\sqrt{16} \cdot \sqrt{10} = 2\sqrt{10}$

شتاء 2013

أ- (1) احداثيات M

بما أن $y = 7$ يمر بالنقطة M

$\Downarrow$

$M(x_M, 7)$

المستقيم MA يعامد $y = \frac{1}{2}x$ (نصف القطر في الدائرة يعامد المماس)

من شرط التعامد:

$\Downarrow$

$m_{(MA)} = -2$

ينتج:

$$-2=\frac{7-3}{x-6}$$
$$-2(x-6)=4$$

$$x-6=-2$$
$$x=4$$
$$M(4,7)$$

(2) المركز هو: $M(4,7)$

نصف القطر MA:

$$R=\sqrt{(4-6)^2+(7-3)^2}$$
$$R=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$$

www.xmath.online

إذا معادلة الدائرة:

$$\Downarrow$$
$$(x-4)^2+(y-7)^2=20$$

ب- نحسب احداثيات النقطة B ، لحساب احداثيات النقطة B نحسب تقاطع الدائرة مع محور y أي نعوض $x=0$

$$(x-4)^2+(y-7)^2=20$$
$$\Downarrow$$
$$(0-4)^2+(y-7)^2=20$$
$$16+y^2-14y+49=20$$
$$y^2-14y+45=0$$
$$(y-5)(y-9)=0$$
$$\Downarrow$$
$$y_1=5, y_2=9$$
$$B(0,5)$$

$y_2=9$ هو احداثي y للنقطة C (لأن C فوق B)

نحسب ميل BM

$$m=\frac{7-5}{4-0}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$m_{(BM)}=m_{(\Delta)}=\frac{1}{2}$$

إذا يتحقق شرط التوازي.

ج. المثلث BMA قائم الزاوية

$\mathrm{R}\,BMA=90^{o}$ من التوازي في فرع ب-1

www.xmath.online

$$S=\frac{BM\cdot AM}{2}=\frac{\sqrt{20}\cdot\sqrt{20}}{2}=10$$

صيف 2012 موعد ب

أ. الدائرة تمر عبر $(0,0)$ إذا

$$(0-a)^2+(0-3)^2=25$$
$$a^2+9=25$$
$$a^2=16$$
$$a=\pm 4$$
$$a=4, a=-4$$

نأخذ $a=-4$ لأنه معطى ان النقطة M تقع في الربع الثاني.

ب. حسب المعطى $y=x+2$

نفرض النقطة $(x, \mathrm{x}+2)$ ونعوضها في معادلة الدائرة

$$(x+4)^2+(y-3)^2=25$$
$$(x+4)^2+(x+2-3)^2=25$$
$$(x+4)^2+(x-1)^2=25$$
$$x^2+8x+16+x^2-2x+1=25$$
$$2x^2+6x-8=0$$
$$x^2+3x-4=0$$
$$(x+4)(x-1)=0$$
$$x_1=-4, x_2=1$$

$\Downarrow$

النقاط هي: $(-4,-2),(1,3)$

ج. مماس في $(1,3)$

www.xmath.online

نحسب ميل نصف القطر: $m=\frac{3-3}{-4-1}=0$

(نصف القطر يعامد المماس أي أن المماس في $(1,3)$ ميله لانهائي – موازي لمحور y)

$\Downarrow$

المعادلة $x=1$

مماس في $(-4,-2)$

نحسب ميل نصف القطر: $m=\frac{3-(-2)}{-4-(-4)}=\frac{5}{0}$

(نصف القطر يعامد المماس أي أن المماس في $(-4,-2)$ ميله **0** "يوازي محور x", لأن ميل نصف القطر لانهائي – موازي لمحور y)

$\Downarrow$

المعادلة $y=-2$

صيف 2012 موعد أ

أ. A تقاطع بين: $\begin{matrix} y=\frac{3}{4}x-6 \\ x=-8 \end{matrix}$

أي: $y=\frac{3}{4}\cdot(-8)-6=-12$

$A(-8,-12)$

B: احداثي ال y للنقطة B هو $y=6$ لان ميل BC, هو 0

إذا $\begin{matrix} 6=\frac{3}{4}x-6 \\ 12=\frac{3}{4}x \\ x=16 \\ B(16,6) \end{matrix}$

www.xmath.online

D: احداثي ال x للنقطة D هو $x=-8$

$m_{DC}=\frac{3}{4}$ لأن $DC \text{ P } AB$

إذا $\begin{matrix} m_{DC}=\frac{3}{4}=\frac{y_D-6}{-8-4} \\ \frac{3}{4}=\frac{y_D-6}{-12} \\ -9=y_D-6 \\ y_D=-3 \\ D(-8,-3) \end{matrix}$

ب.(1) الارتفاع في $VACB$ البعد بين احداثيا y للنقاط A,C

$h=6-(-12)=18$

(2) مساحة $VACB$ $S=\frac{BC\cdot h}{2}=\frac{12\cdot 18}{2}=108$

شتاء 2012

أ. إحداثيات $A(0,-1.25)$ ومعطى $B(-13,-11)$

المعادلة:

الميل: $m=\frac{-11--1.25}{-13-0}=\frac{3}{4}=0.75$

المعادلة: $y=0.75x-1.25$

ب. الإحداثي x والإحداثي y للنقطة M متساويان لأن البعد عن محور x يساوي البعد عن محور y وهي تحقق معادلة المستقيم AB

www.xmath.online

أي أن:

$$x_M=0.75x_M-1.25$$

$$x_M=-5$$

$$\Downarrow$$

$$M(-5,-5)$$

ج. حسب قانون مساحة المثلث:

$$S_{\triangle EMC}=\frac{EM\cdot CM\cdot\sin(\sphericalangle EMC)}{2}$$

$$\measuredangle EMC=\alpha, EM=CM=R \quad , \quad S_{\triangle EMC}=\frac{R\cdot R\cdot\sin\alpha}{2}$$

$$S=\frac{R\cdot R\cdot\sin\alpha}{2}$$

$$S_{\triangle FMC}=\frac{MF\cdot MC\cdot\sin(\sphericalangle FMC)}{2}$$

$$\measuredangle FMC=180^\circ-\alpha, MF=MC=R \quad , \quad S_{\triangle FMC}=\frac{R\cdot R\cdot\sin(180^\circ-\alpha)}{2}$$

وحسب المطابقة: $\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$

ينتج: $S_{\triangle FMC} = \frac{R \cdot R \cdot \sin \alpha}{2}$

$S_{\triangle FMC} = S$

صيف 2011 موعد ب

أ. المستقيم AB POC وذلك لأن: $m_{DC} = m_{AB} = 1$

لان الشكل شبه منحرف

www.xmath.online

$m = \tan \text{S}\, COD = 1$

$\Downarrow$, $\text{S}\, COD = 45^o$

$\text{S}\, COD = 45^o$

المستقيم x=a يوازي محور y ويعامد محور x , $\text{S}\, CDO = 90^o$

$\Downarrow$

مجموع زوايا VOCD, $\text{S}\, OCD = 45^o$

$\Downarrow$

زوايا قاعدة شبه المنحرف متساوية

$\Downarrow$

شبه المنحرف متساوي الساقين

ب. O: $(0,0)$ نقطة الأصل

A : تقاطع $y=x-5$ مع محور x :

$$\begin{array}{c} y=0 \\ \Downarrow \\ x=5 \\ \Downarrow \\ A(5,0) \end{array}$$

B : إحداثي $x_B=a$ وهي تقع على $y=x-5$:

$$\begin{array}{c} y_B=a-5 \\ \Downarrow \\ B(a,a-5) \end{array}$$

www.xmath.online

إحداثي C $x_C=a$ وهي تقع على $y=x$:

$$\begin{array}{c} y_C=a \\ \Downarrow \\ C(a,a) \end{array}$$

ج. (1) إحداثي $x_D=a, y_D=0, (a,0)$

$$AD=x_D-x_A=a-5$$
$$BD=y_B-y_D=a-5$$

,

$$S_{VABD}=\frac{AD\cdot BD}{2}$$
$$S_{VABD}=\frac{(a-5)\cdot(a-5)}{2}=\frac{(a-5)^2}{2}$$

$$S_{ABCO}=S_{VODC}-S_{VABD} \quad (2)$$

لذلك نحسب: S_{VODC}:

$$S_{VODC}=\frac{OD\cdot DC}{2}=\frac{a\cdot a}{2}=\frac{a^2}{2}$$

$$S_{ABCO} = \frac{a^2}{2} - \frac{(a-5)^2}{2}$$
$$S_{ABCO} = \frac{a^2}{2} - \frac{(a^2-10a+25)}{2}$$
$$S_{ABCO} = \frac{10a-25}{2}$$

(3)

$$S_{ABCO} = 22.5$$
$$\frac{10a-25}{2} = 22.5$$
$$a = 7$$

www.xmath.online

صيف 2011 موعد أ

أ .نحسب اولا النقطة B و هي تقاطع $y = 4x - 14$ مع محور y

$$\Downarrow$$
$$x = 0$$
$$y = 4 \cdot 0 - 14$$
$$y = -14$$
$$B(0,-14)$$

و بما ان طول AB هو 17 فإن:

$$y_A - y_B = 17$$
$$y_A - (-14) = 17$$
$$y_A = 3$$
$$x_A = 0 \Rightarrow A(0,3)$$

ب .باستخدام المعطى:

$$S_{\triangle AKB} = 34$$
$$\frac{AB \cdot h}{2} = 34$$
$$\frac{17 \cdot h}{2} = 34$$
$$h = 4$$
$$\Downarrow$$
$$h = x_K = 4$$

وبما ان K تقع على المستقيم $y = 4x - 14$

$$\Downarrow$$
$$y_K = 4 \cdot 4 - 14 = 2$$
$$\Downarrow$$
$$K(4,2)$$

www.xmath.online

ج (1) .إذا برهنا أن $AK \perp BK$

وبما أن K تقع على محيط الدائرة

فإن $\triangleleft AKB$ هي محيطية

وبما انها قائمة $\triangleleft AKB = 90^\circ$ -

$$\Downarrow$$

AB قطر الدائرة التي تحصر $\triangle AKB$

(الزاوية المحيطية المقابلة للقطر قائمة)

إذا علينا أن نبرهن أن: $AK \perp BK$

$$m_{AK} = \frac{2-3}{4-0} = \frac{-1}{4}$$

$m_{BK} = 4$ (ميل $y = 4x - 14$)

$$m_{AK} \cdot m_{BK} = -\frac{1}{4} \cdot 4 = -1$$

يتحقق شرط التعامد.

(2)

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{17}{2} = 8.5$$

نحسب المركز – وبما أن AB قطر نحسب نقطة المنتصف ، المركز:

$$x = \frac{0+0}{2} = 0$$
$$y = \frac{3+(-14)}{2} = -5.5$$
$$\Downarrow$$
$$O(0,-5.5)$$

www.xmath.online

المعادلة :

$$(x-0)^2 + (y+5.5)^2 = (8.5)^2$$
$$x^2 + (y+5.5)^2 = 72.25$$

شتاء 2011

أ. نعوض احداثيات $D(1,-1)$ في معادلة الدائرة

$$x^2 + y^2 = R^2$$
$$1^2 + (-1)^2 = R^2$$
$$2 = R^2$$
$$\Downarrow$$
$$x^2 + y^2 = 2$$

ب. (1) ميل (OD):

$$m_{OD}=\frac{-1-0}{1-0}=-1$$

(2) بما أن $OD\perp DM$ (زاوية بين مماس و نصف قطر قائمة)

$$m_{DM}=1$$

حسب شروط التعامد: $m_1\cdot m_2=-1$

$$m_{DM}=1, D(1,-1)$$
$$\Downarrow$$
$$y-(-1)=1(x-1)$$
$$y+1=x-1$$
$$y=x-2$$

www.xmath.online

ج. بما أن m تقع على $y=x-2$ إذا

$$M(x_M, x_M-2)$$

وحسب قانون البعد:

$$DM=\sqrt{(x_M-1)^2+(x_M-2-(-1))^2}$$
$$\sqrt{18}=\sqrt{(x_M-1)^2+(x_M-1)^2}$$
$$18=(x_M-1)^2+(x_M-1)^2$$
$$0=2x^2-4x+16$$
$$x_{1,2}=\frac{4\pm 12}{4}=$$
$$x_1=4, x_2=-2$$
$$x_M=x_1=4\Rightarrow M(4,2)$$

$x_2=-2$ ملغي لأن M في الربع الأول

د. في المثلث $VMDO$

(زاوية بين مماس ونصف قطر في $x^2+y^2=2$ وهي محيطية في الدائرة التي تحصر $VMDO$ وتقابل قطر الدائرة)

$$S\,ODM = 90^o$$

$$\Downarrow$$

قطر , OM

مركز الدائرة الجديدة هو منصف OM

$$y = \frac{2+0}{2} = 1, x = \frac{4+0}{2} = 2$$

$$(2,1)$$

$$R^2$$

$$(0-2)^2 + (0-1)^2 = R^2$$

$$R^2 = 5$$

$$\Downarrow$$

www.xmath.online

معادلة الدائرة

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$$

صيف 2010 موعد ب

أ. (1) $(BD \perp AC)$ أقطار المربع متعامدة

اذا من شرط التعامد :

$$m_{BD} \cdot m_{AC} = -1$$

$$-\frac{1}{3} \cdot m_{AC} = -1$$

$$m_{AC} = 3$$

(2) نحسب معادلة AC

$m_{AC} = 3, A(1,-7) \Downarrow$

$$y-(-7)=3(x-1)$$
$$y+7=3(x-1)$$
$$y=3x-10$$

$$y=3x-10$$
$$x+3y=0$$ نحسب تقاطع

$$3x-10=-\frac{1}{3}x$$
$$3\frac{1}{3}x=10$$
$$x=3$$
$$y=3\cdot 3-10=-1$$
$$\Downarrow$$
$$E(3,-1)$$

www.xmath.online

ب. عندما تحصر الدائرة المربع يكون قطر المربع هو قطر الدائرة

لان الزاوية القائمة في المربع هي محيطية تقابل قطر الدائرة

$\Downarrow$

$E(3,-1)$ المركز

نحسب R

$$AE=\sqrt{(1-3)^2+(-7+1)^2}$$
$$\mathrm{AE}=\sqrt{40}$$
$$R=\sqrt{40}$$

المعادلة :

$$(x-3)^2+(y-(-1))^2=40$$
$$(x-3)^2+(y+1)^2=40$$

ج. بما أن $R=\sqrt{40}$

$$\Downarrow$$

قطر المربع $= 2\sqrt{40}$

حسب فيثاغورس نفرض ان ضلع المربع a

$$a^2 + a^2 = (2\sqrt{40})^2$$
$$2a^2 = 4 \cdot 40$$
$$a^2 = 80$$
$$a = \pm\sqrt{80}$$
$$a = \sqrt{80}, a > 0$$

د. نصف قطر الدائرة المحصورة في المربع مماس للضلع CD إذا فهو موازي AD لأنه يخرج من

www.xmath.online

منتصف AC

اذاً نصف القطر قاعدة وسطى للمثلث $\triangle ACD$

$$\Downarrow$$

$$r = \frac{\sqrt{80}}{2} = \sqrt{20}$$

المعادلة : $(x-3)^2 + (y+1) = 20$

صيف 2010 موعد أ

أ. MA يوازي محور y وحسب النقطة $A - (5,7)$ فان معادلة $x = 5$

MB يوازي محور y وحسب النقطة $B - (3,5)$ فإن معادلة $y = 5$

معطى:

$$MC \perp AB$$
$$\Downarrow$$
$$m_{AB} \cdot m_{MC} = -1$$

نحسب ميل AB :

$$m_{AB}=\frac{7-5}{5-3}=\frac{2}{2}=1$$
$$\Downarrow$$
$$m_{MC}=-1$$

معادلة MC :

$$y-5=-1(x-5)$$
$$y=-x+10$$

ب. (1)

www.xmath.online

$$R=y_A-y_M=7-5=2$$

لأن AM يوازي محور y

المعادلة: $(x-5)^2+(y-5)^2=4$

نحسب تقاطع x مع $y=0$:

$$(x-5)^2+(y-5)^2=4$$
$$(x-5)^2+25=4$$
$$x^2-10x+46=0$$
$$\Delta<0$$
$$b^2-4ac<0$$

لا يوجد حل، لا تقطع الدائرة محور x .

ج. نحسب معادلة MD :

بما ان:

$$MD \parallel AB$$
$$\Downarrow$$
$$m_{AB}=m_{MD}=1$$

$$(5,5), m=1 \quad , \quad \begin{matrix} y-5=1(x-5) \\ y=x \end{matrix}$$

معادلة CD $x=3$ لأن MB نصف قطر يوازي محور x يعامد المماس CD إذا فهو يوازي محور y

لذلك:

$$\begin{matrix} x_D=3 \\ \Downarrow \\ y_D=3 \\ D(3,3) \end{matrix}$$

$$S=\frac{CD\cdot MD}{2}=\frac{4\cdot 2}{2}=4 \quad \begin{matrix} CD=7-3=4 \\ MD=2 \end{matrix} \quad ,$$

www.xmath.online

شتاء 2010

أ. (1) أقطار المعين متعامدة:

$$\begin{matrix} AC \perp BD \\ \Downarrow \\ m_{AC}\cdot m_{BD}=-1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} m_{BD} \\ \Downarrow \\ x-2y-2=0 \\ -2y=-x+2 \\ y=\frac{1}{2}x-1 \\ \Downarrow \\ m_{AC}=-2 \end{matrix}$$

معادلة AC :

$$\begin{matrix} m_{AC}=-2 \\ A(1,2) \end{matrix}$$

$$y-2=-2(x-1)$$
$$y=-2x+4$$

(2) في المعين الأقطار تنصف بعضها البعض نجد احداثيا نقطة الالتقاء

(نفرض احداثيات نقطة التقاء القطرين M)

$$y=\frac{1}{2}x-1$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{1}{2}x-1=-2x+4$$
$$2\frac{1}{2}x=5$$
$$x=2$$
$$\Downarrow$$
$$y=\frac{1}{2}\cdot 2-1=0$$
$$M(2,0)$$

www.xmath.online

نجد احداثيات C حسب نقطة المنتصف:

$$\frac{1+x_C}{2}=2,\frac{2+y_C}{2}=0$$
$$x_C=3,y_C=-2$$
$$C(3,-2)$$

ب. طول BD هو $4\sqrt{5}$.

$$BM=2\sqrt{5}$$
$$AM=\sqrt{(1-2)^2+(2-0)^2}=\sqrt{5}$$

حسب فيثاغورس في، $VAMB$:

$$(AB)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=25$$
$$AB=5$$

ج. النقطة B تقع على BD.

$$B(x,\frac{1}{2}x-1)$$

$$\mathrm{AB}=\sqrt{(\mathrm{x}-1)^2+(\frac{1}{2}x-1-2)^2}$$

$$5=\sqrt{(\mathrm{x}-1)^2+(\frac{1}{2}x-3)^2}$$

$$25=x^2-2x+1+\frac{1}{4}x^2-3x+9$$

$$25=1\frac{1}{4}x^2-5x+10$$

$$0=1\frac{1}{4}x^2-5x-15$$

$$0=\frac{5}{4}x^2-5x-15\,/\cdot\frac{4}{5}$$

www.xmath.online

$$0=x^2-4x-12$$

$$0=(x-6)(\mathrm{x}+2)$$

$$x=6,\mathrm{x}=-2$$

$\mathrm{x}=-2$ ملغي لان B: في الربع الأول

$$x=6$$

$$\Downarrow$$

$$y=\frac{1}{2}\cdot 6-1$$

$$y=2$$

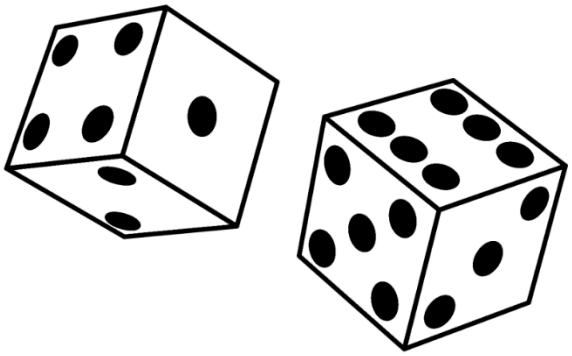
$$(6,2)$$

$$m_{AB}=\frac{2-2}{6-1}=0$$

معادلة AB : $y=2$

الجزء الثالث

www.xmath.online



الإحتمال

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

أجروا في مدينة معيّنة استطلاعًا يفحص إذا كان الفتيان والفتيات يمارسون النشاط الجسمانيّ. عدد الفتيان الذين شاركوا في الاستطلاع كان ضعف عدد الفتيات اللواتي شاركن في الاستطلاع. تبيّن من الاستطلاع أنّ $\frac{3}{4}$ الفتيات اللواتي شاركن في الاستطلاع يمارسن النشاط الجسمانيّ وأن $\frac{4}{5}$ الفتيان الذين شاركوا في الاستطلاع يمارسون النشاط الجسمانيّ.

أ. اختاروا بشكل عشوائيّ مشاركًا من بين جميع المشاركِين في الاستطلاع (الفتيان والفتيات).
ما هو الاحتمال بأن يكون المشارك الذي اختير يمارس النشاط الجسمانيّ ؟

ب. اختاروا بشكل عشوائيّ مشاركًا من بين جميع المشاركِين في الاستطلاع، واتّضح أنّه يمارس النشاط الجسمانيّ .

www.xmath.online

ج. اختير بشكل عشوائيّ 4 من المشاركِين في الاستطلاع.
ما هو الاحتمال بأن يكون على الأقلّ 2 من المشاركِين الذين اختيروا فتاتَيْن تمارسان النشاط الجسمانيّ ؟

صيف 2017 موعد أ

في لعبة حظّ يرمي كلّ لاعب مكعّبًا مرّتين. المكّعب هو مكعّب لعب منتظم. في كلّ واحدة من الرميتين، إذا كان العدد الذي على المكعّب هو 3، يحصل اللاعب على 5 نقاط، وإذا كان العدد أكبر من 3 يحصل اللاعب على 10 نقاط، وإذا كان العدد أصغر من 3 لا يحصل اللاعب على نقاط.

أ. ما هو الاحتمال بأن يُجمّع اللاعب في هذه اللعبة 15 نقطة على الأقلّ ؟

ب. معلوم أنّ أحد اللاعبين جَمَّعَ 15 نقطة على الأقلّ. ما هو الاحتمال بأنّ العدد على المكعّب في الرميتين اللتين رماهما كان أكبر من 3 ؟

ج. يلعب أربعة لاعبين في هذه اللعبة . ما هو الاحتمال بأن يُجمّع بالضبط كلّ واحد من اثنين من اللاعبِين 15 نقطة على الأقلّ ؟

شتاء 2017

في مدرسة كبيرة تقع في مدينة معيّنة، قسم من الطلّاب هم من سكّان المدينة، والباقي يسكنون خارج المدينة. نختار بشكل عشوائي 3 طلّاب من هذه المدرسة.

الاحتمال بأن يكون الثلاثة جميعًا من سكّان هذه المدينة هو 0.512.

أ. نختار بشكل عشوائيّ طالبًا واحدًا من بين طلّاب المدرسة.
ما هو الاحتمال بأن يكون من سكّان المدينة ؟

ب. نختار بشكل عشوائيّ 4 طلّاب من بين طلّاب المدرسة.
ما هو الاحتمال بأن يكون 3 منهم بالضبط من سكّان المدينة ؟

ج. معلوم أنّ 0.18 من طلّاب المدرسة لا يملكون هاتفًا خلويًا.
$\frac{1}{8}$ الطلّاب الذين يسكنون في المدينة لا يملكون هاتفًا خلويًا.
اخترنا بشكل عشوائيّ طالبًا من بين طلّاب المدرسة، واتّضح أنه لا يملك هاتفًا خلويًا.
ما هو الاحتمال بأن يكون من سكّان المدينة ؟

www.xmath.online

صيف 2016 موعد ب

اشترى شادي علبة فيها كرات تنس بلونين: 4 كرات صفراء وّ 6 كرات خضراء. أخرج شادي من العلبة بشكل عشوائيّ 3 كرات الواحدة تلوى الأخرى (بدون إعادة).

أ. (1) ما هو الاحتمال بأن يكون شادي قد أخرج 3 كرات صفراء ؟
(2) ما هو الاحتمال بأن يكون شادي قد أخرج 3 كرات بنفس اللون ؟

ب. اشترت دانا 3 عُلب كرات تنس. كلّ واحدة من العُلّب التي اشترتها مشابهة للعلب التي اشتراها شادي. أخرجت دانا بشكل عشوائيّ كرة واحدة من كلّ واحدة من العُلّب .
(1) ما هو الاحتمال بأن تكون دانا قد أخرجت 3 كرات صفراء ؟
(2) ما هو الاحتمال بأن تكون دانا قد أخرجت كرة واحدة خضراء على الأقلّ ؟

صيف 2016 موعد أ

من أجل القبول لعلوم الحاسوب في الجامعة يجب النجاح في امتحان الدخول. تقدّم للامتحان عدد كبير من خرّيجي المدارس الثانويّة خرّيجون تعلّموا علم الحاسوب في المدرسة الثانويّة، وخرّيجون لم يتعلّموا علم الحاسوب في المدرسة الثانويّة. النسبة المئويّة للممتحنين الذين تعلّموا علم الحاسوب في المدرسة الثانويّة هي 3 أضعاف النسبة المئويّة للممتحّنين الذين لم يتعلّموا علم الحاسوب. النسبة المئويّة للممتحّنين الذين نجحوا في الامتحان كانت 4 أضعاف النسبة المئويّة للممتحّنين الذين لم ينجحوا فيه. النسبة المئويّة للممتحنين الذين نجحوا في الامتحان وأيضًا تعلّموا علم الحاسوب كانت 65%.

www.xmath.online

أ. ما هو الاحتمال بأن نختار بشكل عشوائيّ من بين الممتحّنين خرّيج مدرسة ثانويّة لم يتعلم علم الحاسوب ونجح في الامتحان؟

ب. معلوم أنّ ممتحّنًا معيّنًا نجح في الامتحان. ما هو الاحتمال بأنّه لم يتعلّم علم الحاسوب في المدرسة الثانويّة؟

ج. نختار بشكل عشوائيّ ممتحّنَيْن اثنين. ما هو الاحتمال بأنّ واحدًا منهما على الأكثر قد نجح في الامتحان؟

شتاء 2016

يوجد في علبة معيّنة كرات بثلاثة ألوان كرتان حمراوان وكرتان زرقاوان وكرة واحدة بيضاء.

نُخرِج من العلبة كرتين بدون إعادة.

أ. ما هو احتمال بأن نُخرِج كرتين بلونين مختلفين ؟

ب. معلوم أنّنا أخرجنا كرتين بلونين مختلفين ما هو الاحتمال بأن تكون إحدى الكرتين بيضاء والكرة الأخرى حمراء ؟

ج. ما هو الاحتمال بأن تبقى في العلبة كرات بالألوان الثلاثة، بعد إخراج الكرتين ؟

www.xmath.online

صيف 2015 موعد ب

اثنان من الطلّاب (أولاد / بنات) في جامعة كبيرة مرشّحان لمنصب رئيس اتّحاد الطلّاب في الجامعة.

40% من الطلّاب هو أولاد، الباقي بنات.

$\frac{3}{4}$ الأولاد يؤيّدون المرشّح " أ "، والباقي يؤيّدون المرشّح " ب ".

$\frac{1}{3}$ البنات يؤيّدن المرشّح " ب "، والباقي يؤيّدن المرشّح " أ ".

أ. جد النسبة المئويّة لمؤيّدي المرشّح " أ ".

ب. اختير من بين الطلّاب بشكل عشوائيّ، مؤيد للمرشّح "أ" (ولد / بنت). ما هو الاحتمال بأن تكون قد اختيرت بنت ؟

ج. اختاروا بشكل عشوائيّ 4 طلّاب في الجامعة (أولاد / بنات). ما هو الاحتمال بأن يكون أكثر من نصفهم يؤيّدون المرشّح " أ "؟

صيف 2015 موعد أ

في العلبة I توجد 3 كرات حمراء وّ 6 كرات خضراء. في العلبة II توجد 12 كرة حمراء وّ 4 كرات خضراء. نختار علبة بشكل عشوائيّ، ونُخرِج منها كرتَيْن الواحدة تلو الأخرى (بدون إعادة).

أ. ما هو الاحتمال بأن تكون الكرتان بنفس اللون؟
ب. ما هو الاحتمال بأنّ تكون الكرتان بلونين مختلفين؟
ج. معلوم أنّ الكرتين كانتا بنفس اللون. ما هو الاحتمال بأن تكونا قد أُخرجتا من العلبة I؟

www.xmath.online

شتاء 2015

يوجد في الكيس "أ" 7 مناديل صفراء وّ 5 مناديل حمراء. يوجد في الكيس "ب" 10 مناديل قسم منها صفراء والباقي حمراء. أخرجوا بشكل عشوائيّ منديلًا واحدًا من الكيس "أ" ومنديلًا واحدًا من الكيس "ب". الاحتمال بأن يكون المنديلان أصفرَيْن هو $\frac{7}{40}$.

أ. كم منديلًا أصفر كان في الكيس "ب"؟
ب. يُعيدون كلّ واحد من المنديلَيْن إلى الكيس الذي أُخرِج منه، ويُخرِجون بشكل عشوائيّ منديلًا من الكيس "أ" ومنديلًا من الكيس "ب". معلوم أنَّ المنديلَيْن اللذين أُخرِجا لوناهما مختلفان. ما هو الاحتمال بأن يكون المنديل الذي أُخرِج من الكيس "ب" أصفر؟
ج. يُعيدون مرّة ثانية كلّ واحد من المنديلَيْن إلى الكيس الذي أُخرِج منه. يختارون كيسًا بشكل عشوائيّ، ويُخرجون منه منديلَيْن بشكل عشوائيّ وبدون إعادة.
ما هو الاحتمال بأن يكون المنديلان أحمرَيْن؟

صيف 2014 موعد ب

أجرى قسم التربية في مدينة كبيرة استطلاعًا للرأي شارك فيه جميع المعلمين الذين يعلّمون في المؤسّسات التعليميّة في المدينة. سُئل المعلّمون ما هي الساعة التي يفضّلون بدء اليوم التعليميّ فيها الساعة 8:00 أم الساعة 9:00.

$\frac{1}{5}$ المشاركين في الاستطلاع هم نساء يُفضِّلن بدء التعليم في الساعة 8:00.

$\frac{1}{4}$ النساء اللواتي شارَكْنَ في الاستطلاع يُفضِّلن بدء التعليم في الساعة 8:00.

$\frac{1}{2}$ الرجال الذين شاركوا في الاستطلاع يُفضِّلون بدء التعليم في الساعة 8:00.

www.Amath.online

أ. نختار بشكل عشوائيّ معلّمًا (رجلًا / امرأة) من بين المشاركين في الاستطلاع. ما هو الاحتمال بأنّه يُفضِّل بدء التعليم في الساعة 8:00 ؟

ب. نختار بشكل عشوائيّ من بين المشاركين في الاستطلاع معلّمًا (رجلًا / امرأة) يُفضِّل بدء التعليم في الساعة 9:00. ما هو الاحتمال بأن تكون قد اختيرت امرأة ؟

ج. نختار عشوائيًّا معلّمين (رجالًا / نساءً) من بين المشاركين في الاستطلاع. ما هو الاحتمال بأن يكون واحد منهم بالضبط يُفضِّل بدء التعليم في الساعة 9:00 ؟

صيف 2014 موعد أ

أجروا استطلاعًا للرأي لعدد كبير من الطلّاب. فحص الاستطلاع كم طالبًا يرغب في مواصلة تعليمه الجامعيّ. حسب نتائج الاستطلاع، 60% من المشتركين في الاستطلاع (أولاد / بنات) يرغبون في مواصلة تعليمهم الجامعيّ. عدد البنات اللواتي اشترَكْنَ في الاستطلاع هو 3 أضعاف عدد الأولاد الذين اشتركوا في الاستطلاع. معلوم أنّ 80% من الأولاد الذين اشتركوا في الاستطلاع يرغبون في مواصلة تعليمهم الجامعيّ.

أ. نختار بشكل عشوائيّ طالبًا (ولدًا / بنتًا) اشترك في الاستطلاع.

(1) ما هو الاحتمال بأن تكون قد اختيرت بنت ترغب في مواصلة تعليمها الجامعيّ؟

(2) معلوم أنّه اختيرت بنت. ما هو الاحتمال بأن تكون راغبة في مواصلة تعليمها الجامعيّ؟

www.xmath.online

ب. نختار بشكل عشوائيّ 5 طلّاب (أولاد / بنات) من بين المشتركين في الاستطلاع. ما هو الاحتمال بأن يكون 4 منهم على الأقلّ يرغبون في مواصلة تعليمهم الجامعيّ؟

شتاء 2014

يتنافس كل من عرين وأكرم وسامي على منصب رئيس مجلس الطلاب في المدرسة.
أمامك نتائج استطلاع للرأي أُجري قبل الانتخابات بين طلاب المدرسة.

المتنافس	عرين	أكرم	سامي
عدد الأولاد المؤيدين	100	200	100
عدد البنات المؤيدات	200	150	50

(كل طالب يؤيّد أحد المتنافسين بالضبط)

www.xmath.online

أ. نختار بشكل عشوائي طالباً (ولداً / بنتاً) من المشاركين في الاستطلاع.
ما هو الاحتمال بأن يكون مؤيداً لأكرم؟

ب. نختار بشكل عشوائي طالباً (ولداً / بنتاً) من المشاركين في الاستطلاع. معلوم أنه يؤيّد عرين. ما هو الاحتمال بأن يكون هذا المؤيّد بنتاً؟

ج. (1) نختار بشكل عشوائي طالباً (ولداً / بنتاً) من المشاركين في الاستطلاع. معلوم أنه لا يؤيّد عرين ما هو الاحتمال بأن يكون مؤيّداً لسامي؟

(2) نختار بشكل عشوائي 5 طلاب (أولاد / بنات) من الذين لا يؤيدون عرين. ما هو الاحتمال بأن يكون على الأقل واحد منهم مؤيّداً لسامي؟
المحاولات هي مستقلّة (ليست متعلّقة).

صيف 2013 موعد ب

معلوم أن احتمال النجاح في امتحان السياقة العملي (التست) أكبر ب . 0.2 من احتمال عدم النجاح فيه .

أ . ما هو احتمال النجاح في امتحان السياقة العملي ؟

ب . رائد وشادي ولؤي ويوسف هم أربع أشخاص اختيروا عشوائياً من بين الممتحنين في امتحان السياقة العملي:

(1) ما هو الاحتمال بأن ينجح اثنان منهم بالضبط في امتحان السياقة العملي ؟ معلوم ان اثنين منهم فقط نجحا في امتحان السياقة العملي.

www.xmath.online

(2) ما هو الاحتمال بان يكون هؤلاء الاثنان هما رائد وشادي ؟

(3) هل الاحتمال بان ينجح على الاقل واحد من الاربعة في امتحان السياقة العملي أكبر من الاحتمال بان لا ينجح على الاقل واحد من الاربعة في امتحان السياقة العملي ؟ علل.

صيف 2013 موعد أ

يصدر أحد المزارعين زهورا بيضاء وزهورا حمراء. في مخزن المزارع: $\frac{1}{12}$ من الزهور البيضاء هي جورية. $\frac{2}{3}$ الزهور الحمراء هي جورية. 25% من مجمل الزهور هي جورية، والباقي سوسن.

أ. نختار عشوائيا زهرة من بين الزهور التي في المخزن.

(1) ما هو الاحتمال بأن تكون الزهرة حمراء.

(2) ما هو الاحتمال بأن تكون حمراء اذا كان معلوما أنها جورية.

ب. معطى أن عدد الجوريات الحمراء في المخزن هو 300. ما هو عدد الزهور في المخزن ؟

شتاء 2013

يوجد في ثلاث علب A وB وC كرات سوداء وكرات بيضاء. يوجد في العلبة A كرتان سوداوان و3 كرات بيضاء. يوجد في العلبة B 3 كرات سوداء وكرتان بيضاوان. يوجد في العلبة C 4 كرات سوداء وكرة واحدة بيضاء.

أ. نختار علبة بشكل عشوائي، ونخرج منها بشكل عشوائي كرة واحدة.

(1) ما هو الاحتمال بأن نخرج كرة بيضاء؟

(2) معلوم أننا أخرجنا كرة بيضاء. ما هو الاحتمال بأن تكون الكرة قد أخرجت من العلبة B؟

ب. نخرج بشكل عشوائي من العلبة C كرتين الواحدة تلو الأخرى بدون اعادة. ما هو الاحتمال بأن لا تبقى في العلبة C كرة بيضاء بعد اخراج الكرتين؟

www.xmath.online

صيف 2012 موعد ب

دولاب لعب متوازن مقسم الى ستة قطاعات. على القطاعين. اللذين كل واحد منهما هو $\frac{1}{10}$ من الدائرة. مسجل الرقمان 1 و 3 وعلى ال4 قطاعات، التي كل واحد منها هو $\frac{1}{5}$ من الدائرة. مسجلة الأرقام 2, 4 , 5 , 6. كما هو موصوف بالرسم. عندما ندير الدولاب فانه يتوقف على أحد الأرقام. (وليس على الخط الذي بين القطاعات).

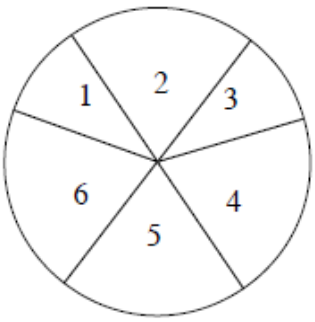
أ. ندير الدولاب مرة واحدة. ما هو الاحتمال بأن يتوقف الدولاب على رقم زوجي ؟
ندير الدولاب 5 مرات.

www.xmath.online

ب. (1) ما هو الاحتمال بأن يتوقف الدولاب على رقم زوجي مرتين على الأكثر.

(2) معلوم أن الدولاب توقف على رقم زوجي مرتين على الأكثر. ما هو الاحتمال بأن يكون الدولاب قد توقف على رقم زوجي مرتين بالضبط ؟

ج. ما هو الاحتمال بأن يتوقف الدولاب على رقم زوجي فقط في المرة الأولى وفي المرة الأخيرة ؟



صيف 2012 موعد أ

توجد في مصنع لإنتاج لمبات الفلوريسنت ثلاث الات: A,B,C.

الاله A تنتج 60% من اللمبات

الاله B تنتج 30% من اللمبات

الاله C تنتج 10% من اللمبات.

2% من اللمبات التي تنتجها الاله Aهي تالفة.

3% من اللمبات التي تنتجها الاله Bهي تالفة.

www.xmath.online

4% من اللمبات التي تنتجها الاله C هي تالفة.

أ. (1) جد النسبة المئوية للمبات التالفة في المصنع.
(2) نختار عشوائيا لمبة واحدة من بين اللمبات التالفة. ما هو الاحتمال بان تكون اللمبة التي اخترناها قد أنتجتها الاله C؟

ب. نختار عشوائيا 5 لمبات من بين اللمبات التي ينتجها المصنع. ما هو الاحتمال بأن تكون 3 منها على الاكثر صالحة ؟

شتاء 2012

مصنع معين ينتج حواسيب.

6% من الحواسيب التي تنتج في المصنع غير صالحة.

95% من الحواسيب الصالحة و 2% من الحواسيب غير الصالحة يتم تشخيصها من قبل وحدة رقابة الجودة على أنها صالحة.

أ. ما هو الاحتمال بأن يشخص أحد الحواسيب على أنه صالح ؟
تقوم وحدة رقابة الجودة بفحص كل حاسوب أربع مرات. (الفحوص لا تتعلق ببعضها البعض).

www.xmath.online

إذا تم تشخيص الحاسوب 4 مرات على أنه صالح، فإنه يباع وعليه شارة المصنع.

إذا تم تشخيص الحاسوب 3 مرات على أنه صالح، فإنه يباع بسعر أقل وبدون شارة المصنع.

إذا تم تشخيص الحاسوب مرتين على الأقل على أنه غير صالح، فإنه يحول لإعادة التدوير.

ب. ما هو الاحتمال بأن يباع حاسوب وعليه شارة المصنع ؟

ج. ما هو الاحتمال بأن يحول الحاسوب الى اعادة التدوير ؟

دقق في اجابتك حتى أربعة أرقام بعد الفاصلة العشرية.

صيف 2011 موعد ب

أ. نرمي مكعب لعب متوازنا مرة واحدة.

(1) ما هو الاحتمال بأن نحصل على عدد زوجي أكبر من 3.

(2) هل الحدث "أن نحصل على عدد زوجي" و الحدث "أن نحصل على عدد أكبر من 3" هما حدثان مستقلان (غير متعلقين)؟ علل.

نرمي مكعب لعب متوازنا 3 مرات.

ب. ما هو الاحتمال بأن نحصل على عدد زوجي أكبر من 3 في رميتين بالضبط ؟

ج. ما هو الاحتمال بأن نحصل على عدد زوجي أكبر من 3 , فقط في الرمية الأولى وفي الرمية الثالثة ؟

www.xmath.online

د. ما هو الاحتمال بأن نحصل على عدد زوجي أكبر من 3 في الرمية الأولى وفي الرمية الثالثة ؟

صيف 2011 موعد أ

نرمي مكعبي لعب متوازنين: المكعب A والمكعب B.

أ. ما هو الاحتمال بأن نحصل على الرقم 4 أو على الرقم 6 في المكعب A. و نحصل أيضا على الرقم 4 أو على الرقم 6 في المكعب B.

ب. ما هو الاحتمال بأن نحصل على الرقم 4 أو على الرقم 6 في أحد المكعبين على الأقل ؟

ج. نرمي المكعبين A و B ست مرات. ما هو الاحتمال بأن نحصل في ثلاث رميات بالضبط على الرقم 4 أو على الرقم 6 في أحد المكعبين على الأقل.

شتاء 2011

توجد في مخزن أحد التجار قبعات تصنع في ثلاث مصانع: المصنع A, المصنع B, المصنع C. مخزون القبعات كبير جدا.

$\frac{1}{2}$ القبعات التي في المخزن تصنع في المصنع A.

$\frac{1}{3}$ القبعات التي في المخزن تصنع في المصنع B.

باقي القبعات التي في المخزن تصنع في المصنع C.

5% من القبعات التي تصنع في المصنع A هي قبعات تالفة.

www.xmath.online

1.5% من القبعات التي تصنع في المصنع B هي قبعات تالفة.

3.5% من القبعات التي في المخزن هي قبعات تالفة.

أ. نختار عشوائيا قبعة واحدة من القبعات التي تصنع في المصنع C. ما هو الاحتمال بان تكون القبعة تالفة.

ب. ما هو الاحتمال بأن تكون على الأكثر قبعة واحدة تالفة في عينة عشوائية فيها 6 تصنع في المصنع C.

صيف 2010 موعد ب

يلعب سامي ثلاث ألعاب شيش بيش، الواحدة تلو الأخرى. في كل لعبة يمكن أن يفوز سامي أو يخسر (لا يوجد تعادل). إذا فاز سامي في إحدى الألعاب، فإن الاحتمال بأن يفوز في اللعبة التي تليها هو P. وإذا خسر في إحدى الألعاب، فإن الاحتمال بأن يخسر في اللعبة التي تليها هو P أيضا. معطى أن $P>0.5$.

أ. إذا كان معلوما أن سامي فاز في اللعبة الأولى:

(1) عبر بدلالة P عن الاحتمال بأن يخسر سامي في اللعبة الثانية و يفوز في اللعبة الثالثة.

www.xmath.online

(2) احسب P إذا كان معطى أيضا أن الاحتمال بأن يفوز سامي في اللعبة الثالثة هو $\frac{13}{25}$.

ب. استعمل قيمة P التي حسبتها، واحسب الاحتمال بأن يفوز سامي في اللعبة الأولى،

إذا كان معطى أن الاحتمال بأن يفوز سامي في الألعاب الثلاثة هو 0.144.

صيف 2010 موعد أ

يمتحن الطلاب في كلية معينة في نهاية السنة بامتحان في موضوعي الاحتمال والاحصاء. يوجد في الامتحان تمرينان في الاحتمال وتمرين واحد في الاحصاء. يحصل الممتحن على علامة اجتياز أو علامة رسوب في كل تمرين في الامتحان. للحصول على علامة اجتياز في الامتحان بأكمله على الممتحن أن يحصل على علامة اجتياز في تمرينين على الأقل من ثلاثة. الاحتمال بأن يحصل الطالب على علامة اجتياز في تمرين الاحتمال هو 60% , و الاحتمال بأن يحصل الطالب على علامة اجتياز في تمرين الاحصاء هو 80%. احتمالات حصول على علامة اجتياز أو رسوب في التمارين المختلفة لا تتعلق ببعضها البعض.

أ. (1) ما هو الاحتمال بأن يحصل الممتحن على علامة اجتياز في التمارين الثلاثة في الامتحان ؟

www.xmath.online

(2) ما هو الاحتمال بأن يحصل الممتحن على علامة اجتياز في تمرينين في الامتحان وعلى علامة رسوب في تمرين واحد ؟

(3) ما هو الاحتمال بأن يحصل الممتحن على علامة اجتياز في الامتحان بأكمله ؟

ب. حصل أحد الممتحنين على علامة اجتياز في الامتحان بأكمله ما هو الاحتمال بأن يكزن قد حصل على علامة اجتياز في تمرينين الاحتمال ؟

شتاء 2010

توجد 3 أوراق لعب داخل كيس. لإحدى الأوراق جهتان بيضاوان، ولإحدى الاوراق جهتان سوداوان، ولإحدى الأوراق جهة بيضاء والجهة الأخرى سوداء. يخلطون الأوراق، وبأعين مغمضة يخرجون ورقة من الكيس ويضعونها على الطاولة.

أ. ما هو الاحتمال بأن تكون جهتا الورقة متطابقتين ؟

ب. ما هو الاحتمال بأن تكون جهة الورقة البادية للأعين بيضاء ؟ علل.

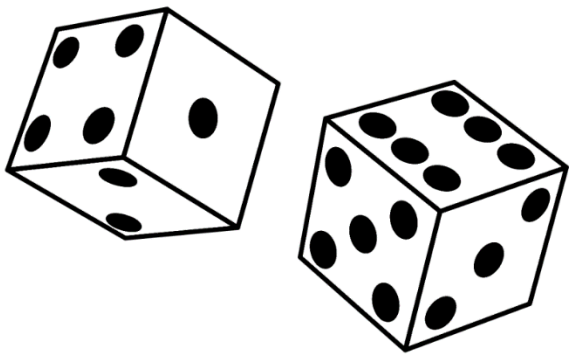
ج. معلوم أن جهة الورقة البادية للأعين بيضاء.

ما هو الاحتمال بأن تكون جهتا الورقة بيضاوين ؟

www.xmath.online

إجابات تمارين

www.xmath.online



الاحتمال

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

نفرض x: عدد الفتيات، $2x$: عدد الفتيان

www.xmath.online

أ. $P_{(\text{يمارس النشاط الجسماني})} = \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5} = \frac{47}{60}$

ب. $P(\text{تمارس النشاط الجسماني} / \text{فتاة}) = \frac{P(\text{تمارس النشاط الجسماني} \cap \text{فتاة})}{P(\text{تمارس النشاط الجسماني})}$

$$= \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}}{\frac{47}{60}} = \frac{60}{168}$$

ج. $P(\text{على الأقل فتاتين}) = P(\text{فتاتين}) + P(3\text{ فتيات}) + P(4\text{ فتيات})$

$$= \left(\left(\binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(1-\frac{1}{4}\right)^{4-2} \right) + \left(\binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(1-\frac{1}{4}\right)^{4-3} \right) + \left(\binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(1-\frac{1}{4}\right)^{4-4} \right) \right)$$

$$= \left(\left(6 \cdot \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \right) + \left(4 \cdot \frac{1}{64} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 \right) + \left(1 \cdot \frac{1}{256} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^0 \right) \right)$$

$$= \left(\left(\frac{6 \cdot 1 \cdot 9}{16 \cdot 16} \right) + \left(\frac{4 \cdot 1 \cdot 3}{64 \cdot 4} \right) + \left(1 \cdot \frac{1}{256} \cdot 1 \right) \right) = \left(\frac{54}{256} + \frac{12}{256} + \frac{1}{256} \right) = \frac{67}{256}$$

صيف 2017 موعد أ

www.xmath.online

أ. احتمال الحصول على 3 ، $P(\text{5 نقاط}) = \frac{1}{6}$.

احتمال الحصول على عدد أكبر من 3 / (4,5,6) ، $P(\text{10 نقاط}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

احتمال الحصول على عدد أقل من 3 / (1,2) ، $P(\text{0 نقاط}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

الحالات للحصول على 15 نقطة على الأقل:

(1) $P = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ (5 نقاط ثم 10 نقاط).

(2) $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ (10نقاط ثم 5 نقاط).

(3) $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (10 نقاط في المرتين).

الاحتمال يكون : $P = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$.

ب. الاحتمال بأن يحصل على نقطة 15 على الأقل ويكون في المرتين حصل على عدد أكبر من 3.

$$P=(\text{على الأقل 15 نقطة / أكبر من 3}) = \frac{P((\text{على الأقل 15 نقطة})\cap\text{أكبر من 3})}{P(\text{على الأقل 15 نقطة})} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{12}} = \frac{3}{5}$$

ج.

$$k=2,\ p=\frac{5}{12},\ n=4$$

(حسب معادلة برنولي).

www.xmath.online

$$P_n(k)=\binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$$

$$P_4(2)=\binom{4}{2}(\frac{5}{12})^2(1-\frac{5}{12})^{4-2}$$

$$P_4(2)=\frac{4!}{4!(4-2)!}\cdot(\frac{5}{12})^2(\frac{7}{12})^2$$

$$P_4(2)=6\cdot\cdot(\frac{5}{12})^2(\frac{7}{12})^2$$

$$P_4(2)=\frac{1225}{3456}=0.3545$$

شتاء 2017

أ. p هو احتمال أن نختار طالب يسكن في المدينة.

معطى $p^3=0.512$ إذا $p=0.8$.

ب. $k=3,\ p=0.8,\ n=4$

$$P_n(k)=\binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$$ (حسب معادلة برنولي).

$$P_4(3) = \binom{4}{3}(0.8)^3(1-0.8)^{4-3}$$
$$P_4(3) = \frac{4!}{4!(4-3)!}\cdot(0.8)^2\cdot 0.2^1$$
$$P_4(3) = 4\cdot 0.8^3\cdot 0.2^1$$
$$P_4(3) = 0.4096$$

ج. A من سكان المدينة، $\overline{A}$ ليست من سكان المدينة.

B يملك هاتف خلوي، $\overline{B}$ لا يملك هاتف خلوي.

$$P(A) = 0.8 \rightarrow P(\overline{A}) = 0.2$$
$$P(\overline{B}) = 0.18 \rightarrow P(B) = 0.82$$
$$P(\overline{B}/A) = \frac{1}{8} \rightarrow P(B/A) = \frac{7}{8}$$
$$P(\overline{B}/A) = \frac{P(\overline{B}\cap A)}{P(A)}$$
$$\frac{1}{8} = \frac{P(\overline{B}\cap A)}{0.8}$$
$$P(\overline{B}\cap A) = 0.1$$

نبني الجدول :

	$\overline{A}$	A	
0.82	0.12	0.7	B
0.18	0.08	0.1	$\overline{B}$
1	0.2	0.8	

www.xmath.online

احتمال أن نختار طالب بشكل عشوائي من المدرسة، ولا يملك هاتف خلوي ومن المدينة

$$P(A/\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0.1}{0.18}=\frac{5}{9}$$

صيف 2016 موعد ب

أ. (1) الاحتمال بأن يخرج ثلاث كرات صفرا. ء $\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}=\frac{1}{30}$

(2) الاحتمال بأن يخرج ثلاث كرات بنفس اللون " خضراء أو صفراء " :

www.xmath.online

$$\frac{1}{3}+\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8}=\frac{1}{5}$$

ب. (1) الاحتمال أن تكون دانا أخرجت 3 كرات صفراء

$$\frac{4}{10}\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{4}{10}=0.064$$

(2) الاحتمال بأن تكون دانا أخرجت كرة واحدة خضراء على الأقل هو الحدث المكمل لأن لا تخرج دانا أي كرة خضراء.

$$1-P\left(\text{تخرج ثلاث كرات صفراء}\right)=1-0.064=0.936$$

صيف 2016 موعد أ

أ. نعرف المعطيات كالتالي:

A : تعلموا الحاسوب في المدرسة $\quad\quad$ $\overline{A}$: لم يتعلموا الحاسوب في المدرسة

B : نجحوا في الامتحان $\quad\quad$ $\overline{B}$: لم ينجحوا في الامتحان

$$P(A)=3P(\overline{A}) \rightarrow P(\overline{A})+3P(\overline{A})=1 \rightarrow P(\overline{A})=0.25 \rightarrow P(A)=0.75$$
$$P(B)=4P(\overline{B}) \rightarrow P(\overline{B})+4P(\overline{B})=1 \rightarrow P(\overline{B})=0.2 \rightarrow P(B)=0.8$$
$$P(A\cap B)=0.65$$

نعوض المعطيات في الجدول:

www.xmath.online

	$\overline{A}$	A	
0.8	0.15	0.65	B
0.2	0.1	0.1	$\overline{B}$
1	0.25	0.75	

$P(B\cap\overline{A})=0.15$ الاحتمال بأن نختار بشكل عشوائي خريج لم يتعلم الحاسوب ونجح في الامتحان.

ب. $P(\overline{A}/B)=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0.15}{0.8}=\dfrac{3}{16}$

ج. نحسب احتمال الحدث المكمل وهي أن ينجح الممتحنون: $0.8^2=0.64$

احتمال أن ينجح واحد منها على الأكثر : $1-0.64=0.36$

شتاء 2016

أ. $P=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{4}{5}$

احتمال الحصول على كرتين بلونين مختلفين

ب. إذا كان معلوم أن الكرتين بلونين مختلفين.

الاحتمال أن تكون واحدة بيضاء والأخرى حمراء.

$P=($ لونين مختلفين/واحدة بيضاء و الأخرى حمراء $)$

www.xmath.online

$$\frac{P(\text{لونين مختلفين} \cap \text{واحدة بيضاء و الأخرى حمراء})}{P(\text{لونين مختلفين})}$$

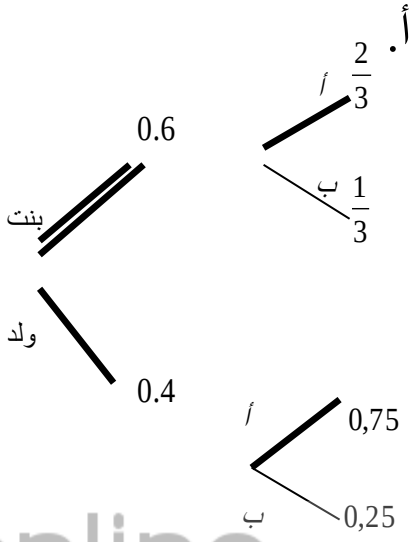
$$=\frac{\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}}{\frac{4}{5}}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}}=\frac{1}{4}$$

ج. احتمال إبقاء كرات بالألوان الثلاثة بعد اخراج كرتين وهذا يحدث فقط إذا أخرجنا كرة حمراء وأخرى زرقاء

$$P=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{2}{5}$$

صيف 2015 موعد ب

أ.



www.xmath.online

النسبة المئوية لمؤيدي المرشح " أ ". $p = 0.6 \cdot \frac{2}{3} + 0.4 \cdot 0.75 = 0.7 = 70\%$

ب. الاحتمال بأن يتم اختيار من مؤيدي المرشح " أ " وأن يكون بنت.

$$P(\text{أ}/\text{طالبة}) = \frac{p(\text{أ} \cap \text{طالبة})}{P(\text{أ})} = \frac{0.6 \cdot \frac{2}{3}}{0.7} = \frac{4}{7}$$

ج. يجب حساب احتمال الحصول على 3 أو 4 طلاب يؤيدون المرشح "أ" حسب معادلة برنولي :

احتمال الحصول على 3 :

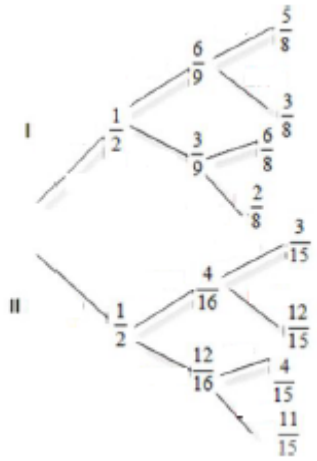
$$P_4(3) = \binom{4}{3}(0.7)^3(1-0.7)^{4-3}$$
$$P_4(3) = \frac{4!}{4!(4-3)!} \cdot 0.7^3 \cdot 0.3^1$$
$$P_4(3) = 4 \cdot 0.7^3 \cdot 0.3^1$$
$$P_4(3) = 0.4116$$

احتمال الحصول على 4 :

$$P_4(4) = 0.7^4$$
$$P_4(4) = 0.2401$$

الاحتمال ان يكون أكثر من نصف الاربعة طلاب يؤيدون المرشح "ا"0.6517=0.2401+0.4116

صيف 2015 موعد أ



أ. احتمال اخراج كرتين بنفس اللون

$$p=(\text{نفس اللون})=\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{16}\cdot\frac{3}{15}+\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{16}\cdot\frac{11}{15}=\frac{11}{20}$$

ب. احتمال مكمل للحدث في الفرع "أ"

$$1-\frac{11}{20}=\frac{9}{20}=0.45$$

www.xmath.online

ج. الاحتمال أن تكون الكرتان بنفس اللون و اخرجتا من العلبة I

$$p=(\text{نفس اللون / العلبةI})=\frac{P(\text{نفس اللون}\cap\text{العلبةI})}{P(\text{نفس اللون})}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}}{0.55}$$

$$p=(\text{نفس اللون / العلبةI})=\frac{0.25}{0.55}=\frac{5}{11}$$

شتاء 2015

أ. في الكيس الأول:

$$p(\text{أحمر}) = \frac{5}{12} \text{ ، } p(\text{أصفر}) = \frac{7}{12}$$

الاحتمال أن نخرج منديلين بلون أصفر هو : $\frac{7}{40}$

نفرض p هو احتمال اخراج منديل أصفر من الكيس " ب " : $p = \frac{7}{40} \cdot p = \frac{7}{12} \leftarrow p = \frac{3}{10}$

إذا توجد 3 مناديل صفراء في الكيس " ب ".

www.xmath.online

ب. الاحتمال أن يكون المنديل من " ب " أصفر ومعلوم بأن لون المنديلين مختلف.

$$p(\text{أصفر من "ب"/لونين مختلفين})$$

$$= \frac{p(\text{أصفر من "ب" } \cap \text{ لونين مختلفين})}{p(\text{لونين مختلفين})}$$

$$p(\text{أصفر من "ب"/لونين مختلفين}) = \frac{\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{10}}{\frac{7}{12} \cdot \frac{7}{10} + \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{8}{15}} = \frac{15}{64}$$

ج. الاحتمال بأن نختار كيس بشكل عشوائي ونخرج منه منديلين بلون أحمر.

$$p(2 \text{ أحمر}) = 0.5 \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} + 0.5 \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{17}{55}$$

صيف 2014 موعد ب

نرمز : A – مجموعة النساء

B – مجموعة الذين يفضلون البدء في الساعة $8:00$

أ. حسب المعطى :

$$P(B/A)=\frac{1}{4} \quad P(B\cap A)=\frac{1}{5}$$

$$\Downarrow$$

$$P(A)=\frac{P(B\cap A)}{P(B/A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{4}}=\frac{4}{5}$$

$$P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{1}{5}$$

www.xmath online

حسب المعطى $P(B/\overline{A})=\frac{1}{2}$ ، لذلك: $P(B\cap\overline{A})=P(B/\overline{A})\cdot P(\overline{A})=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$

احتمال اختيار معلم يفضّل البدء في الساعة هو:

$$P(B)=P(B\cap A)+P(B\cap\overline{A})$$

$$\Downarrow$$

$$P(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{3}{10}$$

ب. الاحتمال المطلوب هو $P(A/\overline{B})$

$$P(A/\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}$$

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$$

$$P(A\cap\overline{B})=P(A)-P(A\cap B)$$

$$\Downarrow$$

$$P(A\cap\overline{B})=\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$$

من هنا:

$$P(A/\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{10}}=\frac{6}{7}$$

ج. وجدنا أنّ احتمال اختيار معلّم يفضّل البدء في الساعة 9:00 هو $P(\overline{B})=\frac{7}{10}$

لذلك الاحتمال المطلوب هو: $P_5(1)=\left(\frac{5}{1}\right)\cdot\frac{7}{10}\cdot\left(\frac{3}{10}\right)^4=0.02835$

صيف 2014 موعد أ

أ. عدد البنات في الاستطلاع هو 3 أضعاف عدد الأولاد،

لذلك يتحقق: $3\cdot P(\text{ولد})=P(\text{بنت})$

www.xmath.online

كل مشترك في الاستطلاع هو ولد أو بنت، لذلك: $P(\text{ولد})+P(\text{بنت})=1$

$$\Downarrow$$

$$4\cdot P(\text{ولد})=1$$

$$P(\text{ولد})=\frac{1}{4}=0.25 \quad , \quad P(\text{بنت})=\frac{3}{4}=0.75$$

60% من المشتركين في الاستطلاع يرغبون في مواصلة تعليمهم الجامعي،

لذلك يتحقق: $P\begin{pmatrix}\text{يرغب في مواصلة}\\ \text{تعليمه الجامعي}\end{pmatrix}=0.6$

$$\Downarrow$$

$$P\begin{pmatrix}\text{يرغب في مواصلة لا}\\ \text{تعليمه الجامعي}\end{pmatrix}=0.4$$

80% من الأولاد المشتركين في الاستطلاع يرغبون في مواصلة تعليمهم الجامعي،

لذلك يتحقق: $P\left(\begin{matrix}\text{يرغب في مواصلة}\\ \text{تعليمه الجامعي}\end{matrix} / \text{ولد}\right) = 0.8$

$$P\left(\begin{matrix}\text{يرغب في مواصلة}\\ \text{تعليمه الجامعي}\end{matrix} \cap \text{ولد}\right) = 0.8 \cdot 0.25 = 0.2$$

تركيز المعطيات في جدول ثنائي الأبعاد وحساب الاحتمالات في الجدول التالي:

	يرغب في مواصلة تعليمه الجامعي	لا يرغب في مواصلة تعليمه الجامعي	
ولد	0.2	0.05	0.25
بنت	0.4	0.35	0.75
	0.6	0.4	1

www.xmath.online

(1) الاحتمال بأن تكون قد اختيرت بنت ترغب في مواصلة تعليمها الجامعي هو: $0.6 - 0.2 = 0.4$

$$P\left(\text{بنت} \cap \begin{matrix}\text{ترغب في مواصلة}\\ \text{تعليمها الجامعي}\end{matrix}\right)$$

(2) معلوم أنه اختيرت بنت. الاحتمال بأنها ترغب في مواصلة تعليمها الجامعي هو:

$$P\left(\begin{matrix}\text{ترغب في مواصلة}\\ \text{تعليمها الجامعي}\end{matrix} / \text{بنت}\right) = P\frac{\left(\begin{matrix}\text{ترغب في مواصلة}\\ \text{تعليمها الجامعي}\end{matrix} \cap \text{بنت}\right)}{P(\text{بنت})} = \frac{0.4}{0.75} = 0.53$$

ب. اختير 5 طلاب من المشتركين في الاستطلاع.

الاحتمال بأن يكون 4 منهم

على الأقل يرغبون في مواصلة

تعليمهم الجامعي هو:

$$P\left(\begin{array}{c}\text{4 يرغبون في مواصلة بالضبط}\\ \text{تعليمها الجامعي}\end{array}\right) + P\left(\begin{array}{c}\text{5 يرغبون في مواصلة بالضبط}\\ \text{تعليمها الجامعي}\end{array}\right) = \binom{5}{4}0.6^4\cdot 0.4^1 + \binom{5}{5}0.6^5\cdot 0.4^0 = 0.33696$$

www.xmath.online

شتاء 2014

أ. حيّز العينة مكون من جميع المشاركين في الاستطلاع، الذي هو حسب الجدول:

800 طالب

عدد الطلاب المؤيدين لأكرم حسب الجدول: $200 + 150 = 350$

لذلك الاحتمال المطلوب هو: $P(\text{مؤيد لأكرم}) = \frac{350}{800} = \frac{7}{16}$

ب. حيّز العينة مكون من جميع الطلاب المؤيدين لعرين، الذي هو حسب الجدول

$100 + 200 = 300$

عدد البنات المؤيدات لعرين حسب الجدول 200

لذلك الاحتمال المطلوب هو: $P(\underline{\text{مؤيد لعرين / بنت}}) = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$

ج.(1) حيز العينة مكون من جميع الطلاب الذين لا يؤيدون عرين, الذي هو

$800 - 300 = 500$

عدد المشاركين في الاستطلاع المؤيدين لسامي هو: $100 + 50 = 150$

www.xmath.online

لذلك الاحتمال المطلوب هو: $P\left(\begin{matrix}\text{غير مؤيد لعرين}\\ \text{مؤيد لسامي}\end{matrix}\right) = \frac{150}{500} = \frac{3}{10}$

(3) الاحتمال بأن يكون على الاقل واحد مؤيداً لسامي هو:

$$P\left(\begin{matrix}\text{واحد على الأقل}\\ \text{مؤيد لسامي}\end{matrix}\right) = 1 - P_5(0)$$

$$\Downarrow$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{واحد على الاقل}\\ \text{مؤيد لسامي}\end{matrix}\right) = 1 - \left[\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{3}{10}\right)^0\cdot\left(\frac{7}{10}\right)^5\right] = 0.8319$$

صيف 2013 موعد ب

أ. نرمز الى احتمال النجاح بـ $P(A)$

ولاحتمال عدم النجاح بـ $P(\bar{A})$ (حدث مكمل)

حسب المعطى

$$P(A)=P(\bar{A})+0.2$$
$$P(A)=1-P(A)+0.2$$
$$2\cdot P(A)=1.2$$
$$P(A)=0.6$$

www.xmath.online

ب.(1) حسب المعطيات و من الفرع أ فان: $P(A)=0.6$ و $P(\bar{A})=0.4$

حسب معادلة برنولي:

$$P_n(k)=\binom{n}{k}\cdot P^k\cdot(1-P)^{n-k}$$
$$P_4(2)=\binom{4}{2}\cdot 0.6^2\cdot 0.4^2=0.3456$$

(2) الاحتمال بأن رائد وشادي بالضبط نجحا هو $0.6\times0.6\times0.4\times0.4$

لذا و اذا كان معلوما ان اثنين فقط نجحا اذا فإن الاحتمال بأن يكون الناجحين هما رائد وشادي بالضبط من بين الاثنين الناجحين هو:

$$p=\frac{0.6\times0.6\times0.4\times0.4}{0.3456}=\frac{1}{6}$$

(3) الاحتمال بان ينجح واحد على الاقل من بين الاربعة هو عبارة عن كل الامكانيات ما عدا ألا ينجح جميعهم $p=1-0.4^4=0.9744$

الاحتمال بان لا ينجح على الاقل واحد من بين الاربعة هو عبارة عن كل الامكانيات ما عدا أن ينجح الأربعة $p=1-0.6^4=0.8704$

لذا الاحتمال بان ينجح واحد على الاقل هو أكبر من الاحتمال بان لا ينجح على الاقل واحد لأن : $0.9744>0.8704$

صيف 2013 موعد أ

www.xmath.online

نرمز:

زهور حمراء — A.

زهور جورية — B.

أ. (1) حسب المعطى: $P(B)=0.25$

$$P(B/A)=\frac{2}{3} \quad , \quad P(B/\overline{A})=\frac{1}{12}$$
$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$
$$P(B\cap A)=\frac{2}{3}P(A) \quad , \quad P(B/\overline{A})=\frac{1}{12}P(\overline{A})$$

$$P(B)=P(B\cap A)+P(B\cap\overline{A})=\frac{2}{3}P(A)+\frac{1}{12}(1-P(A))$$
$$\Downarrow$$
$$0.25=\frac{2}{3}P(A)+\frac{1}{12}(1-P(A))$$
$$\Downarrow$$
$$P(A)=\frac{2}{7}$$

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{7}}{0.25}=\frac{16}{21} \qquad (2)$$

ب. نرمز:

N عدد الزهور في المخزن

$$P(A\cap B)=\frac{300}{N}$$

$$\Downarrow$$

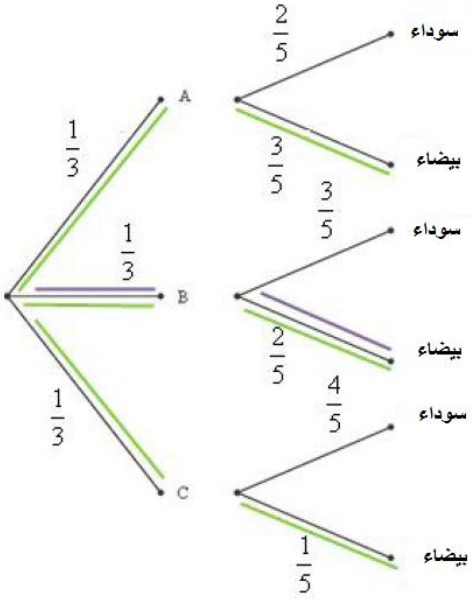
$$\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{7}=\frac{300}{N}$$

$$\Downarrow$$

$$N=1575$$

www.xmath.online

شتاء 2013



أ. (1) باستخدام الشجرة:

$$p(white-ball)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}=0.4$$

(2) نفرض: A

هو الصندوق B (box B)

ونفرض: B

هو الكرة البيضاء (white ball)

$$P(A/\mathrm{B}) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}}{0.4} = \frac{1}{3}$$

www.xmath.online

ب.في العلبة C توجد هنالك فقط كرة واحدة بيضاء الاحتمال يكون أو أن نخرج كرة بيضاء مباشرة ثم السوداء أو سوداء ثم بيضاء لذلك:

$$P = \frac{1}{5}\cdot\frac{4}{4} + \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4} = 0.4$$

صيف 2012 موعد ب

أ. إذا كانت الأعداد الزوجية هي 2,4,6 فإن الاحتمال يكون

$p(A) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 0.6$ A: عدد زوجي

ب. (1) الاحتمال للحصول على 0 , 1 أو 2 مرات عدد زوجي (أي على الاكثر مرتين) هو حسب معادلة برنولي $P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot P^k \cdot (1-P)^{n-k}$

$$p_5(2)=\binom{5}{2}(0.6)^2(1-0.6)^{5-2}$$
$$=\frac{5!}{2!(5-2)!}0.6^2\cdot 0.4^3=0.2304$$

$$p_5(1)=\binom{5}{1}(0.6)^1(1-0.6)^{5-1}$$
$$=\frac{5!}{1!(5-1)!}0.6^1\cdot 0.4^4=0.076$$

$$p_5(0)=\binom{5}{0}(0.6)^0(1-0.6)^{5-0}$$
$$=0.01024$$

$$p=p_5(2)+p_5(1)+p_5(0)=0.31744$$

(2) باستخدام: $P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

www.xmath.online

A: الدولاب قد توقف على رقم زوجي مرتين بالضبط

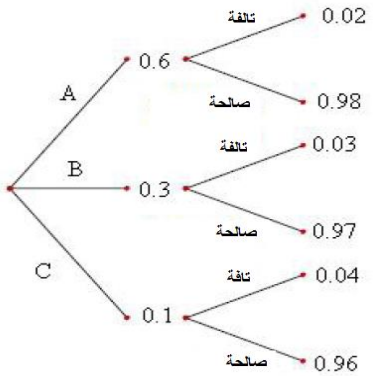
B: الدولاب قد توقف على رقم زوجي مرتين على الاكثر

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0.2304}{0.31744}=\frac{45}{62}$$

ج. $p=0.4^3\cdot 0.6^2=0.02304$

صيف 2012 موعد أ

أ. (1) نبني شجرة ملائمة:



ولهذا: نسبة اللامبات التالفة هي :

$$0.6\cdot 0.02+0.3\cdot 0.03+0.1\cdot 0.04=0.025$$
$$0.025\cdot 100=2.5\%$$

(2) نستعمل قانون الاحتمال المشروط:

$$p(\mathrm{C}/\ \mathrm{bad})=\frac{p(\mathrm{C}\cap \mathrm{bad})}{p(bad)}=\frac{0.1\cdot 0.04}{0.025}=0.16$$

ب. الحدث المكمل هو 4 او 5 غير تالفات,

نحسب احتمال الحدث المكمل حسب برنولي:

www.xmath.online

احتمال 5 تالفات:

$$p=1-0.025=0.975$$
$$p=0.975, n=5, k=5$$
$$P_5\ (5)=\binom{5}{5}\cdot 0.975^5\cdot(1-0.975)^{5-5}=0.8811$$

احتمال 4 تالفات:

$$p=0.975, n=5, k=4$$
$$P_5\ (4)=\binom{5}{4}\cdot 0.975^4\cdot(1-0.975)^{5-4}=0.11296$$

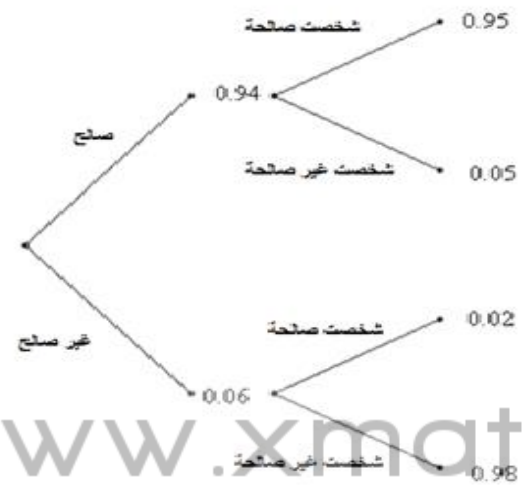
اي ان احتمال الحدث المكمل هو:

$$0.8811+0.11296=0.99406$$

نتيجة لذلك فان الاحتمال المطلوب هو $1-0.99406=0.0059$

شتاء 2012

أ. نبني شجرة ملائمة:



اي ان الاحتمال بان الحاسوب يُشخَص كصالح هو:

$$p(good) = 0.94 \cdot 0.95 + 0.06 \cdot 0.02 = 0.8942$$

ب. الحاسوب يطبع عليه شارة المصنع إذا شخص

www.xmath.online

صالح في كل واحدة من الاربع فحوصات:

أي أن: $p(\text{withlabel}) = (0.8942)^4 = 0.6393$

ج. الحاسوب يرجع لإعادة التدوير إذا شخص مرتين على الاقل كغير صالح.

الحدث المكمل لهذا الحدث هو ان يشخص **0** او **1** كغير صالح.

نحسب احتمال الحدث المكمل:

احتمال ان يشخص **0** مرات كغير صالح معناه ان شخص كصالح 4 مرات:

أي ان: $p = (0.8942)^4 = 0.6393$

نحسب الاحتمال بانه يشخص مرة كغير صالح حسب برنولي:

$$k = 1, n = 4, p = 1 - 0.8942 = 0.1058$$
$$\Downarrow$$
$$P_4(1) = \binom{4}{1} \cdot (0.1058)^1 \cdot (1 - 0.1058)^{4-1} = 0.3026$$

نستنتج بناء على ذلك ان الاحتمال المطلوب هو:

$$p = 1 - (0.6393 + 0.3026) = 0.0581$$

صيف 2011 موعد ب

أ. (1) الاحتمال للحصول على رقم زوجي أكبر من 3 (4,6) هو:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

www.xmath.online

(2) كلا، لان لا يتحقق: $p(A) \cdot p(B) \neq p(A \cap B)$

لان:

$$p(2 \cup 4 \cup 6) = \frac{1}{2}$$
$$p(4 \cup 5 \cup 6) = \frac{1}{2}$$

ولذلك: $\frac{1}{3} \neq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

أي ان الحدثان يتعلقان في بعض.

ب. عندما نرمي المكعب 3 مرات لا يوجد ارتباط بين كل رمية واخرى

بناءً عل بند أ (1) وعل برنولي نحصل علي:

$$p=\frac{1}{3}, n=3, k=2$$

$$\Downarrow$$

$$P_3(2)=\binom{3}{2}\cdot(\frac{1}{3})^2\cdot(1-\frac{1}{3})^{3-2}=\frac{2}{9}$$

ج. الحدثان غير متعلقان ولهذا:

$$p=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{27}$$

د. الاحتمال متعلق فقط في الرمية الأولي والثانية.

www.xmath.online

أي ان: $p=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

صيف 2011 موعد أ

أ. الاحتمال بان نحصل علي رقم ما في كل رمية هو

$$\frac{1}{6}$$

أي ان في رمية واحدة: الاحتمال للحصول عل رقم 4 او 6 هو: $p(4\cup 6)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

بما ان المكعبان غير متعلقان في بعض نستنتج ان الاحتمال المطلوب هو: $p=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

ب. الحدث بأن نحصل على الاقل 4 , 6 في واحد من المكعبات هو حدث مكمل

للحدث: بان لا نحصل في أي واحد من المكعبات على 4,6 .

أي ان الاحتمال المطلوب هو: $1-(\frac{2}{3})^2=\frac{5}{9}$

ج. بما ان الرميات غير متعلقة في بعض ممكن ان نحسب الاحتمال حسب برنولي:

$$p=\frac{5}{9}, n=6, k=3$$
$$\Downarrow$$
$$P_6(3)=\binom{6}{3}\cdot(\frac{5}{9})^3\cdot(1-\frac{5}{9})^{6-3}=0.301$$

شتاء 2011

www.xmath.online

أ. نحسب أولا كم قبعة في المخزن تصنع في المصنع C

$$1-(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})=\frac{1}{6}$$

من جميع القبعات تالفة. 3.5%

نعين x , نسبة القبعات التالفة في المصنع C ثم نحل المعادلة:

$$0.035=\frac{1}{2}\cdot 0.05+\frac{1}{3}\cdot 0.015+\frac{1}{6}\cdot x$$
$$0.005=\frac{1}{6}\cdot x$$
$$x=0.03$$

أي ان 3% من القبعات التي تصنع في المصنع C تالفة.

ب.نترجم المعطي:

0 تالفات او **1** تالفة معناها علي الاكثر **1** تالفة.

نحسب الاحتمال بان الستة صالحات (أي ان **0** تالفات): $P=0.97^6$

الاحتمال لوجود 1 تالفة نحسبه حسب برنولي:

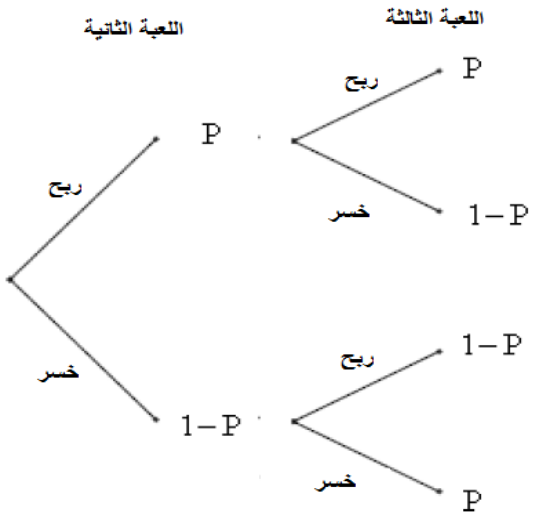
$$p=0.03, n=6, k=1$$
$$\Downarrow$$
$$P_6(1)=\binom{6}{1}\cdot 0.03^2\cdot(1-0.03)^2=0.1546$$

أي ان الاحتمال المطلوب هو: $p=0.97^6+0.1546=0.9875$

صيف 2010 موعد ب

www.xmath.online

أ.(1) نبني شجرة ملائمة:



اي ان الاحتمال المطلوب هو:

$$(1-p)\cdot(1-p)=(1-p)^2$$

(2) بناء على الشجرة وبناء على المعطي نحل المعادلة:

$$\frac{13}{25} = (1-p)^2 + p \cdot p$$
$$13 = 25(1-2p+p^2) + 25p^2$$
$$13 = 25 - 50p + 25p^2 + 25p^2$$
$$50p^2 - 50p + 12 = 0$$
$$p_{1,2} = \frac{50 \pm 10}{100}$$
$$\Downarrow$$
$$p = 0.6$$

ب.نعين بان يفوز سامي في اللعبة الاولى:

$$p^2 \cdot x = 0.144$$
$$\Downarrow$$
$$x \cdot 0.62 = 0.144$$
$$\Downarrow$$
$$x = 0.4$$

www.xmath.online

صيف 2010 موعد أ

أ.(1) A: اجتياز في تمرين الاحتمال $p(A) = 0.6$

B: اجتياز في تمرين الاحصاء $p(B) = 0.8$

الاحتمال بان يحصا على اجتياز في 3 تمارين $0.6 \cdot 0.6 \cdot 0.8 = 0.288$

(2) او ان ينجح في تمرينان الاحتمال ويرسب في تمرين الاحصاء: $0.6 \cdot 0.6 \cdot 0.2$

او ان ينجح في تمرين الاحتمال وبتمرين الاحصاء ويرسب في تمرين الاحتمال الاخر

$0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.8$

او ان ينجح في تمرين الاحتمال الاخر وبتمرين الاحصاء ويرسب في تمرين الاحتمال

$0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.8$

أي ان الاحتمال المطلوب هو:

$$P = 0.6 \cdot 0.6 \cdot 0.2 + 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.8 + 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.8 = 0.456$$

(3) او يجتاز في ثلاثة تمارين او ان يجتاز في تمرينان:

حسب بند أ 1 + 2 الاحتمال المطلوب هو: $P = 0.456 + 0.288 = 0.744$

(ب) هذا احتمال مشروط: نتساعد في البند السابق ونحسب:

$$p(2good / passexam) = \frac{p(2good \cap passexam)}{p(passexam)} = \frac{0.6^2}{0.744} = 0.484$$

www.xmath.online

شتاء 2010

أ. بما ان ورقتين من ثلاثة لديهما جهتان متطابقتان لذلك فان الاحتمال لإخراج ورقة مع جهتان متطابقتان هو: $\frac{2}{3}$

ب. او ان نخرج الورقة التي جهتاها متطابقتين وعليهما ابيض، او ان نخرج الورقة التي عليها اسود و ابيض. أي ان الاحتمال المطلوب هو:

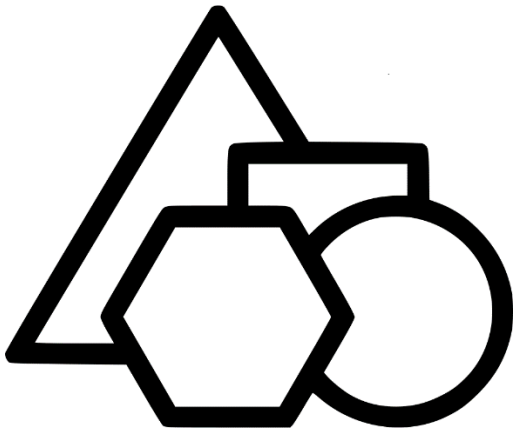
$$P = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

ج. هذا احتمال مشروط: أي ان:

$$p(bothwhite / whiteup) = \frac{p(bothwhite \cap whiteup)}{p(whiteup)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

www.xmath.online

الجزء الرابع

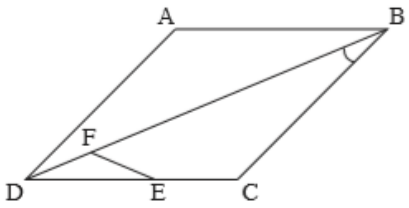


الهندسة المستوية

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

$ABCD$ هو معيَّن. النقطة E تقع على الضلع DC والنقطة F تقع على قطر المعيَّن، DB (انظر الرسم). معطى أنّ الشكل الرباعيّ $BCEF$ قابل للحصر في دائرة.



أ. (1) برهن أن $\measuredangle FED = \measuredangle CBD$.

(2) برهن أنّ المثلّث DFE هو متساوي الساقين.

ب. برهن أنّ $\Delta DFE \sim \Delta DCB$.

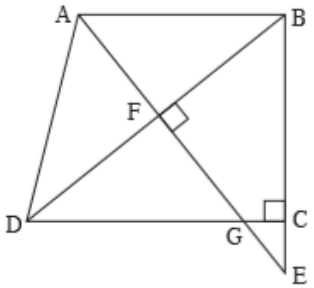
ج. معطى أن: $DB = 3DE$، مساحة المثلّث DFE هي 2 سم^2.

احسب مساحة المعيَّن $ABCD$.

www.xmath.online

صيف 2017 موعد أ

$ABCD$ هو شبه منحرف قائم الزاوية ($AB \parallel DC$ ، $\measuredangle BCD = 90°$). E هي نقطة على امتداد الضلع BC بحيث تكون القطعة AE معامدة للقطر BD ونقطعه في النقطة F. AE يقطع القطعة DC في النقطة G، كما هو موصوف في الرسم .



أ. برهن أنّ $\measuredangle AEB = \measuredangle BDC$.

معطى أنّ: $DC = BE$.

ب. برهن أنّ $\Delta DCB \cong \Delta EBA$

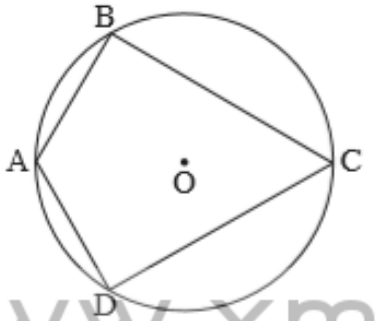
معطى أنّ $CB = 4CE$.

ج. (1) برهن أنّ: $\Delta GCE \sim \Delta ABE$.

د. (2) جد النسبة $\frac{GC}{AB}$.

شتاء 2017

معطى دالتون $ABCD$ $(BC = DC\ ,\ AB = AD)$، محصور داخل دائرة مركزها O، كما هو موصوف في الرسم. معطى أن : $\measuredangle BCD = 60°$



أ. (1) برهن أن: $\measuredangle ADC = 90°$ ، $\measuredangle ABC =$

(2) برهن أن: ΔABO هو مثلّث متساوي الأضلاع.

ب. برهن أن الشكل الرباعي $ABOD$ هو معيّن.

ج. معطى أنّ : 5 سم $= AB$. جد BC.

د. بيّن أنّ $\Delta BCD \sim \Delta ABO$.

www.xmath.online

صيف 2016 موعد ب

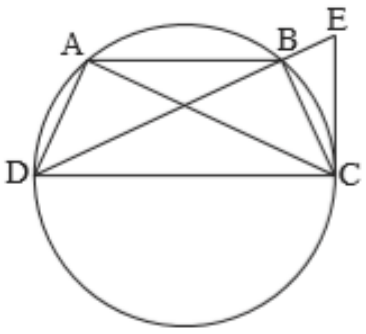
شبه المنحرف المتساوي الساقين $ABCD$ محصور في دائرة. المماسّ للدائرة في النقطة C يلتقي في النقطة E مع امتداد قطر شبه المنحرف DB. CD هو قطر في الدائرة (انظر الرسم).

أ. برهن أنّ : $\Delta DAC \sim \Delta ECD$

ب. معطى أنّ : 25سم $= AC$ ، 36 سم $= DE$.

احسب نصف قطر الدائرة .

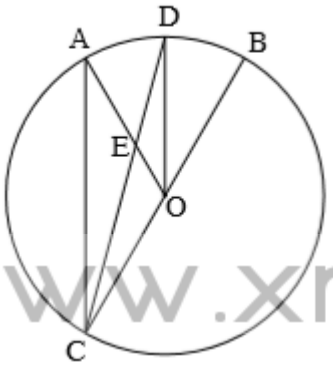
ج. احسب مساحة المثلّث DAC .



صيف 2016 موعد أ

BC هو قطر في دائرة مركزها O.

الوتر CD يقطع نصف القطر AO في النقطة E. النقطة D هي منتصف القوس AB (انظر الرسم). نرمز $\measuredangle ACD = \alpha$.



أ. (1) برهن أنّ $\measuredangle AOD = \measuredangle ACO$.

(2) برهن أنّ $DO \parallel AC$.

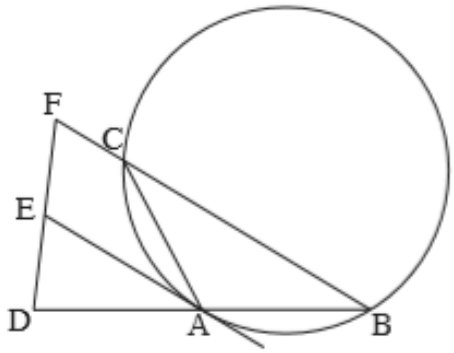
ب. (1) عبّر بدلالة α عن مقدار الزاوية DAO.

(2) جد ماذا يجب أن تكون قيمة α، حتّى يكون الشكل الرباعي $ACOD$ متوازي أضلاع. علّل.

www.xmath.online

شتاء 2016

المثلّث المتساوي الساقين $ABC (AB = AC)$ محصور داخل دائرة، النقطة D تقع على امتداد الضلع BC.



بحيث $DA = AB$.

النقطة F تقع على امتداد الضلع BC.

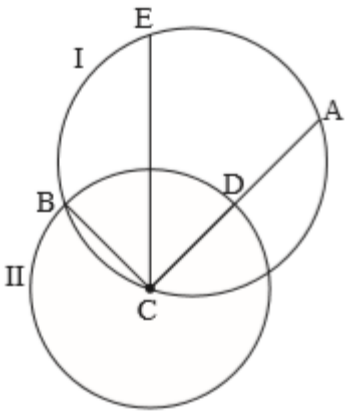
مرّروا عبر النقطة A مماسًّا للدائرة

يقطع FD في النقطة E (انظر الرسم).

أ. برهن أنّ AE هو قاعدة وسطى في المثلّث BDF.

ب. برهن أنّ $DC \perp BC$.

صيف 2015 موعد ب



النقطة B هي إحدى نقطتّي التقاطع بين دائرتين، I وII.

النقطة C هي مركز الدائرة II، وتقع هذه النقطة على محيط الدائرة I.

النقطتان A و E تقعان على محيط الدائرة I

بحيث $\widehat{EB}=\widehat{EA}$. الوتر AC يقطع الدائرة II في النقطة D

(انظر الرسم).

أ. برهن أنّ : $\Delta EBD \cong \Delta EDC$.

ب. الوتر EC يقطع الوتر AB في النقطة F .

برهن أنّ $\Delta EBF \sim \Delta ECD$.

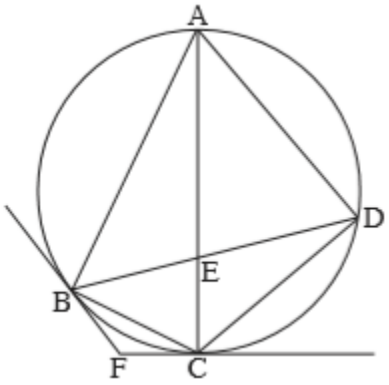
www.xmath.online

صيف 2015 موعد أ

الشكل الرباعيّ $ABCD$ محصور في دائرة. قطرا الشكل الرباعيّ يلتقيان في النقطة E .

مرّروا مماسًّا للدائرة في النقطة B ومماسًّا للدائرة في النقطة C .

يلتقي المماسّان في النقطة F (انظر الرسم).



معطى أنّ $\sphericalangle ABC = 90°$

أ. (1) برهن أنّ $\sphericalangle ADB + \sphericalangle FBC = 90°$.

(2) برهن أنّ $\sphericalangle BFC = 2 \cdot \sphericalangle ADB$.

ب. (1) برهن أن $\Delta BEC \sim \Delta AED$.

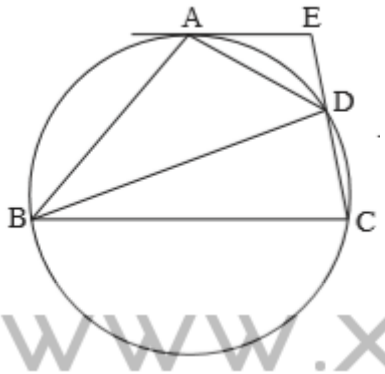
(2) معطى أيضًا أنّ $BE \cdot DE = 21$ ، $AE = 7$.

جد قطر الدائرة.

ملاحظة حلّ البند " ب " لا يتعلّق بحلّ البند " أ ".

شتاء 2015

الشكل الرباعيّ $ABCD$ محصور في دائرة. مرّروا في النقطة A مماسًّا للدائرة. المماسّ يلتقي مع امتداد CD في النقطة E (انظر الرسم). معطى أنّ : AD هو منصّف الزاوية EDB.



أ. برهن أنّ $\Delta AED \sim \Delta BAD$.

معطى أيضًا أن مساحة المثلّث BAD هي أربعة أضعاف مساحة المثلّث AED.

ب. احسب بكم ضعف محيط المثلّث BAD أكبر من محيط المثلّث AED.

ج. معطى أيضًا أنّ $AD = a$.

(1) عبر بدلالة a عن طول BD.

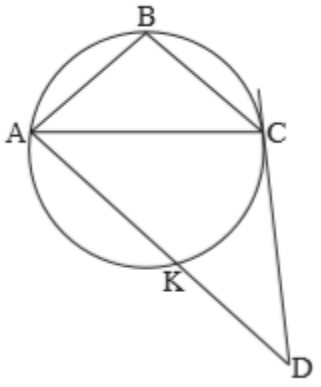
(2) جد النسبة $\frac{BD}{DE}$.

www.xmath.online

صيف 2014 موعد ب

المثلّث المتساوي الساقين (والمنفرج الزاوية) ABC $(AB = BC)$ محصور داخل دائرة. المستقيم CD يمسّ الدائرة في النقطة C.

معطى أنّ $AD \parallel BC$ (انظر الرسم).



أ. برهن أنّ المثلّث ACD هو مثلّث متساوي الساقين.

AD يقطع الدائرة في النقطة K.

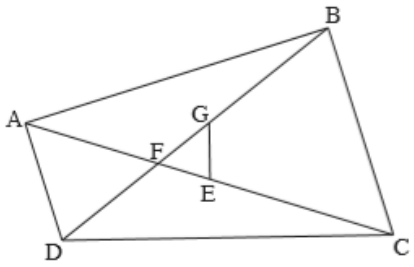
برهن أنّ:

ب. $\measuredangle CKD = \measuredangle ABC$.

جـ. $\Delta ABC \cong \Delta CKD$.

صيف 2014 موعد أ

F هي نقطة تقاطع القطرين في الشكل الرباعيّ $ABCD$. النقطة E تقع على FC، والنقطة G تقع على FB، بحيث يكون الشكل الرباعيّ $BCEG$ قابلًا للحصر في دائرة (انظر الرسم).



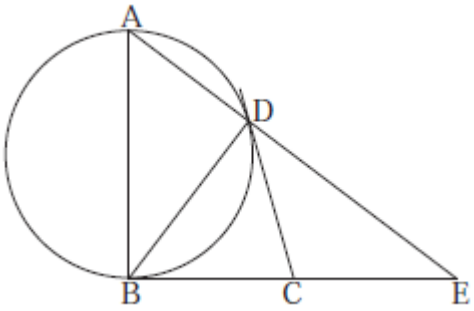
أ. برهن أنّ : $\Delta EFG \sim \Delta FBC$.

ب. معطى أنّ $\frac{AF}{FG} = \frac{DF}{FE}$.
برهن أنّ $\Delta FDA \sim \Delta FEG$.

ج. برهن أنّ $AD \parallel BC$.

www.xmath.online

شتاء 2014



CB وCD هما مماسّان لدائرة معّينة.
AB هو قطر في هذه الدائرة.
امتداد AD وامتداد BC يلتقيان في النقطة E (انظر الرسم)

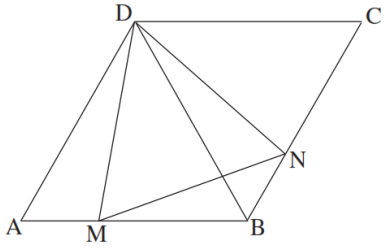
أ. برهن أن $\measuredangle DCB = 2 \cdot \measuredangle E$

ب. برهن أن $BD^2 = AD \cdot DE$

ج. برهن أن DC هو مستقيم متوسّط في المثلث BDE

صيف 2013 موعد ب

في المعين ABCD مقدار الزاوية الحادة هو 60° النقطة M تقع على الضلع AB و النقطة N تقع على الضلع BC بحيث $AM = BN$ (انظر الرسم).



أ — برهن أن $\triangle MDB \cong \triangle NDC$.

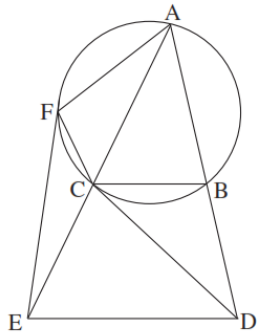
ب — برهن أن $\triangle ADM \cong \triangle BDN$.

ج- مساحة الشكل الرباعي DMBN هي S .

عبر بدلالة S عن مساحة المعين ABCD .

www.xmath.online

معطى المثلث ADE. مرروا عبر الرأس A دائرة تقطع الضلعين AD و AE في النقطتين B و C بالتلاؤم (انظر الرسم) . معطى أن:
$BC \parallel DE$ DC يمس الدائرة .



أ. (1) برهن أن $\sphericalangle EAD = \sphericalangle CDE$

(2) برهن أن $AE \cdot CE = DE^2$

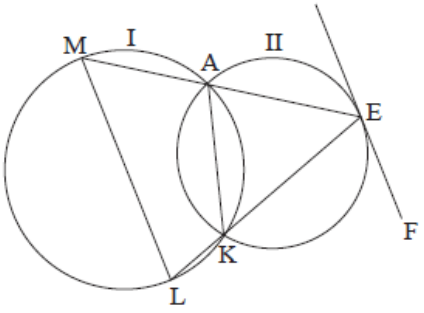
ب. مرروا عبر الرأس E مستقيماً يمس

الدائرة في النقطة F (انظر الرسم).

برهن أن $\triangle ECF \sim \triangle EFA$

ج. استعن بالبندين السابقين وبرهن أن $EF = DE$

صيف 2013 موعد أ



الشكل الرباعي AKLM محصور داخل الدائرة I . عبر الرأسين A و K مرروا الدائرة II . امتداد الضلعين MA و LK يلتقيان في النقطة E التي على محيط الدائرة II . المستقيم FE يمس الدائرة في النقطة E (أنظر الرسم).

أ. برهن ان المستقيم FE يوازي الوتر LM.

ب. برهن ان: $\triangle AEK \sim \triangle LEM$

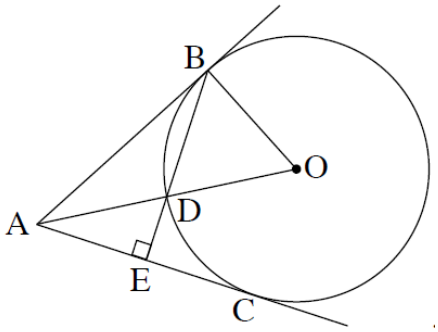
ج. معطى أن: AE=6 , KE=7 , KL=2.

www.xmath online

(1) احسب النسبة بين مساحة المثلث AEK و مساحة المثلث LEM.

(2) احسب النسبة بين مساحة المثلث AEK و مساحة المثلث AKLM.

شتاء 2013



يخرج من النقطة A مستقيم يمس في النقطة B دائرة مركزها في النقطة O. القطعة AO تقطع الدائرة في النقطة D. (أنظر الرسم).

أ. برهن أن : $\angle BOD = 2 \cdot \angle ABD$.

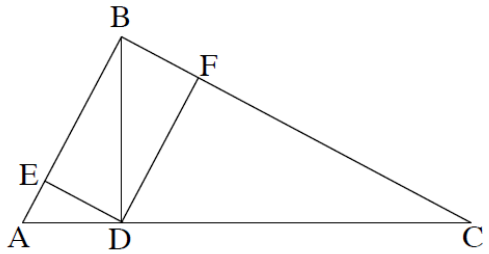
يخرج من النقطة A مستقيم آخر يمس الدائرة في النقطة C. امتداد الوتر BD يقطع AC في النقطة E (أنظر الرسم).

معطى أن $BE \perp AC$

ب. (1) برهن أن $\angle BOD = 2 \cdot \angle DAE$

(2) برهن أن BD=AD

صيف 2012 موعد ب



معطى مثلث قائم الزاوية $S\ BAC = 90^o$.

BD هو ارتفاع المثلث على الوتر AC.

F هي نقطة على BC بحيث $DF \perp BC$.

E هي نقطة على BA بحيث $DE \perp BA$.

(أنظر الرسم).

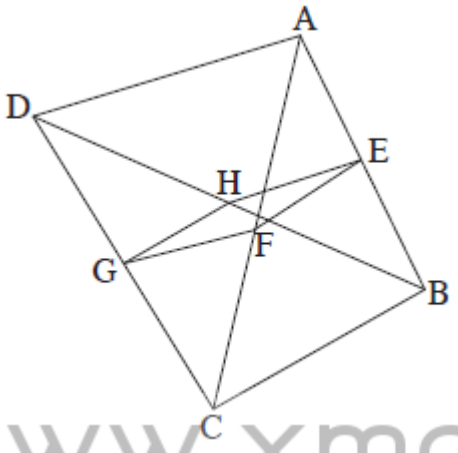
أ. برهن أن EF وBD متساويان وينصف أحدهما الآخر.

www.xmath.online

ب. برهن أن: $ED^2 = DF \cdot AE$.

صيف 2012 موعد أ

في الشكل الرباعي ABCD, النقطة E هي منتصف الضلع AB, والنقطة G هي منتصف الضلع DC النقطة F هي منتصف القطر AC
والنقطة H هي منتصف القطر DB. (انظر الرسم)



برهن أن:

أ. $EF \parallel HG$

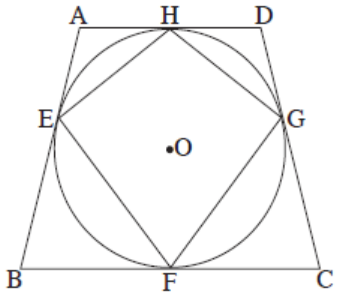
ب. $\triangle EHG \cong \triangle EFG$

www.xmath.online

معطى شبه المنحرف المتساوي الساقين ($AD \parallel BC$) ABCD

أضلاع شبه المنحرف تمس دائرة مركزها O في النقاط E, F, G, H.

برهن أن:

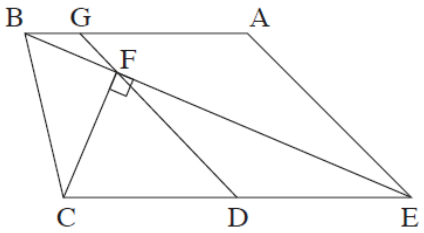


أ. $\triangle BOF \cong \triangle COF$

ب. الشكل الرباعي EHGF هو دالتون .

شتاء 2012

في شبه المنحرف ABCE ($CE \parallel BA$), F هي نقطة على القطر BE بحيث $CF \perp BE$. D هي نقطة على CE بحيث CD = ED.(أنظر الرسم).



امتداد FD يقطع AB في النقطة G.

معطى أن: EA =4سم , ED =3سم ,

EB ينصف الزاوية AEC.

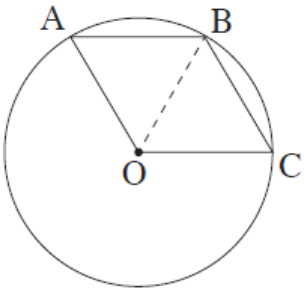
أ. برهن أن $\triangle EDF \sim \triangle BAE$.

www.xmath.online

ب. برهن أن الشكل الرباعي AGDE هو متوازي أضلاع .

ج. مساحة المثلث EDF هي S ، عبر بدلالة S عن مساحة المثلث BGF . علل

A و B و C هي نقاط على محيط دائرة مركزها O (أنظر الرسم).



معطى أن: $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COB$ $\angle ABC = \angle AOC$

أ. (1) برهن أن $\angle ABO = \angle CBO$.

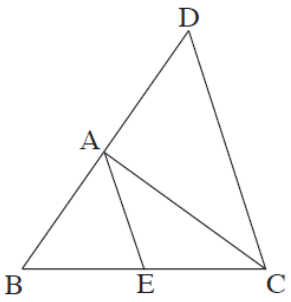
(2) برهن أن الشكل الرباعي AOCB هو معين .

D هي نقطة على القوس الكبير AC .

ب. احسب مقدار الزاوية ADC.

ج. معطى أيضا أن AC 10سم . احسب مساحة المثلث AOC. (هذا القسم يحتوي حساب مثلثات)

صيف 2011 موعد ب

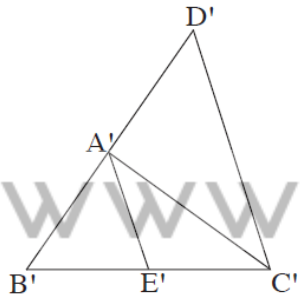


AE هو مستقيم متوسط للضلع BC في المثلث ABC.

A'E' هو مستقيم متوسط للضلع B'C' في المثلث A'B'C'.

معطى أن: $AE=A'E'$ $AC=A'C'$ $AE=A'E'$

مدوا الضلع BA حتى D بحيث $BA=AD$, و مدوا الضلع B'A' حتى D' بحيث $B'A'=A'D'$.



أ. علل لماذا $AE \parallel DC$.

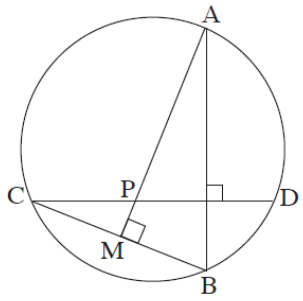
ب. برهن أن $\triangle ADC \cong \triangle A'D'C'$.

ج. برهن أن $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

www.xmath.online

النقاط A , B , C , D موجودة على محيط الدائرة.

M هي نقطة على CB . AM يقطع CD في النقطة P (أنظر الرسم).



معطى أن: $AB \perp CD$, $AM \perp CB$

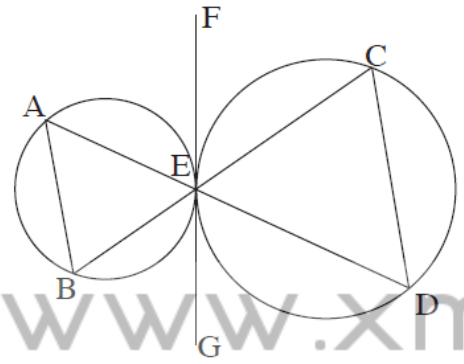
أ. برهن أن $\text{R}DCB = \text{R}MAB$.

ب. برهن أن المثلث APD متساوي الساقين.

ج. معطى أيضا أن AC=9سم وأن نصف قطر الدائرة هو 5 سم. جد مقدار زوايا المثلث PCM (هذا القسم يحتوي حساب مثلثات)

صيف 2011 موعد أ

يوجد لدائرتين مماس مشترك FG, يمس كلتيهما في النقطة E. النقطتان C وD موجودتان على محيط احدى الدائرتين، والنقطتان A وB موجودتان على محيط الدائرة الأخرى بحيث تلتقي القطعتان AD وCB في النقطة E (أنظر الرسم).



أ. برهن أن $\angle ABE = \angle GED$.

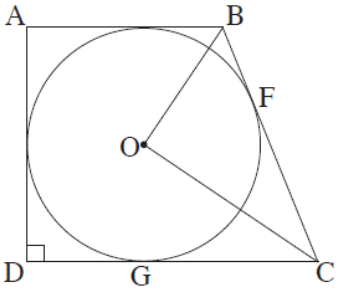
ب. برهن أن $\frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE}$.

ج. علل لماذا طول الارتفاع على الضلع CD في المثلث BCD يساوي طول الارتفاع على على الضلع CD في المثلث ACD.

www.xmath.online

في شبه المنحرف القائم الزاوية ABCD, $\angle ADC = 90^\circ$

محصورة دائرة مركزها O. الضلع DC يمس الدائرة في النقطة G.الضلع BC يمس الدائرة في النقطة F. (أنظر الرسم).



أ. (1) علل لماذا OC ينصف الزاوية BCD.

(2) برهن أن $\angle BOC = 90^\circ$ R .

ب. معطى أن $\frac{OC}{OB} = 2$, نصف قطر الدائرة المحصورة هو R.

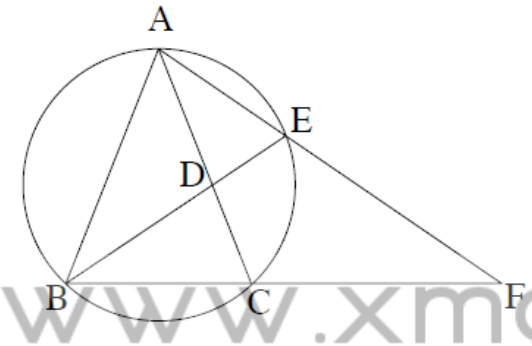
(1) جد مقدار زوايا شبه المنحرف ABCD. (هذا القسم يحتوي حساب مثلثات)

(2) عبر بدلالة R عن طول القطعة OC. (هذا القسم يحتوي حساب مثلثات)

شتاء 2011

المثلث ABC محصور داخل دائرة. الوتر BE يقطع الضلع AC في النقطة D. امتداد الوترين AE وBC يلتقيان في النقطة F, كما هو موصوف بالرسم . معطى أن:

$\angle ABE = \angle EBC = \angle AFB$. EF=16سم AF=25سم



أ. (1) برهن أن: $\triangle BAE \sim \triangle FAB$.

(2) جد طول AB (3) جد طول BF.

ب. برهن أن: $\triangle AEC \sim \triangle$ BEF.

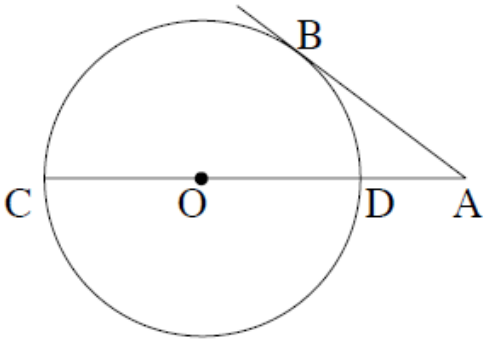
ج. جد طول CF.

www.xmath.online

معطاة دائرة مركزها O ونصف قطرها R. يخرج من النقطة A مستقيم يمس الدائرة في النقطة B, ويخرج مستقيم يقطع الدائرة في النقطتين C و D.

CD هو قطر الدائرة (أنظر الرسم).

معطى أن: $AD = \frac{2R}{3}$.

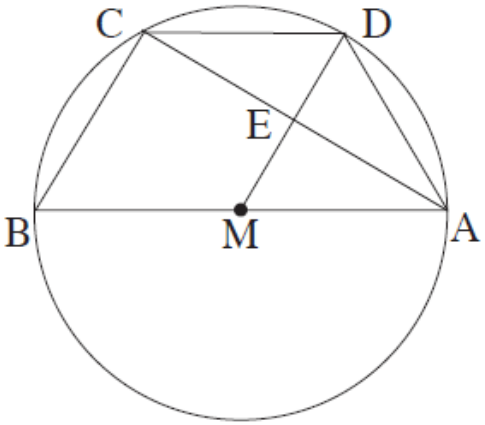


أ. عبر عن AB بدلالة R. علل.

ب. احسب مقدار الزاوية BOA. (هذا القسم يحتوي حساب مثلثات)

ج. يخرج من النقطة A مستقيم آخر يمس الدائرة في النقطة F. برهن أن $BF \perp AO$.

صيف 2010 موعد ب



الشكل الرباعي ABCD محصور داخل دائرة مركزها . AB هو قطر في الدائرة.

AC و DM يلتقيان في النقطة E (أنظر الرسم).

ومعطى أن: $CD = CB, AD = AM$

برهن أن:

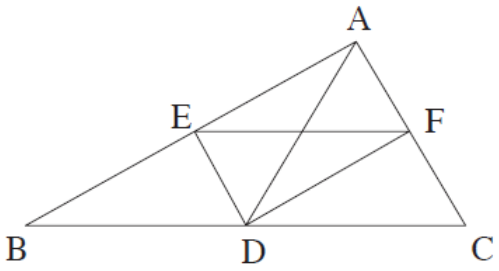
أ. $ME = ED$.

ب. $CB \parallel DM$

ج. $BM \parallel CD$

www.xmath.online

في المثلث ABC المستقيم المتوسط للضلع BC هو AD, DE هو منصف الزاوية $\angle ADB$, DF هو منصف الزاوية $\angle ADC$ (أنظر الرسم).



أ. برهن أن:

(1) $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$

(2) $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$

(3) $\triangleleft AEF = \triangleleft ABC$

ب. معطى أيضا أن $S_{BED} = 90°$.

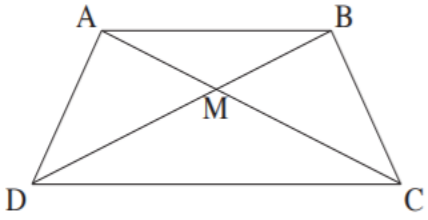
برهن أن:

(1) $AE = BE$.

(2) $ED = \frac{1}{2}AC$.

صيف 2010 موعد أ

قطرا الشكل الرباعي ABCD يتقاطعان (داخل الشكل الرباعي) في النقطة M (أنظر الرسم)
معطى ان: مساحة المثلث ABM هي 5 سم مربع، مساحة المثلث ADM هي 10سم مربع، مساحة المثلث DCM هي 20 سم مربع،



أ. جد النسبة (1) $\frac{BM}{MD}$ (2) $\frac{AM}{MC}$

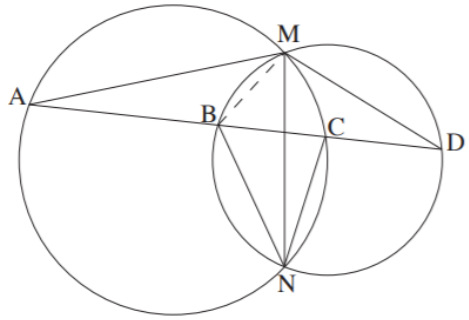
ب. (1) برهن أن $\triangle AMB \sim \triangle CMD$.
(2) برهن أن AB || DC.

ج. معطى أيضا أن الشكل الرباعي ABCD هو قابل للحصر داخل دائرة. برهن أن $\triangle ADC \cong \triangle BCD$.

www.xmath.online

تتقاطع دائرتان في النقطتين M و N. هناك مستقيم يقطع الدائرتين في النقاط D , C , B , A, كما موصوف في الرسم معطى أن:

$\angle BNC = \alpha$
$\angle BNM = \beta$



أ. عبر بدلالة α و β (حسب الحاجة):

(1) عن $\angle$MDB . علل.

(2) عن $\angle MAC$. علل.

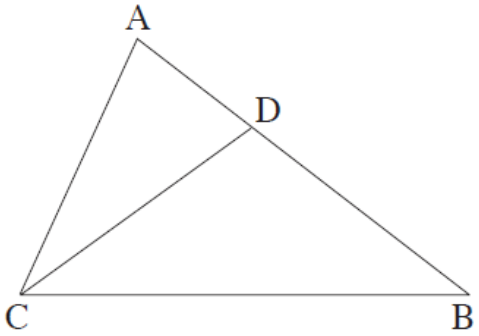
(3) عن $\angle$AMD .

ب. هل الشكل الرباعي AMDN هو قابل للحصر داخل دائرة؟ علل.

شتاء 2010

CD هو منصف الزاوية ACB في المثلث ABC. (أنظر الرسم). معطى أن:

$\angle ACB = 2\angle ABC$ AB =32سم AC =20سم



أ. (1) برهن أن: $\triangle ACB \sim \triangle ADC$.

(2) جد طول القطعة AD.

(3) جد طول الضلع BC.

ب. النقطة F هي منتصف الضلع BC.

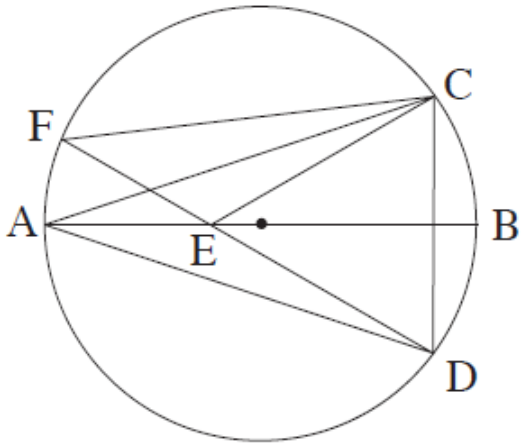
برهن أن: $DF \perp BC$.

www.xmath.online

المثلثان CAD و CFD محصوران داخل دائرة.

AB هو قطر في هذه الدائرة، و هو يقطع الضلع FD في النقطة E (أنظر الرسم).

معطى أن: $CD \perp AB$.



أ. برهن أن المثلث CAD هو متساوي الساقين.

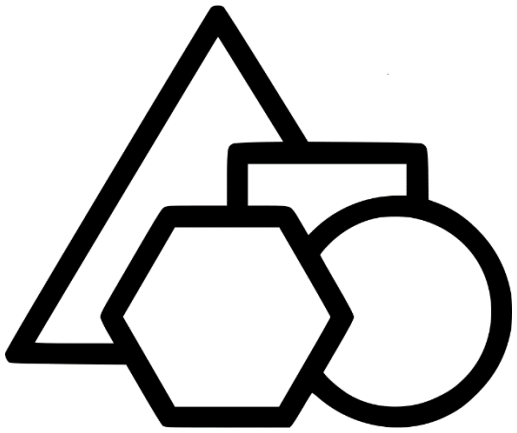
ب. برهن أن: $\triangle CAE \cong \triangle DAE$.

ج. برهن أن: $\angle ACF = \angle ACE$.

www.xmath.online

إجابات تمارين

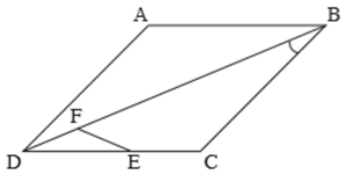
www.xmath.online



الهندسة المستوية

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب



أ. (1) نفرض $\measuredangle CBD = \alpha$

$\Downarrow$

$\measuredangle FEC = 180 - \alpha$ " الشكل الرباعي قابل للحصر

داخل الدائرة لذلك مجموع كل زاويتين متقابلتين $180°$"

$\measuredangle FED = 180° - \measuredangle FEC$ بالتجاور

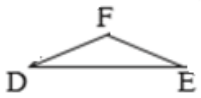
$\measuredangle FED = 180° - (180° - \alpha)$

www.xmath.online

$\measuredangle CBD = \measuredangle FED \Leftarrow \measuredangle FED = \alpha$

(2) أضلاع المعين متساوية $DC = BC \Leftarrow$

ΔDCB متساوي الساقين



$\Downarrow$

$\measuredangle BDC = \measuredangle DBC = \alpha$

$\measuredangle FDE = \measuredangle FED$

$\Downarrow$

المثلث DFE متساوي الساقين

ب. في ΔDCB : $\measuredangle BDC = \measuredangle DBC = \alpha$

في ΔDFE : $\measuredangle FDE = \measuredangle FED = \alpha$

$\Downarrow$

حسب نظرية (زاوية — زاوية) المثلثان متشابهان $\Delta DFE \sim \Delta DCB$

ج. $DB = 3DE$

$\Downarrow$

$\frac{DB}{DE} = 3$ " نسبة التشابه بين ΔDCB و ΔDFE "

$\Downarrow$

$\frac{S_{\Delta DCB}}{S_{\Delta DFE}} = 3^2 = 9$ " النسبة بين المساحات تساوي تربيع نسبة التشابه "

$S_{\Delta DCB} = 9S_{\Delta DFE} = 9 \cdot 2 = 18$ $\boxed{= 2 \cdot S_{\Delta DCB} = 2 \cdot 18 = 36}$ مساحة المعين

www.xmath.online

صيف 2017 موعداً

	أ.	
7	$\measuredangle AEB = \alpha$	نفرض
8	$\measuredangle BCD = 90°$	معطى
9	$\measuredangle ECG = 90°$	بالتجاور
10		
11	$\measuredangle CGE = 90° - \alpha$	مجموع زوايا ΔGCE
12	$\measuredangle FGD = 90° - \alpha$	تقابل بالرأس
13	$AE \perp BD$	معطى
14	$\measuredangle BDC = \alpha$	مجموع زوايا ΔGDF

15	$\measuredangle AEB = \measuredangle BCD = \alpha$	
	ب.	
16	$DC = BE$	معطى
17		حسب فرع أ $\measuredangle AEB = \measuredangle BDC = \alpha$
18		
19	$\measuredangle EBA = \measuredangle BCD = 90°$	
20	$\Delta DCB \cong \Delta EBA$	حسب (ز . ض . ز)
	ج. (1)	
21		
22		$\measuredangle E$ مشتركة حسب ز . ز $\measuredangle ABE = \measuredangle GCE = 90°$ $\Delta GCE \sim \Delta ABE$
	ج. (2)	
23	$CB = 4CE$	معطى
24	$\frac{GC}{AB} = \frac{1}{5}$	حسب التناسب

www.xmath.online

شتاء 2017

	أ.(1)	
5	دالتون $ABCD$	معطى
6	$\measuredangle ABC = \measuredangle ADC$	زوايا جانبية في الدالتون متساوية
7	$\measuredangle ABC + \measuredangle ADC = 180°$	مجموع زاويتان متقابلتان في شكل رباعي محصور في دائرة
8	$\measuredangle ABC + \measuredangle ADC = 90°$	
	(2)	
9	$\measuredangle BCD = 60°$	معطى قطر رئيسي بنصف زوايا الدالتون
10	$\measuredangle BCA = 30°$	تقابل بالرأس
11		
12	$\measuredangle BOA = 60°$	زوايا مركزية تساوي ضعف المحيطية على نفس القوس .
13	$OB = OA$	انصاف أقطار
14	ΔABO مثلث متساوي الاضلاع	مثلث متساوي الساقين مع زاوية $60°$.
	ب.	
15	$OB = EA$	أنصاف أقطار

www.xmath.online

16	$AB = AD$	معطى من الدالتون
17	$OB = AB = AD = OD$	
18	معين $ABOD$	شكل رباعي أضلاعه متساوية هو معين.
	ج.	
19		
20	$AC = 2AB = 10$	في ΔABC الضلع القائم المقابل للزاوية $30°$ يساوي نصف الوتر
21	$BC = x$	حسب نظرية فيثاغورس في ΔABC $10^2 = 5^2 + x^2$ $75 = x^2$ $\sqrt{75} = x$
22	$\measuredangle BAC = \measuredangle BDC = 60°$	زوايا محيطية متساوية على القوس BC
23	$\measuredangle BOA = \measuredangle BCD = 60°$	معطى ومن الفرع أ (2)
24		حسب نظرية زاوية — زاوية المثلثان متشابهان

www.xmath.online

صيف 2016 موعد ب

	أ.	
7	قطر CD	معطى
8	مماس EC C	معطى
9	$\measuredangle DAC = 90°$	زاوية محيطية على القطر
10	$\measuredangle ECD = 90°$	المماس معامد نصف القطر
11	$\measuredangle ECD = \measuredangle DAC = 90°$	
12	شبه منحرف متساوي $ABCD$ الساقين	معطى
13		
14	$BC = AD$	ساقي شبه المنحرف متساويان
15	$\measuredangle EDC = \measuredangle ACD$	مقابل أوتار متساوية توجد زوايا محيطية متساوية
16	$\Delta DAC \sim \Delta ECD$	(حسب زاوية — زاوية)
	ب.	
17	$\frac{DA}{EC} = \frac{DC}{ED} = \frac{AC}{CD}$	حسب التشابه السابق
18	$AC = 25$	معطى

www.xmath.online

19	$DE = 36$	معطى
20		$DC^2 = AC \cdot DE$ $DC^2 = 25.36$ $\Leftarrow \frac{DC}{ED} = \frac{AC}{CD}$ $DC = \sqrt{25.36}$ $DC = 30$ DC قطر، $R = \frac{30}{2} = 15$ نصف القطر

ج. حسب فيثا غوروس $DE = \sqrt{275}$

www.xmath.online

مساحة المثلث : $S_{\triangle DAC} = \frac{25 \cdot \sqrt{275}}{2} = 207.3$

صيف 2016 موعد أ

	أ.	
4	(1)	
5	$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB}$	معطى
6	$\measuredangle ACD = \alpha$	معطى
7	$\measuredangle DCB = \measuredangle ACD = \alpha$	محيطيتان على أقواس متساوية
8	$\measuredangle ACO = 2\alpha$	مجموع زوايا

9	$\measuredangle AOD = 2\alpha$	زاوية مركزية تساوي ضعف المحيطية على نفس القوس
10	$\measuredangle ACO = \measuredangle AOD = 2\alpha$	
	(2)	
11	$\measuredangle DOB = 2\alpha$	على أقواس متساوية توجد زوايا مركزية متساوية
12	$\measuredangle ACO = \measuredangle DOB = 2\alpha$	زوايا متناظرة متساوية إذا المستقيمان متوازيان
13	$AC \parallel DO$	
	ب.(1)	
14	$AO = DO$	أنصاف أقطار دائرة
15	$\measuredangle DAO = 90° - \alpha$	حسب مجموع زوايا

www.xmath.online

ب(2) لكي يكون شكل رباعي متوازي أضلاع على كل ضلعين متقابلين أن يكونا متوازيان. أي مجموع كل زاويتان أحاديتا الجانب 180.

$$\measuredangle DAC + \measuredangle ACO = 180°$$

$$\measuredangle DAO + \measuredangle OAC \measuredangle ACO = 180°$$

$$90 - \alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180°$$

$$3\alpha = 90 \Rightarrow \alpha = 30°$$

شتاء 2016

	أ.	
4	EA مماس للدائرة في A	معطى
5	$\measuredangle EAC = \measuredangle B$	زاوية بين مماس ووتر
6	$AC = AB$	معطى
7	$\measuredangle ACB = \measuredangle B$	مقابل أضلاع متساوية زوايا متساوية في
8	$\measuredangle ACB = \measuredangle EAC$	
9	$AE \parallel BC$	اذا كانت زاويتان متبادلتان متساويتان اذا المستقيمان متوازيان .
10	$DA = AB$	
11	AB قطعة وسطى في ΔBDF	لأنه يخرج من منصف ضلع ويوازي الضلع المقابل
	ب.	
11		
12	$DC \perp BC$	إذا كان الضلع المتوسط مساوي لمنصف الضلع المقابل له يكون المثلث قائم الزاوية.

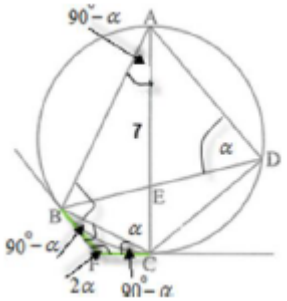
www.xmath.online

صيف 2015 موعد ب

	أ.	
3		
4	$CB = CD$	أنصاف أقطار في الدائرة II
5	$\overset{\frown}{EB} = \overset{\frown}{EA}$	معطى
6	$\measuredangle BCE = \measuredangle DCE$	على أقواس متساوية في الدائرة I توجد زوايا محيطية متساوية
7	$EC = EC$	ضلع مشترك
8	$\Delta EBC \sim \Delta EDC$	حسب (ض.ز.ض) المثلثان متطابقان
	ب.	
9	$\measuredangle BEC = \measuredangle DEC$	زوايا متساوية من التطابق السابق
10	$\measuredangle EBA = \measuredangle ECA$	زوايا محيطية على القوس $\overset{\frown}{EA}$ في الدائرة I
11	$\Delta EBF \sim \Delta ECD$	حسب (زاوية — زاوية) المثلثان متشابهان

www.xmath.online

صيف 2015 موعد أ



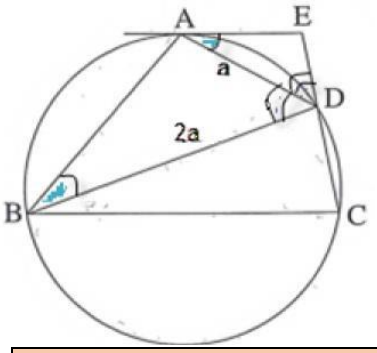
	أ.(1)	
5	$\measuredangle ADB=\alpha$	نفرض
6	$\measuredangle ACB=\measuredangle ADB=\alpha$	زوايا محيطية على قوس $\overset{\frown}{AB}$
7	$\measuredangle ABC=90^\circ$	معطى
8	$\measuredangle ADB=90^\circ-\alpha$	مجموع زوايا مثلث ΔABC
9		
10	$\measuredangle FBC=\measuredangle BAC=90^\circ-\alpha$	زاوية بين مماس ووتر تساوي المحيطية المقابلة للوتر
11	$\measuredangle ADB=\measuredangle FBC=90^\circ$ $\alpha+90^\circ-\alpha-90^\circ$	
	(2)	
12	FC مماس في C	معطى
13	$FB=FC$ $\measuredangle CBF=\measuredangle BCF=90^\circ-\alpha$ (زوايا قاعدة)	مماس للدائرة من نفس النقطة ينتج مثلث متساوي الساقين
14	$\measuredangle BFC=2\alpha$	مجموع زوايا ΔFBC
15	$\measuredangle BFC=2\cdot\measuredangle ADB$	
	ب. (1)	
16	$\measuredangle AED=\measuredangle BEC$	تقابل بالرأس
17	$\Delta BEC\sim\Delta AED$	حسب (ز.ز) يتشابهان
	(2)	

www.xmath.online

18	$\frac{BE}{AE}=\frac{BC}{AD}=\frac{EC}{ED}$	نسبة التشابه
19	$BE\cdot DE=AE\cdot EC$	حسابات
20	$BE\cdot DE=21$	معطى
21	$AE=7$	معطى
22	$EC=3$	حساب
23	$AC=10$	مجموع ضلعين AE و EC
24	$AC=2R=10$	مقابل زاوية محيطية قائمة
25		

www.xmath.online

شتاء 2015



www.xmath.online

	أ.	
5		
6	$\measuredangle EAD = \measuredangle ABD$	زاوية بين مماس ووتر تساوي المحيطية المقابلة للوتر
7	$\measuredangle EDA = \measuredangle ADB$	معطى
8	$\Delta AED \sim \Delta BAD$	حسب زاوية – زاوية متشابهان
	ب.	
9	$\frac{S_{\Delta BAD}}{S_{\Delta AED}} = 4$	معطى
10	$\frac{BA}{AE} = \frac{BD}{AD} = \frac{AD}{ED} = 2$	النسبة بين المساحات هي تربيع نسبة التشابه
11	$\frac{P_{\Delta BAD}}{P_{\Delta AED}} = 2$	النسبة بين المحيطات تساوي نسبة التشابه
	ج.(1)	

12	$\frac{BD}{AD}=2$ $\frac{BD}{a}=2$ $BD=2a$	$\frac{AD}{ED}=2$ $ED=\frac{a}{2}$
13	$\frac{BD}{DE}=\frac{2a}{\frac{a}{2}}=4a$	

www.xmath.online

صيف 2014 موعد ب

أ. نرمز $\measuredangle ABC=\alpha$، و نحصل على: $\measuredangle BCA=\measuredangle BAC=90°-\frac{\alpha}{2}$ (BCA هو مثلّث متساوي الساقين)

حسب المعطى $AD \parallel BC$

$\Downarrow$

$\measuredangle BCA=\measuredangle CAD=90°-\frac{\alpha}{2}$ متبادلتان بين مستقيمين متوازيين متساويين.

$\measuredangle ABC=\measuredangle ACD=\alpha$ الزاوية بين المماسّ والوتر تساوي الزاوية المحيطي التي تستند على هذا الوتر من جهته الثانية.

في المثلّث ADC يتحقّق: $\measuredangle ADC=180°-(\measuredangle ACD+\measuredangle CAD)$

$\Downarrow$

$$\measuredangle ADC=180°-(\alpha+90°-\frac{\alpha}{2})=90°-\frac{\alpha}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\measuredangle ADC = \measuredangle CAD = 90° - \frac{\alpha}{2}$$

$$\Downarrow$$

$AC = DC$ في المثلّث مقابل الزوايا المتساوية أضلاع متساوية

ب.الشكل الرباعيّ $AKCB$ محصور داخل دائرة، لذلك : $\measuredangle AKC = 180° - \alpha$

مجموع الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعيّ

المحصور داخل دائرة يساوي $180°$

www.xmath.online

$$\measuredangle CKD = 180° - \measuredangle AKC = \alpha$$

مجموع الزاويتين المتجاورتين هو $180°$

$$\angle CKD = \angle ABC = \alpha$$

ج. $\measuredangle KCD = \measuredangle CAK = 90° - \frac{\alpha}{2}$

الزاوية بين المماسّ والوتر تساوي الزاوية المحيطية المقابلة للوتر

وجدنا في البند "أ" : $\measuredangle KDC = 90° - \frac{\alpha}{2}$

من هنا: $\measuredangle BCA = \measuredangle BAC = \measuredangle KCD = \measuredangle KDC$

وجدنا أيضًا أن : $AC = DC$

من هنا $\Delta ABC \cong \Delta CKD$ حسب ز.ض.ز.

صيف 2014 موعد أ

أ. $\measuredangle GEC + \measuredangle GBC = 180°$ مجموع الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي القابل للحصر هو $180°$

$\measuredangle GEC + \measuredangle GEF = 180°$ مجموع الزاويتين المتجاورتين هو $180°$

$\Downarrow$

من هنا: $\measuredangle GEF = \measuredangle GBC$

$\measuredangle BFC = \measuredangle GFE$ زاوية مشتركة للمثلثين

$\Downarrow$

www.xmath.online

من هنا: $\Delta FEG \sim \Delta FBC$ (ز. ز.)

ب. معطى أن: $\frac{AF}{FG} = \frac{DF}{FE}$

$\measuredangle AFD = \measuredangle GFE$ الزاويتان المتقابلتان بالرأس متساويتان

$\Downarrow$

$\Delta FDA \sim \Delta FEG$ (ض. ز. ض)

ج. $\Delta FDA \sim \Delta FEG$ برهن في البند " ب "

$\Downarrow$

$\measuredangle GEF = \measuredangle ADF$ زاويتان متناظرتان في مثلثين متشابهين

برهن في البند "أ" $\measuredangle GEF = \measuredangle GBC$

$\Downarrow$

$\measuredangle ADF = \measuredangle GBC = \measuredangle DBC$

$\Downarrow$

$AD \parallel BC$ إذا كانت الزاويتان المتبادلتان متساويتين، فإن المستقيمين متوازيان

www.xmath.online

شتاء 2014

أ. $\measuredangle ABE = 90°$ مماس معامد لنصف القطر في نقطة التماس

$\Downarrow$

$\measuredangle A = 90° - \measuredangle E$ مجموع زوايا المثلث هو $180°$

$\measuredangle A = \measuredangle BDC = \measuredangle DBC$ زاوية بين مماس و وتر

$\Downarrow$

$\measuredangle BDC = \measuredangle DBC = 90° - \measuredangle E$

من هنا: $\measuredangle DCB = 180° - 2 \cdot (90° - \measuredangle E)$

$\Downarrow$

$\measuredangle DCB = 2 \cdot \measuredangle E$

ب. $\measuredangle ADB = 90^\circ$ زاوية محيطية تستند إلى قطر الدائرة

$\Downarrow$

BD ارتقاع على وتر في المثلث ABE

$\Downarrow$

$BD^2 = AD \cdot DE$ الارتفاع على الوتر في المثلث القائم الزاوية

هو معدّل هندّسي لمسقطي الضلعين القائمين على الوتر

ج. في البند "أ" برهنّا أنّ: $\measuredangle DCB = 2 \cdot \measuredangle E$

www.xmath.online

$\measuredangle DCB = \measuredangle CDE + \measuredangle E$ الزاوية الخارجية للمثلث تساوي مجموع

الزاويتين في المثلث غير المجاورتين لها

من هنا $\measuredangle CDE = \measuredangle E$

$\Downarrow$

$DC = CE$ مقابل الزاوية المتساوية في المثلث توجد أضلاع متساوية

$DC = BC$ المماسان للدائرة اللذان يخرجان من نقطة واحدة متساويان

من هنا $BC = CE$

$\Downarrow$

DC هو مستقيم متوسط في المثلث BDE

صيف 2013 موعد ب

أ . بما أن الزاوية $\sphericalangle DAB = 60^\circ$ و $AD = AB$

$\Downarrow$

$\triangle ADB$ هو مثلث متساوي الأضلاع مقدار زواياه 60°

$\Downarrow$

$AD = DB$

www.xmath.online

$\Downarrow$

$DB = DC$ كل أضلاع المعين متساوية

$\text{S}\,DCN = \text{S}\,DBM = 60^\circ$ $V ADB$ هو متساوي الأضلاع

$MB = CN$ لأن $AM = BN$ وجميع اضلاع المعين متساوية

لذلك: $\triangle MDB \cong \triangle NDC$ حسب ض.ز.ض

ب . وجدنا في الفرع أن: $AD = DB$

و حسب المعطى: $AM = BN$

$\triangle CDB$ $\sphericalangle DBN = 60^\circ$ متساوي الأضلاع

$\Downarrow$

$\sphericalangle DAM = \sphericalangle DBN$

لذلك: $\triangle ADM \cong \triangle BDN$ حسب ض.ز.ض .

ج- أولاً: $S_{\triangle MDB} = S_{\triangle NDC}$ و $S_{\triangle ADM} = S_{\triangle BDN}$ (المثلثات متطابقة)

ثانياً: كما و أن الشكل الرباعي DMBN مكون من المثلثين MDB و BDN لذلك :

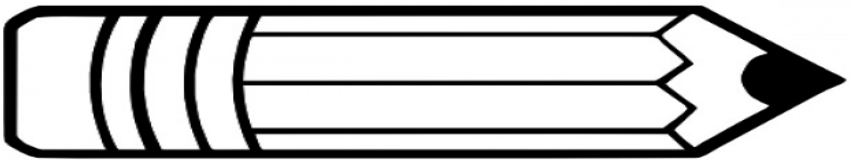
$$S = S_{\triangle MDB} + S_{\triangle BDN}$$
$$S = S_{\triangle NDC} + S_{\triangle ADM}$$

حسب أولاً و ثانياً ينتج:

www.xmath.online

$$S_{(\square)} = S_{\triangle MDB} + S_{\triangle BDN} + S_{\triangle NDC} + S_{\triangle ADM}$$
$$\Downarrow$$
$$S_{(\square)} = 2 \cdot S$$

$S_{(\square)}$: مساحة المعين.



أ (1) $\sphericalangle EAD = \sphericalangle BCD$

الزاوية بين المماس والوتر تساوي الزاوية المحيطية التي تستند على هذا الوتر

$\sphericalangle BCD = \sphericalangle CDE$ زاويتان متبادلتان بين متوازيين

من هنا: $\sphericalangle EAD = \sphericalangle CDE$

(2) حسب البند أ: $\sphericalangle EAD = \sphericalangle CDE$

$\sphericalangle AED$ مشتركة

من هنا: $\triangle EAD \sim \triangle EDC$ حسب ز.ز

$\Downarrow$

نسب الأضلاع في المثلثين المتشابهين تحقق: $\frac{AE}{DE} = \frac{DE}{CE}$ (ضرب تبادلي)

www.xmath.online

$\Downarrow$

$$AE \cdot CE = DE^2$$

ب . $\sphericalangle FAC = \sphericalangle EFC$ الزاوية بين المماس والوتر تساوي الزاوية المحيطية التي تستند على هذا الوتر.

$\sphericalangle FEA$ مشتركة

من هنا: $\triangle ECF \sim \triangle EFA$ حسب ز.ز.

ج- من التشابه الذي في البند ب

ينتج أن:

$$\frac{EF}{CE}=\frac{AE}{EF}$$
$$\Downarrow$$
$$AE\cdot CE=EF^2$$

في البند -أ برهنا أن $AE\cdot CE=DE^2$

لذلك: $EF=DE$

www.xmath.online

صيف 2013 موعد أ

$\sphericalangle FEK=\sphericalangle EAK=\alpha$ الزاوية بين المماس والوتر تساوي الزاوية المحيطية التي تستند على هذا الوتر من جهته الثانية.

$\sphericalangle MAK=180^\circ-\alpha$ زاويتان متجاورتان مجموعهما 180.

$$\Downarrow$$

$\sphericalangle MLK=\alpha$ مجموع الزاويتين المتقابلتين في شكل رباعي محصور في دائرة هو 180.

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle MLK=\sphericalangle FEK$$

$$\Downarrow$$

$LM\parallel FE$: الزاويتان المتبادلتان متساويتان, ولذلك المستقيمان متوازيان.

حسب البند "أ": $\sphericalangle EAK=\sphericalangle ELM=\alpha$

$\sphericalangle E$ مشتركة

لذلك: $\triangle AEK \sim \triangle LEM$ حسب ز.ز

ج.(1) $\frac{S_{\triangle AEK}}{S_{\triangle LEM}} = (\frac{AE}{LE})^2$ في المثلثين المتشابهين النسبة بين المساحتين تساوي تربيع نسبة التشابه.

حسب المعطى: $AE = 6 \quad KL = 2 \quad KE = 7$

$$LE = KL + KE$$

من هنا: $\frac{S_{\triangle AEK}}{S_{\triangle LEM}} = (\frac{6}{2+7})^2 = \frac{4}{9}$

www.xmath.online

(2) I) $S_{\triangle LEM} = \frac{9}{4} S_{\triangle AEK}$

II) $S_{\square AKLM} = S_{\triangle LEM} - S_{\triangle AEK}$

من I ومن II ينتج:

$$S_{\square AKLM} = \frac{5}{4} S_{\triangle AEK}$$

$$\frac{S_{\triangle AEK}}{S_{\square AKLM}} = \frac{S_{\triangle AEK}}{\frac{5}{4} S_{\triangle AEK}} = \frac{4}{5}$$

شتاء 2013

أ- نفرض $\measuredangle ABD = \alpha$

الزاوية المحيطية المقابلة للوتر BD تساوي الزاوية التي تقع بين مماس للدائرة و الوتر BD

لكن: $\measuredangle BOD$ مركزية على الوتر BD

لذلك:

$$\Downarrow$$
$$\measuredangle BOD = 2\alpha$$
$$\Downarrow$$
$$\measuredangle BOD = 2\measuredangle ABD$$

www.xmath.online

ب .(1) في المثلث $VDOA$ المتساوي الساقين لأن: $(OD = OB)$ - انصاف اقطار

$$\measuredangle BOD = 2\alpha$$
$$\Downarrow$$
من مجموع زوايا المثلث $\measuredangle ODB = \measuredangle OBD = 90^\circ - \alpha$

كذلك: $\measuredangle ADE = \measuredangle ODB = 90^\circ - \alpha$ بالتقابل بالرأس

في المثلث $\triangle ADE$

$$\measuredangle ADE = 90 - \alpha, \measuredangle AED = 90$$
$$\Downarrow$$
$$\measuredangle DAE = \alpha$$

(من مجموع زوايا المثلث $\triangle ADE$)

ينتج:

$$\Downarrow$$
$$\measuredangle BOD = 2\measuredangle DAE$$

ب .(2)

AOهي القطعة الواصلة بين مركز الدائرة O و A نقطة خروج المماسين AB,AC

الزاوية $\measuredangle CAB$ -(يمكن استخدام خصائص الدالتون ABOC)

$$\Downarrow$$
$$\measuredangle CAO = \measuredangle BAO = \alpha$$

اعتماداً على الفرع أ في المثلث $\triangle ADB$ ($\measuredangle DAB = \measuredangle DBA = \alpha$)

فأن $\triangle ADB$ متساوي ساقين

www.xmath.online

$$\Downarrow$$
$$BD = AD$$

صيف 2012 موعد ب

أ. في الشكل الرباعي $EBFD$

$\measuredangle EBF = 90^\circ$ معطى أن $\triangle ABC$ قائم الزاوية

$\measuredangle BFD = 90^\circ$ معطى $DF \perp BC$

$\measuredangle DEB = 90^\circ$ معطى $DE \perp BA$

$\measuredangle EDF = 90^\circ$ مجموع زوايا الشكل الرباعي 360

إذا أربع زوايا قائمة لذلك الشكل الرباعي $EBFD$ هو مستطيل

ومعلوم أن: اقطار المستطيل متساوية وينصف كل منهما الآخر

إذا: EF وBD متساويان وينصف أحدهما الآخر.

ب.نفرض $S\ EAD = \alpha$

$\Downarrow$

$\sphericalangle ABD = 90 - \alpha$ (في المثلث $\triangle ADB$ القائم – ومن مجموع زوايا المثلث)

ونستنتج أيضاً من السابق:

في المثلث $VBDE$

$\Downarrow$

$\sphericalangle BDE = \alpha$

www.xmath.online

إذا:

$\sphericalangle EAD = \sphericalangle BDE = \alpha$

$\sphericalangle BED = \sphericalangle AED = 90^\circ$

حسب ز.ز $\triangle AED \sim \triangle DEB$

$$\frac{AE}{ED} = \frac{ED}{EB}$$

من التشابه: $ED^2 = AE \cdot EB$ ($EB = DF$ اضلاع متقابلة في مستطيل).

$ED^2 = DF \cdot AE$

صيف 2012 موعد أ

أ. في $\triangle ABC$

$AE = EB$ معطى E تقع في منتصف AB

$AF = FC$ معطى F تقع في منتصف AC

$\Downarrow$

EF قاعدة وسطى

ينتج:

$\Downarrow$

$EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2} BC$

www.xmath.online

وفي $\triangle DCB$

$DG = GC$ معطى G تقع في منتصف DC

$DH = HB$ معطى H تقع في منتصف DB

$\Downarrow$

GH قاعدة وسطى

ينتج:

$\Downarrow$

$GH \parallel BC, GH = \frac{1}{2} BC$

إذا بالتعدي $EF \parallel HG$

ب.

EH قاعدة وسطى في المثلث $\triangle ABD$

$\Downarrow$

$EH = \frac{1}{2} DA$

GF قاعدة وسطى في المثلث $VABD$

$\Downarrow$

$GF = \frac{1}{2}D$

ومن الفرع أ — $EF = GH$

EG ضلع مشترك

حسب ض.ض.ض $\triangle EHG \cong \triangle EFG$

www.xmath.online

أ.الشكل الرباعي $OGCF$ دالتون

لأن $OG = OF = R$ انصاف قطر

$FC = GC$ مماسان للدائرة من نفس النقطة

$\Downarrow$

OC ينصف الزاوية -C | القطر الرئيسي في الدالتون ينصف الزوايا

$\Downarrow$

$\sphericalangle FCO = \frac{1}{2}\sphericalangle BCD$

** وايضا كما برهنا سابقاً الشكل الرباعي $OEBF$ دالتون

و OB ينصف الزاوية - B

$\Downarrow$

$$\sphericalangle FBO = \sphericalangle EBO$$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle FBO = \frac{1}{2}\sphericalangle CBA$$

وبما أن زوايا قاعدة شبه المنحرف متساوي الساقين متساوية فإنه

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle FCO = \sphericalangle FBO = \alpha$$

$\sphericalangle OFC = \sphericalangle OFB = 90^\circ$ الزاوية بين مماس ونصف قطر الدائرة قائمة

$\sphericalangle FOC = \sphericalangle FOB = 90 - \alpha$ مجموع زوايا المثلث 180

www.xmath.online

OF ضلع مشترك

$$\Downarrow$$

$\triangle BOF \cong \triangle COF$ حسب ز.ض.ز

ب. من التطابق السابق في البند أ

$$FC = FB$$

$FB = BE, FC = CG$ المماسان الخارجان من نفس النقطة للدائرة متساويان

$$\Downarrow$$

$$FC = FB = BE = CG$$

وبما ان شبه المنحرف متساوي الساقين

فان $\sphericalangle B = \sphericalangle C$

ينتج:

$$\Downarrow$$

حسب ض.ز.ض $\triangle EBF \cong \triangle GCF$

من التطابق: $EF = GF$

وبما أن $AB = DC$ ساقان في شبه منحرف متساوي الساقين

و — $GC = FB$

$$\Downarrow$$

$$AE = DG$$

ينتج أيضا من أن $DG = DH, AH = AE$

www.xmath.online

(المماسان الخارجان من نفس النقطة للدائرة متساويان)

$$\Downarrow$$

$$AE = DG = DH = AH$$

زوايا قاعدة شبه المنحرف متساوي الساقين متساوية $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CDA$

فانه حسب ض.ز.ض

$$\triangle EAH \cong \triangle GDH$$

$$\Downarrow$$

من التطابق $EH = GH$

حصلنا على أن $EH = GH, EF = GF$

الشكل الرباعي $EHGF$ دالتون

شتاء 2012

أ. نفرض $\measuredangle AEC = 2\alpha$

إذا: $\measuredangle DEF = \measuredangle AEB = \alpha$ لان EB ينصف الزاوية $\measuredangle AEC$

في المثلث $\triangle CFE$ القائم

$FD = \frac{1}{2}CE$ الضلع المنصف للوتر في مثلث قائم الزاوية يساوي نصف الوتر

www.xmath.online

$\Downarrow$

$FD = DE$

$\Downarrow$

$\triangle EDF$ متساوي ساقين زواياه $180^\circ - 2\alpha, \alpha, \alpha$

في المثلث $\triangle BAE$

الزاوية $\measuredangle AEB = \alpha$ (حسب الفرضية).

$\measuredangle EAB = 180^\circ - 2\alpha$ مجاورة ل $\measuredangle AEC = \alpha$ في شبه منحرف (متجاورتان في شبه منحرف).

$\Downarrow$

$\measuredangle AEB = \alpha$ من مجموع زوايا المثلث.

$\Downarrow$

$\triangle BAE$ متساوي ساقين زواياه $180^\circ - 2\alpha, \alpha, \alpha$

حسب ز.ز : $\triangle EDF \sim \triangle BAE$

ب. برهنا سابقا أن: $\measuredangle GAE = 180^\circ - 2\alpha$

$\measuredangle GDE = 180^\circ - 2\alpha$

و فرضنا أن : $\measuredangle AED = 2\alpha$

من مجموع زوايا الشكل الرباعي

$\Downarrow$

$\measuredangle AGD = 2\alpha$

$\Downarrow$

www.xmath.online

كل زاويتان متقابلتان متساويتان في شكل رباعي

$\Downarrow$

الشكل الرباعي متوازي أضلاع

ج. بينا في السابق أن: $\measuredangle ABE = \alpha$

كما و بينا أن: $\measuredangle DFE = \alpha$

$\Downarrow$

$\measuredangle GFB = \alpha$ بالتقابل بالرأس.

إذا فالمثلث $\triangle BGF$ متساوي ساقين

زواياه: $180^\circ - 2\alpha, \alpha, \alpha$

حسب ز.ز: $\triangle BGF \sim \triangle EDF$

برهنا في البند " ب " أن الشكل الرباعي $AGDE$ متوازي أضلاع

إذا: $GA = DE = 3$

$$\Downarrow$$

$$BG = BA - GA = 4 - 3 = 1$$

حسب التشابه الأخير $\triangle BGF \sim \triangle EDF$

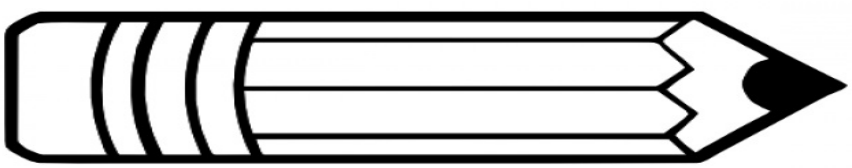
www.xmath.online

نسبة التشابه $= \frac{BG}{DE} = \frac{1}{3}$

النسبة بين المساحات $= \frac{S_{\triangle BGF}}{S_{\triangle EDF}} = \frac{1}{9}$

ينتج:

$$\frac{S_{\triangle BGF}}{S} = \frac{1}{9}$$
$$S_{\triangle BGF} = \frac{1}{9} S$$



أ. (1) نطابق: $\triangle AOB \cong \triangle COB$

أنصاف أقطار $AD = OC = R$

معطى $\angle AOB = \angle COB$

ضلع مشترك OB

www.xmath.online

$\Downarrow$

حسب (ض.ز.ض) $\triangle AOB \cong \triangle COB$

$\Downarrow$ من التطابق

$\angle ABO = \angle CBO$

(2)

نفرض أن: $\angle ABO = \angle CBO = \alpha$

$\Downarrow$

$\angle BCO = \alpha$

$\Downarrow$

(المثلث $\triangle OBC$ متساوي ساقين)

$$OB = OC = R$$

$$\Downarrow$$

$$\angle BOC = 180^\circ - 2\alpha$$

(مجموع زوايا المثلث)

وايضا:

$$\Downarrow$$

www.xmath.online

$$\angle BAO = \alpha$$

$$\Downarrow$$

(المثلث $\triangle OBA$ متساوي ساقين)

$$OB = OA = R$$

$$\Downarrow$$

$$\angle BOA = 180^\circ - 2\alpha$$

(مجموع زوايا المثلث)

حسب المعطى $\angle ABC = \angle AOC$

$$\Downarrow$$

$$\measuredangle ABO + \measuredangle CBO = \measuredangle BOC + \measuredangle BOA$$
$$2\alpha = 360^\circ - 4\alpha$$
$$6\alpha = 360^\circ$$
$$\alpha = 60^\circ$$

$\Downarrow$

$\triangle OBA, \triangle OBC$ مثلثات متساوية الساقين ومتساوية

أضلاع لأن زوايا القاعدة تساوي

www.xmath.online

60, 60

$\Downarrow$

$$AO = AB = CB = CO$$

إذا: شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية هو معين.

ب. حسب البند "أ" (2):

$$\measuredangle AOC = 120^\circ$$
$\Downarrow$ زاوية محيطية تساوي نصف الزاوية المركزية
$$\measuredangle ADC = 60^\circ$$

المرتكزة على نفس القوس.

ج.

$$OA = OC = R$$

حسب قانون cos العام.

$$10^2 = R^2 + R^2 - 2R \cdot R \cdot \cos 120^\circ$$
$$100 = 2R^2 + R^2$$
$$100 = 3R^2$$
$$R = 5.77$$
$$S = \frac{AO \cdot OC \cdot \sin 120^\circ}{2}$$
$$S = \frac{5.77 \cdot 5.77 \cdot \sin 120^\circ}{2} = 14.43$$

www.xmath.online

صيف 2011 موعد ب

أ. $AD = AB$, معطى A في نصف BD

$EB = EC$, معطى AE ينصف BC

$\Downarrow$

AE هي قاعدة وسط في $\triangle BDC$

$\Downarrow$

$$AE = \frac{1}{2} DC, AE \parallel DC$$

ب.

$$A'D' = AB'$$
$$E'B' = E'C'$$

$\Downarrow$

$A'E'$,قاعدة وسطى في $\triangle B'D'C'$

$\Downarrow$

$$A'E' = \frac{1}{2} D'C' \mid A'E' \parallel D'C'$$

وبما ان:

$$A'E' = AE$$
$$\Downarrow$$
$$2A'E' = 2AE$$
$$\Downarrow$$
$$D'C' = DC$$

www.xmath.online

إذا: $AD = A'D'$, معطى لأن A', A في منتصف $B'D', BD$

$AC = A'C'$ معطى

$D'C' = DC$, برهنا حسب (ض,ض,ض) $\triangle ADC \cong \triangle A'D'C'$

ج. من التطابق الأول $\sphericalangle DAC = \sphericalangle D'A'C'$

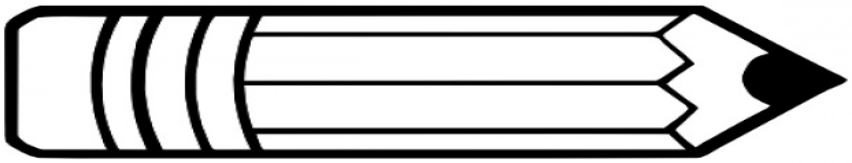
$\Downarrow$

$\sphericalangle BAC = \sphericalangle B'A'C'$, زوايا مجاورة لزوايا متساوية

$$\begin{matrix} AC = A'C' \\ AB = A'B' \end{matrix}$$, معطى

$\Downarrow$

حسب (ض,ز,ض) : $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$



أ. نعوض $\sphericalangle MAB = \alpha$

$\Downarrow$

مجموع زوايا المثلث , $\sphericalangle ABM = 90^\circ - \alpha$

$\sphericalangle AMB = 90^\circ$

(نفرض نقطة تقاطع AB, DC هي O)

www.xmath.online

$\Downarrow$

في المثلث OBC

$\Downarrow$

$AB \perp CD$, $\sphericalangle COB = 90^\circ$

من السابق , $\sphericalangle OBC = 90^\circ - \alpha$

$\Downarrow$

مجموع زوايا المثلث , $\sphericalangle OCB = \sphericalangle DCB = \alpha$

$\Downarrow$

$\sphericalangle DCB = \sphericalangle MAB = \alpha$

ب. $\sphericalangle BAD = \sphericalangle DCB = \alpha$, محيطات على نفس القوس BD

وبما أننا برهنا في " أ " أن، $\sphericalangle DCB = \sphericalangle MAB = \alpha$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle MAB = \sphericalangle BAD = \alpha$$

$$\Downarrow$$

AO , ينصف زاوية الرأس ويعامد قاعدتها PD

www.xmath.online

$$\Downarrow$$

$\triangle APD$, متساوي الساقين

ج. المثلث $\triangle ABC$ محصور داخل الدائرة لذلك حسب قانون sin العام:

$$\frac{AC}{\sin \mathrm{S}\, CBA} = 2R$$

$$\frac{9}{\sin \mathrm{S}\, CBA} = 2 \cdot 5$$

$$\sin \mathrm{S}\, CBA = 0.9$$

$$\mathrm{S}\, CBA = 64.15^{\circ}$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = 64.15^{\circ}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{S}\, PCM = 64.15^{\circ}$$

$$\mathrm{S}\, CMP = 90^{\circ} \ , \ \mathrm{S}\, CPM = 25.84^{\circ}$$

صيف 2011 موعد أ

أ .نفرض $\sphericalangle ABE = \alpha$

$$\Downarrow$$

$\sphericalangle AEF = \sphericalangle ABE = \alpha$ الزاوية بين وتر ومماس تساوي الزاوية المحيطية المقابلة للوتر.

وأيضا $\sphericalangle GED = \sphericalangle AEF = \alpha$ بالتقابل بالرأس

$$\Downarrow$$

$\sphericalangle ABE = \sphericalangle GED = \alpha$ بالتعدي

www.xmath.online

ب .برهنا في السابق $\sphericalangle ABE = \sphericalangle GED = \alpha$

كما وأن

$\sphericalangle GED = \sphericalangle DCE = \alpha$ الزاوية بين وتر ومماس تساوي الزاوية المحيطية المقابلة للوتر.

$* \sphericalangle ABE = \sphericalangle DCE = \alpha$

$\sphericalangle AEB = \sphericalangle CED$ **بالتقابل بالرأس

حسب ز،ز

$\triangle AEB \sim \triangle DEC$

من التشابه

$$\frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE}$$

ج ·

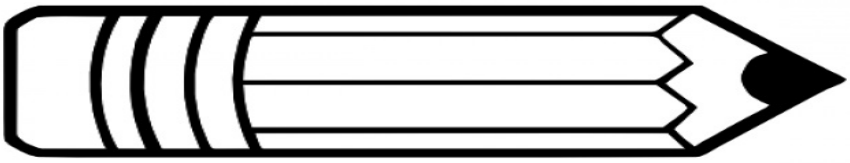
$\sphericalangle EAB = \sphericalangle EDC$ من التشابه السابق

$\Downarrow$

$AB \parallel CD$ زاويتان متناظرتان متساويتان إذا فالمستقيمان متوازيان

$\Downarrow$

$h_{CD(\triangle ACD)} = h_{CD(\triangle BCD)}$ أبعاد متساوية بين مستقيمين متوازيين



www.xmath.online

أ. (1)

DC مماس للدائرة في G معطى

BC مماس للدائرة في F معطى

$\Downarrow$

OC ينصف $\sphericalangle BCD$

(إذن خرج من النقطة مماس للدائرة فإن المستقيم الواصل بين مركز

الدائرة ونقطة خروج المماسين ينصف الزاوية بين المماسين)

(2)نفرض $\sphericalangle BCO = \alpha$

$\Downarrow$

$\sphericalangle OCD = \alpha$ من البند" أ (1) - "

$\Downarrow$

$\sphericalangle BCD = 2\alpha$

$$\Downarrow$$

$\sphericalangle ABC = 180^\circ - 2\alpha$ متجاورتين في شبه منحرف ABCD بحيث $DB \parallel CD$

و كما برهنا في" أ (1) - "أن OC ينصف $\sphericalangle BCD$

فإن OB ينصف $\sphericalangle ABC$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle OBA = \sphericalangle OBC = 90^\circ - \alpha$$

إذا $\sphericalangle BCO = \alpha, \sphericalangle OBC = 90^\circ - \alpha$

www.xmath.online

من مجموع زوايا المثلث $\sphericalangle BOC = 90^\circ$

ب (1) .في $\triangle OBC$

$$\Downarrow$$

$$\tan\alpha = \frac{OB}{OC}$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$\alpha = 26.565^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle C = 2\alpha = 53.13^\circ$$

$$\sphericalangle B = 180^\circ - 2\alpha = 126.87^\circ$$

$$\sphericalangle D = \sphericalangle A = 90^\circ$$

(2) نمد الضلع OF فينتج $\triangle OFC$ بحيث

$\sphericalangle OFC = 90^\circ$ الزاوية بين المماس ونصف القطر قائمة

$$\sin 26.56^\circ = \frac{R}{OC}$$

$$OC = \frac{R}{\sin 26.56^\circ}$$

في المثلث $\triangle OFC$ $(OF = R)$ $OC = 2.236R$

شتاء 2011

أ. (1) نفرض: $\sphericalangle ABE = \alpha$

www.xmath.online

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle ABE = \sphericalangle EBC = \sphericalangle AFB = \alpha$$

$$(\sphericalangle \mathrm{ABE} = \sphericalangle \mathrm{AFB} = \alpha)$$

$\sphericalangle BAE = \sphericalangle FAB$ زاوية مشتركة

$\triangle BAE \sim \triangle FAB$ حسب (ز,ز)

(2) من التشابه السابق: $\frac{BA}{FA} = \frac{BE}{FB} = \frac{AE}{AB}$

ومعطى أن:

$$AF = 25, EF = 16$$

$$AE = AF - EF = 25 - 16 = 9$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{BA}{FA} = \frac{AE}{AB}$$

$$(AB)^2 = 9 \cdot 25 = 225$$

$$AB = 15$$

(3) بما أن: $\sphericalangle ABE = \sphericalangle EBC = \alpha$

$\Downarrow$

BE منصف زاوية في $\triangle FAB$

$\Downarrow$

$$\frac{AE}{EF} = \frac{AB}{BF}$$

$$\frac{9}{16} = \frac{15}{BF}$$ حسب قانون منصف الزاوية ,

$\Downarrow$

$$BF = 26\frac{2}{3}$$

www.xmath.online

ب. $\sphericalangle CAE = \sphericalangle EBC = \alpha$: زاويتان محيطيتان على نفس القوس EC

$\sphericalangle ECA = \sphericalangle ABE = \alpha$: زاويتان محيطيتان على نفس القوس AE

بالتعدي:

$\sphericalangle ECA = \sphericalangle AFB = \alpha$

حسب (ز,ز): $\triangle AEC \sim \triangle BEF$

ج. من التشابه الآخر: $\frac{AE}{BE} = \frac{AC}{BF} = \frac{EC}{EF}$

ومعلوم أن: $(EC = AE = 9)$

على زوايا محيطية متساوية يوجد أوتار متساوية

$$BF = 26\frac{2}{3} \ , \quad \frac{AC}{BF} = \frac{EC}{EF}$$

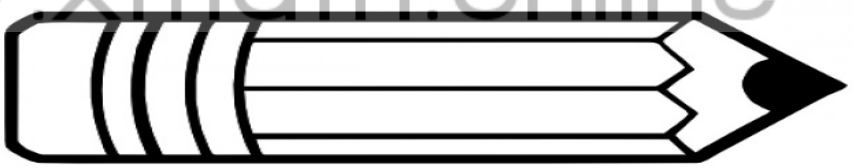
$$\frac{AC}{26\frac{2}{3}} = \frac{9}{16}$$

$$AC = 15$$

$$CF = AC = 15$$

لأنه $\triangle ACF$ متساوي الساقين.

www.xmath.online



أ. في $\triangle ABO \mid \sphericalangle ABO = 90^\circ$

(زاوية بين مماس ونصف القطر قائمة).

$$OB = R$$
$$OA = OD + AD$$
$$OA = R + \frac{2}{3}R = \frac{5R}{3}$$

حسب فيثاغورس:

$$(\frac{5R}{3})^2 = R^2 + (AB)^2$$
$$\frac{25R^2}{9} = R^2 + (AB)^2$$
$$\frac{16R^2}{9} = (AB)^2$$
$$\frac{4R}{3} = AB$$

ب. في $\triangle BOA$:

www.xmath.online

$$\tan \sphericalangle BOA = \frac{AB}{OB} = \frac{\frac{4R}{3}}{R} = \frac{4}{3}$$
$$\sphericalangle BOA = 53.13^\circ$$

ج. معطى AF مماس في F

$\Downarrow$
$AB = AF$, مماسان يخرجان من نفس النقطة لدائرة متساويان

الشكل $ABOF$ دالتون (يوجد زوج أضلاع متساوية لقاعدة مشتركة).

$\Downarrow$
$BF \perp AD$

لأن أقطار الدالتون متعامدة.

صيف 2010 موعد ب

أ. $\sphericalangle DAC = \sphericalangle BAC$ زاويتان محيطيتان مقابلتين لوترين متساويين $(CD = CB)$

وبما أن

$$AD = AM$$
$$\Downarrow$$

$\triangle ADM$ متساوي ساقين

بحيث أن

www.xmath.online

$\sphericalangle DAC = \sphericalangle BAC$
$$\Downarrow$$
AE ينصف زاوية الراس A

$$\Downarrow$$
AE ينصف DM

$ME = ED$ (في $\triangle AMD$ متساوي الساقين منصف زاوية الرأس ينصف القاعدة)

ب. $AD = AM$ معطى

$AM = MD$ أنصاف أقطار

$$\Downarrow$$
$\triangle AMD$ $AD = AM = MD$ متساوي أضلاع

$$\Downarrow$$
$$\sphericalangle ADM = \sphericalangle DAM = \sphericalangle AMD = 60^\circ$$

وبما أن

$$\sphericalangle DAC = \sphericalangle BAC$$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle BAC = 30^\circ$$

$\sphericalangle ACB = 90^\circ$ زاوية محيطية مقابلة للقطر

$$\Downarrow$$

$\sphericalangle CBA = 60^\circ$ من مجموع زوايا المثلث

$$\sphericalangle CBA = \sphericalangle AMD = 60^\circ$$

$$\Downarrow$$

$CB \parallel DM$ زوايا متناظرة متساوية إذا فالمستقيمان متساويان

ج. بما أن الشكل الرباعي ABCD محصور داخل دائرة

www.xmath.online

(مجموع كل زاويتان متقابلتان في شكل رباعي محصور داخل دائرة 180)

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle DAB + \sphericalangle BCD = 180^\circ$$

$$\Downarrow$$

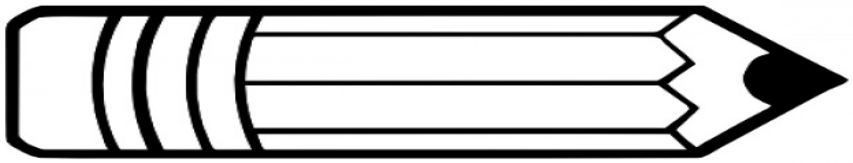
$$\sphericalangle DAB = 60^\circ \ , \ \sphericalangle BCD = 120^\circ$$

حصلنا على

$$\sphericalangle CBA = 60^\circ, \sphericalangle BCD = 120^\circ$$

$$\Downarrow$$

$CD \parallel BM$ زوايا أحادية الجانب مجموعهما 180 إذا المستقيمان متوازيان



أ. (1) في المثلث $\triangle ADB$

ED منصف زاوية

حسب قانون منصف الزاوية

$$\Downarrow$$

$$\frac{AE}{EB}=\frac{AD}{DC}$$

www.xmath.online

وبما ان D في المنتصف $BD=DC$

$$\Downarrow$$

$$\frac{AE}{EB}=\frac{AD}{DC}$$

(2) في المثلث $\triangle ADC$

DE منصف زاوية

حسب قانون منصف الزاوية

$$\frac{AD}{DC}=\frac{AF}{FC}$$

حصلنا في الأعلى

$$\frac{AE}{EB}=\frac{AD}{DC}$$

بالتعدي: $\frac{AE}{EB}=\frac{AF}{FC}$

(3) من برهان "أ" — (2)

$$\frac{AE}{EB}=\frac{AF}{FC}$$

$\Downarrow$

$EF \parallel BC$ حسب نظرية طاليس العكسية -يمكن حسب التشابه

$\Downarrow$

$\sphericalangle AEF = \sphericalangle ABC$ بالتبادل

ب. (1) حسب المعطى $\sphericalangle BED = 90^\circ$

و DE ينصف $\sphericalangle BDA$

أي DE ينصف زاوية رأس $\triangle ADB$ ويعامد القاعدة

www.xmath.online

$\Downarrow$

$\triangle ADB$ متساوي ساقين

$\Downarrow$

$AE = BE$ DEينصف القاعدة AB

(2) D في منتصفBC (معطى)

E في منتصفAB (برهنا سابقا)

$\Downarrow$

EDقاعدة وسطى في $\triangle ABC$

$\Downarrow$

$$ED = \frac{1}{2}AC$$

صيف 2010 موعد أ

أ. (1)

$$S_{\triangle ADM}=\frac{MD\cdot h}{2}, S_{\triangle ABM}=\frac{BM\cdot h}{2}$$

للمثلثات $\triangle ADM, \triangle ABM$ ارتفاع مشترك

$$\Downarrow$$

$$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ADM}}=\frac{\frac{BM\cdot h}{2}}{\frac{MD\cdot h}{2}}=\frac{5}{10}$$

www.xmath.online

$$\frac{BM}{MD}=\frac{1}{2}$$

(2)

$$S_{\triangle DCM}=\frac{MC\cdot h'}{2}, S_{\triangle ADM}=\frac{AM\cdot h'}{2}$$

للمثلثات $\triangle ADM, \triangle DCM$ ارتفاع مشترك

$$\frac{S_{\triangle ADM}}{S_{\triangle DCM}}=\frac{\frac{AM\cdot h'}{2}}{\frac{MC\cdot h'}{2}}=\frac{10}{20}$$

$$\frac{AM}{MC}=\frac{1}{2}$$

ب. (1)

من أ: $\frac{BM}{MD}=\frac{1}{2}, \frac{AM}{MC}=\frac{1}{2}$

إذا:

$$\frac{AM}{MC}=\frac{BM}{MD}$$
$$\Downarrow$$
$$AM\cdot MD=BM\cdot MC$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{AM}{BM}=\frac{MC}{MD}$$

وكما أن $\sphericalangle AMB=\sphericalangle CMD$ زوايا متقابلة بالرأس

$\triangle AMB\sim\triangle CMD$, حسب قانون التشابه (ض,ز,ض)

(2) من التطابق السابق:

www.xmath.online

$$\sphericalangle ABD=\sphericalangle CDB$$

$$\Downarrow$$

حسب النظرية العكسية (زاويتان متبادلتان متساويتان فإن المستقيمان متوازيان)

$$\Downarrow$$

$$AB\parallel DC$$

ج. DC ضلع مشترك

$$,\ \sphericalangle BAD+\sphericalangle CDA=180^\circ$$

(أحداثيا الجانب مجموعهما 180 ، $AB\parallel DC$)

وأيضا:

$$\sphericalangle BAD+\sphericalangle BCD=180^\circ$$

(زاويتان متقابلتان في شكل رباعي محصور داخل دائرة)

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle CDA = \sphericalangle BCD$$

وأيضا:

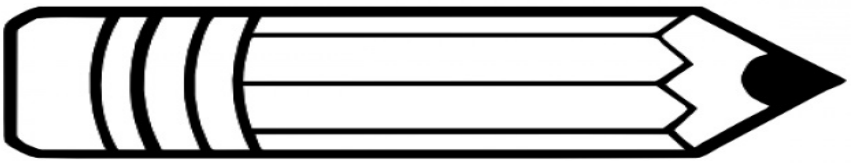
$AB \parallel DC$ ، (متبادلتان) $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ACD$

وهما محيطيتان في الدائرة الحاصرة إذا فالأوتار المقابلة متساوية

$$BC = AD$$

www.xmath.online

إذن حسب (ض,ز,ض) : $\triangle ADC \cong \triangle BCD$



أ.

(1)

$\sphericalangle MDB = \sphericalangle BNM = \beta$, محيطيتان متقابلتان لنفس الوتر BM

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle MDB = \beta$$

$$\sphericalangle MNC = \sphericalangle BNC - \sphericalangle BNM$$

$$\sphericalangle MNC = \alpha - \beta$$

$$\sphericalangle MNC = \sphericalangle MAC = \alpha - \beta$$

(2)

$$\sphericalangle MNC = \sphericalangle BNC - \sphericalangle BNM$$
$$\sphericalangle MNC = \alpha - \beta$$

$\sphericalangle MNC = \sphericalangle MAC = \alpha - \beta$, محيطيتان متقابلتان لنفس الوتر MC متساويتان في الدائرة الكبيرة.

(3) في $\triangle AMD$:

$$\sphericalangle AMD = 180^\circ - (\alpha - \beta) - \beta$$
$$\sphericalangle AMD = 180^\circ - \alpha$$

,(مجموع زوايا المثلث)

ب. $\sphericalangle AND > \sphericalangle BNC$,الكل أكبر من الجزء

www.xmath.online

$$\sphericalangle AND > \alpha$$
$$\sphericalangle AMD + \sphericalangle AND = 180^\circ - \alpha + \sphericalangle AND > 180^\circ$$
$$\Downarrow$$

الشكل الرباعي غير قابل للحصر داخل دائرة

شتاء 2010

أ. (1) نفرض: $\sphericalangle ACD = \sphericalangle BCD = \alpha$

معطى , $\sphericalangle ACB = 2\sphericalangle ABC = 2\alpha$

$$\sphericalangle ABC = \alpha$$
$$\sphericalangle ACD = \sphericalangle ABC = \alpha$$

$$\measuredangle CDB = 180 - 2\alpha$$
$$\Downarrow$$
$$\measuredangle ADC = 2\alpha$$
$$\Downarrow$$
$$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ADC = 2\alpha$$

حسب (ز,ز): $\triangle ACB \sim \triangle ADC$

(2) من التشابه السابق: $\frac{AC}{AD}=\frac{AB}{AC}=\frac{CB}{DC}$, $\begin{matrix}AB=32\\AC=20\end{matrix}$

$$\frac{20}{AD}=\frac{32}{20}$$
$$\Downarrow$$
$$AD=12.5$$

(3)
$$BD=AB-AD$$
$$BD=32-12.5=19.5$$

وحسب قانون منصف الزاوية:

www.xmath.online

$$\frac{AD}{BD}=\frac{AC}{BC}$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{12.5}{19.5}=\frac{20}{BC}$$
$$\Downarrow$$
$$BC=31.2$$

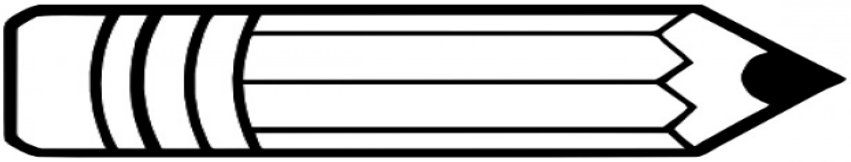
ب. برهنا:

$$\sphericalangle DCB=\sphericalangle ABC=\alpha$$
$$\Downarrow$$ متساوي ساقين
$$\triangle CDB$$

وبما أن F في منتصف BC:

$$(BF=CF)$$
$$\Downarrow$$
$$DF\perp BC$$

في مثلث متساوي الساقين منصف القاعدة يعامدها.



أ. AB قطر في الدائرة.

معطي: $CD \perp AB$

AB ينصف CD ، المستقيم المار من مركز الدائرة معامد لوتر وينصفه

$\Downarrow$

$\triangle CAD$

متساوي ساقين – (إذا كان ضلع ما ينصف القاعدة ويعامدها في مثلث فإن المثلث متساوي

www.xmath.online

الساقين).

ب. $AC = AD$ ساقان في مثلث متساوي الساقين: $\triangle CAD$

$\sphericalangle CAE = \sphericalangle DAE$, الارتفاع في مثلث متساوي الساقين ينصف زاوية الرأس

$AE = AE$, ضلع مشترك

حسب (ض,ز,ض) :

$\Downarrow$

$\triangle CAE \cong \triangle DAE$

ج. $\sphericalangle ACE = \sphericalangle ADE$, زوايا متناظرة في مثلثان متطابقان من الفرع ب

$\sphericalangle ADE = \sphericalangle ACF$, على أقواس متساوية توجد زوايا محيطية متساوية

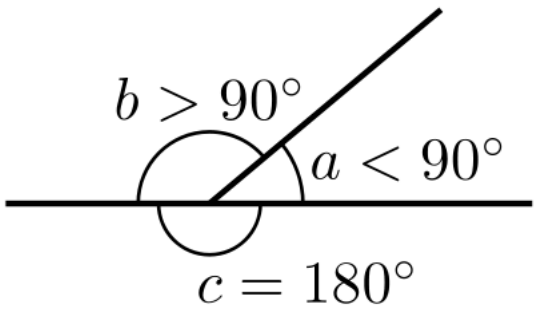
$\sphericalangle ACF = \sphericalangle ACE$, بالتعدي

www.xmath.online

www.xmath.online

الجزء الخامس

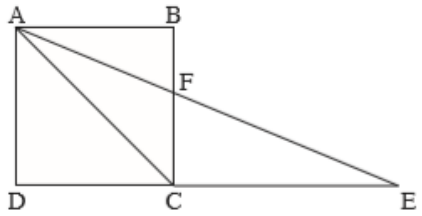
حساب المثلثات



www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

معطى المربّع $ABCD$. النقطة E تقع على امتداد الضلع DC، كما هو موصوف في الرسم. المثلّث ACE هو متساوي الساقين $(AC = CE)$. المستقيم AE يقطع الضلع BC في النقطة F.



أ. جد زوايا المثلّث ACE.

مساحة المثلّث ACE هي $8\sqrt{2}$ سم^2.

ب. احسب طول ضلع المربّع.

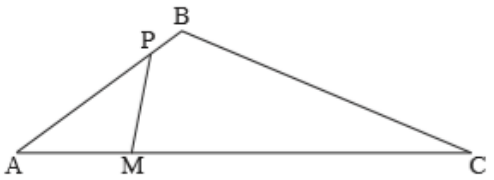
ج. احسب طول القطعة DF.

د. جد طول نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث DFE.

www.xmath.online

صيف 2017 موعد أ

في المثلّث ABC النقطة P تقع على الضلع AB، والنقطة M تقع على الضلع AC (انظر الرسم). نرمز $AP = x$ معطى أنّ: $PM = 0.6x$، $\sphericalangle ABC = 120°$ $\sphericalangle AMP = 100°$، $AM =$ 4 سم، $MC =$ 12 سم.



أ. (1) احسب الزاوية PAM.

(2) احسب طول الضلع BC.

ب. احسب طول القطعة BM.

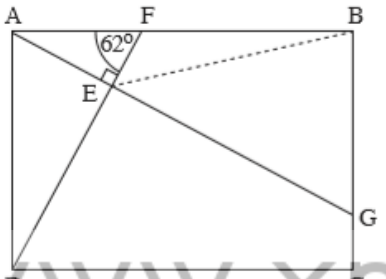
ج. جد النسبة بين مساحتّي المثلّثين $\frac{S_{\Delta AMB}}{S_{\Delta BMC}}$. علّل إجابتك.

شتاء 2017

معطى المستطيل $ABCD$.

النقطة F تقع على الضلع AB. بحيث $AF = 0.6a \ , \ FB = a$. النقطة G تقع على الضلع BC بحيث AG يعامد DF.

AG وّ DF يتقاطعان في النقطة E (انظر الرسم).



معطى أنّ $\measuredangle AFE = 62°$.

أ. (1) عبّر عن طول القطعة EF بدلالة a.

(2) عبّر عن طول القطعة BE بدلالة a.

www.xmath.online

ب. معطى أنّ $a =$ 5سم.

(1) جد الزاوية EBA.

(2) احسب مساحة المثلث EBG .

صيف 2016 موعد ب

AD وّ CE هما مستقيمان متوسّطان في المثلّث ABC يلتقيان في النقطة M (انظر الرسم).

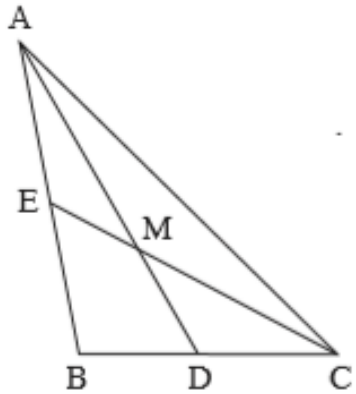
معطى أنّ $AD =$ 12سم ، $CE =$ 9 سم ، $\measuredangle CMD = 40°$.

أ. احسب طولّي القطعتين : MC ، MD

ب. احسب طول الضلع BC.

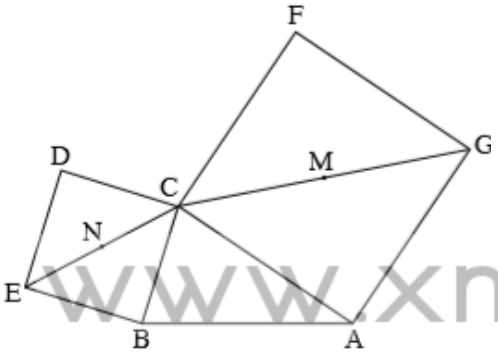
ج. احسب مقدار الزاوية $\measuredangle MCD$.

د. احسب مساحة المثلّث ADB.



صيف 2016 موعد أ

معطى المثلّث المتساوي الساقين ABC $(AB = AC)$. بنوا على الساق AC المربّع $ACFG$ الذي يتقاطع قطراه في النقطة M. بنوا على القاعدة BC المربّع $BCDE$ الذي يتقاطع قطراه في النقطة N (انظر الرسم). معطى أنّ $BC = 4$ سم $AB = AC = 6$ سم



أ. جد طول قطر المربّع $ACFG$ ، وطول قطر المربّع $BCDE$.

ب. جد مقدار زاوية القاعدة في المثلّث ABC.

ج. بين أن مساحة المثلّث BCM تساوي مساحة المثلّث ABN .

د. جد طول القطعة AN.

www.xmath.online

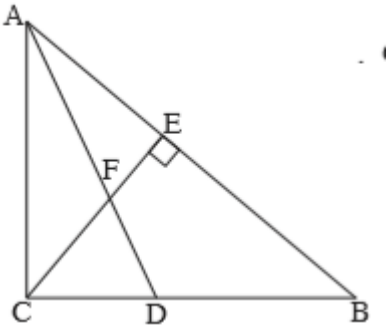
شتاء 2016

معطى المثلّث القائم الزاوية ABC ($\sphericalangle ACB = 90°$) .

CE هو ارتفاع على الوتر، وّ AD هو منصّف الزاوية CAB.

CE وّ AD يلتقيان في النقطة F (انظر الرسم).

معطى أنّ : $AC =$ 10 سم ، $\sphericalangle CAB = 50°$.



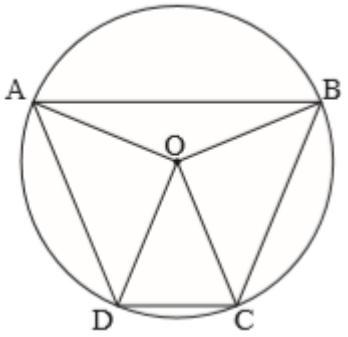
أ. جد مساحة المثلّث CFD.

ب. (1) جد طول القطعة FB.

(2) استعن بالبند الفرعيّ ب(1) ، وّجِد طول نصف قطر الدائرة الّتي تحصر المثلّث FEB.

صيف 2015 موعد ب

شبه المنحرف $ABCD$ $(AB \parallel DC)$ محصور في دائرة مركزها O ونصف قطرها R (انظر الرسم). معطى أنّ : $\measuredangle DOC = 45°$ ، $\measuredangle AOB = 135°$.



أ. (1) جد $\measuredangle BOC$.

(2) جد $\measuredangle BAD$.

ب. معطى أنّ ارتفاع شبه المنحرف هو 13.065 سم. جد R.

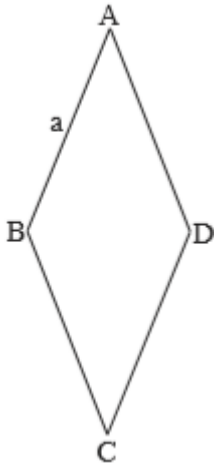
ج. بيّن أن مساحة المثلّث AOB تساوي مساحة المثلّث DOC.

د. جد مساحة شبه المنحرف $ABCD$.

www.xmath.online

صيف 2015 موعد أ

في المعيَّن الذي ضلعه a (انظر الرسم). معطى أنّ $\measuredangle BAD = 2\alpha$ ، $\measuredangle BAD < 90°$.



أ. (1) عبِّر عن AC و BD عن بدلالة a و α.

(2) معطى أيضًا أنّ $AC \cdot BD = a^2$. جد α.

ب. معطى أيضًا أن نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ABD هو 10سم. جد مساحة المعيَّن $ABCD$ (قيمة عدديّة).

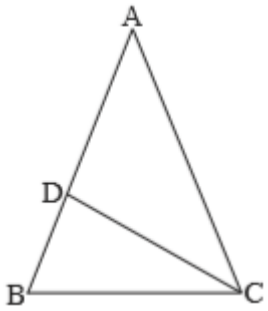
شتاء 2015

في المثلّث المتساوي الساقين ABC $(AB = AC)$

النقطة D تقع على الساق AB (انظر الرسم).

معطى أنّ : $\measuredangle BAC = \alpha$ ،

مساحة المثلّث ABC هي 12.5سم^2.



أ. عبّر بدلالة α عن طول ساق المثلّث ABC.

معطى أيضًا أنّ : $\alpha = 44°$ $BD =$ سم2

www.xmath.online

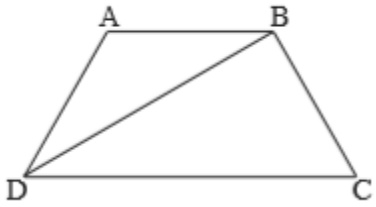
ب. جد طول DC.

ج. جد مقدار الزاوية BCD.

صيف 2014 موعد ب

$ABCD$ هو شبه منحرف متساوي الساقين $(AB < DC \ , \ AB \parallel DC)$

(انظر الرسم). معطى أنّ : $AD = AB = BC = m$ $\measuredangle ABD = \alpha$



أ. معطى أنّ مساحة المثلّث DAB هي $\frac{m^2\sqrt{3}}{4}$. جد α.

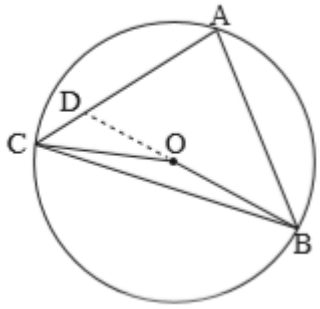
ب. معطى أنّ مساحة شبه المنحرف $ABCD$ هي $27\sqrt{3}$. جد m.

صيف 2014 موعد أ

ABC هو مثلّث متساوي الساقين $(AC = AB)$، محصور في دائرة مركزها O ونصف قطرها R (انظر الرسم). معطى أن : $\measuredangle BAC = 80°$.

أ. عبّر بدلالة R عن طول الضلع AB.

ب. جِد $\measuredangle COB$. علّل.



ج. امتداد OB يقطع الساق AC في النقطة D (انظر الرسم).

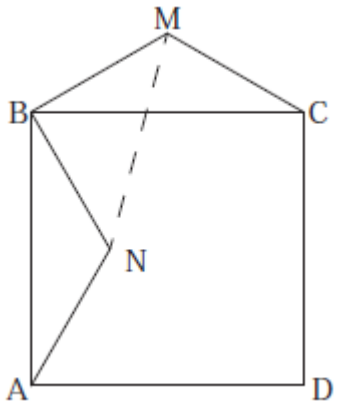
معطى أنّ: $BD =$ 5 سم.

(1) جد $\measuredangle ABD$.

(2) جد R.

www.xmath.online

شتاء 2014



معطى المثلث المتساوي الساقين MBC $(MC=MB)$
على القاعدة BC بنوا المربع $ABCD$
N هي نقطة داخل المربع
بحيث $\Delta NBA \approx \Delta MBC$ بالتلاؤم (انظر الرسم)

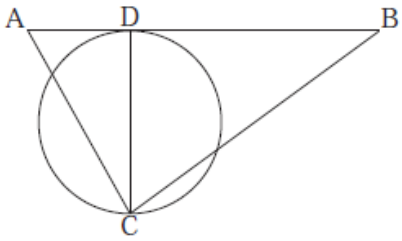
أ. برهن أن $\measuredangle MBN=90^\circ$

ب. برهن أن $\measuredangle BMN=\measuredangle BNM$

ج. معطى أيضا أن: سم $MN=16$, $\measuredangle BMC=120^\circ$
احسب طول ضلع المربع $ABCD$

www.xmath.online

معطى المثلث ABC
دائرة قطرها CD تمسّ الضلع AB في النقطة D (انظر الرسم)

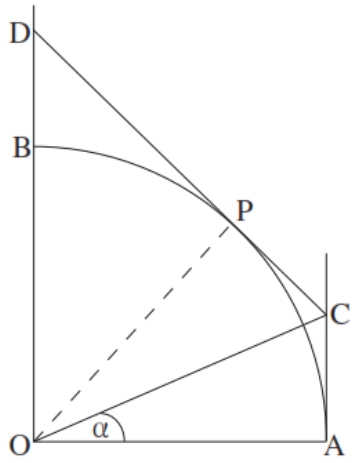


معطى أن: $\measuredangle BAC=\alpha$
$\measuredangle ABC=\beta$
نصف قطر الدائرة هو R

أ. عبّر بدلالة R و α و β عن طول الضلع AB

ب. جد $\measuredangle ACB$, إذا كان $\alpha = \beta$ ومساحة المثلث ABC هي $4R^2$

صيف 2013 موعد ب



معطى ربع دائرة OAB نصف قطرها R مرروا مستقيماً يمس ربع الدائرة في النقطة P ، ومرروا مستقيماً يمس ربع الدائرة في النقطة A ، يلتقي المماسان في النقطة C المماس في النقطة P ، يقطع امتداد OB في النقطة D.(انظر الرسم)

معطى أن $\sphericalangle COA = \alpha$

أ . برهن أن $AC \parallel OD$

ب-عبر بدلالة R, α عن مساحة الشكل الرباعي ACDO

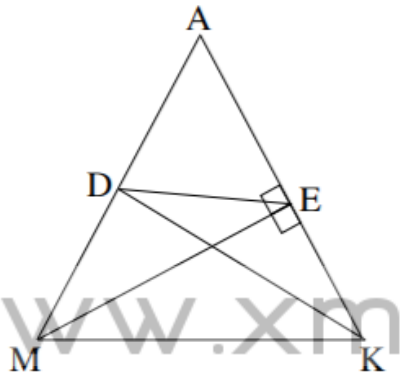
www.xmath.online

ج – معطى أن مساحة المثلث OPD هي $\frac{R^2}{2}$. احسب α.

صيف 2013 موعد أ

في المثلث المتساوي الساقين AMK (AM=AK).

KD هو مستقيم متوسط للساق AM و ME هو ارتفاع على الساق AK (انظر الرسم).



أ. برهن أن : $\sphericalangle DAE = \sphericalangle DEA$

ب. معطى أن : $AM = 2b, \sphericalangle MAK = 2\alpha$

ب. عبر بدلالة α و b عن مساحة المثلث ADE.

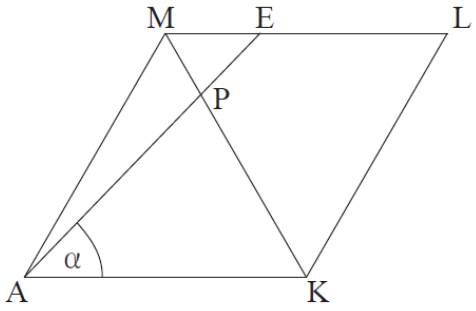
ج. اذا كان معطى أيضا أن MK=2DE :

(1) احسب α.

(2) برهن أن $DE \parallel MK$.

www.xmath.online

معطى المعين AMLK. النقطة E موجودة على الضلع ML، القطر KM يقطع القطعة AE في النقطة P (أنظر الرسم). معطى أن:



$\sphericalangle EAK = \alpha, \sphericalangle AML = 120^\circ$ طول الضلع المعين هو a.

أ. (1) جد مقدار الزاوية PKA.علل.

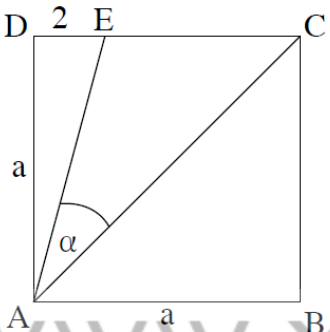
(2) عبر بدلالة α و a عن طول القطعة PK.

ب. عبر النقطة P مرروا عمودا على الضلع AK. العمود يقطع AK في النقطة G. معطى أيضا أن $\alpha = 46$ عبر بدلالة a عن طول القطعة GL.

شتاء 2013

المربع ABCD الذي طول ضلعه a سم. النقطة E موجودة على الضلع DC (أنظر الرسم).

معطى أن: DE=2سم , $\sphericalangle EAC = \alpha$.



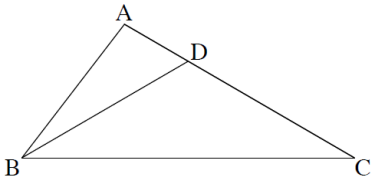
أ. عبر عن a بدلالة α .

ب. إذا كان معطى أن $\alpha = 30^{o}$ احسب مساحة المثلث ACE.

ج. احسب α في الحالة التي فيها DE=EC=2سم.

www.xmath.online

في المثلث ABC معطى أن: AB=5سم .



AC=8سم BC=10سم .

النقطة D موجودة على الضلع AC (أنظر الرسم). بحيث BD=DC (أنظر الرسم).

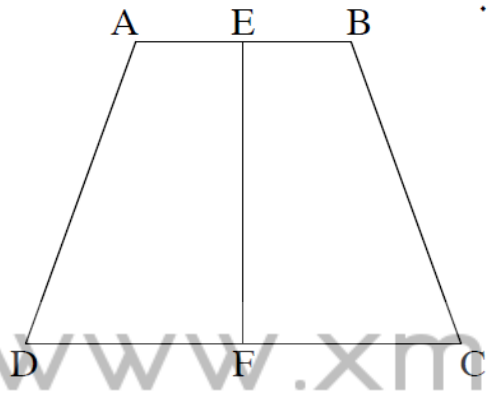
أ. احسب زوايا المثلث BDC.

ب. جد النسبة بين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث ABD

وبين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث BDC.

صيف 2012 موعد ب

معطى شبه منحرف متساوي الساقين ABCD $AB \parallel DC$. النقطتان E و F هما منتصفا القاعدتين AB و DC. بالتلاؤم (أنظر الرسم).



أ. (1) برهن أن: ED=EC.

(2) برهن أن: $EF \perp DC$.

ب. معطى أن: AB=4سم .

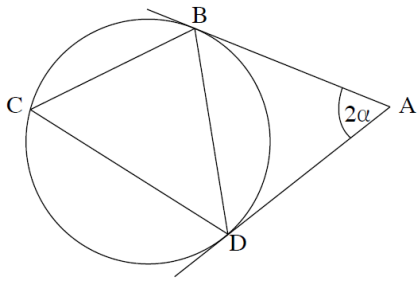
BC=6سم .

$R\angle EBC = 110^\circ$.

www.xmath.online

جد مقدار الزاوية ECB.

مرروا من النقطة A مماسين لدائرة معينة AB و AD. النقطة C تقع على محيط الدائرة خارج المثلث ABD. معطى أن: نصف قطر الدائرة هو 10 سم $\angle BAD = 2\alpha$



أ. (1) برهن أن $R\angle BCD = 90^\circ - \alpha$.

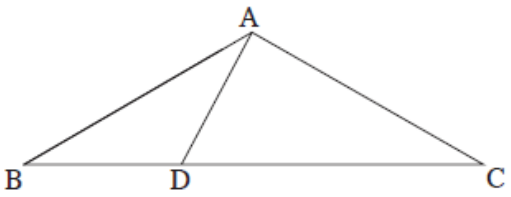
(2) عبر بدلالة α عن طول AB.

ب. إذا كان معطى ايضا أن $\alpha = 30^\circ$ و $\sphericalangle CBD = 70^\circ$

احسب طول AC.

صيف 2012 موعد أ

معطى المثلث المتساوي الساقين ABC , الذي فيه AB=AC $\measuredangle ABC = \alpha$ ، D هي نقطة على القاعدة BC بحيث $\measuredangle BAD = \beta$



أ. عبر بدلالة α, β عن النسبة بين مساحة المثلث ABD ومساحة المثلث ACD.

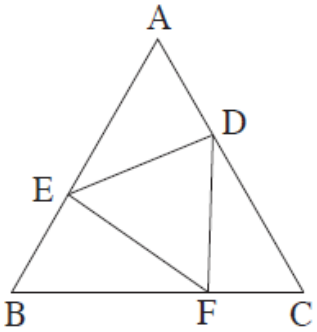
ب. معطى أيضا أن: $\beta = 30^{\circ}, \frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$. جد α

www.xmath.online

شتاء 2012

في المثلث المتساوي أضلاع ABC محصور المثلث المتساوي أضلاع DEF . معطى أن:
الزاوية $\measuredangle ADE = \alpha$ والضلع DE=a

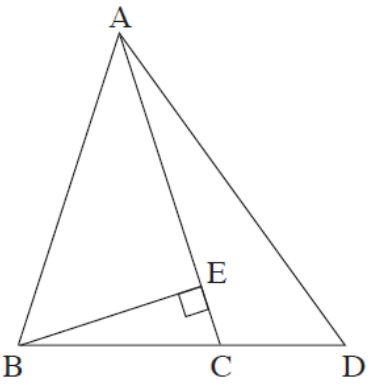
أ. عبر بدلالة α حسب الحاجة عن زوايا المثلث BEF.



ب. عبر بدلالة a و α عن طول BC.

ج. إذا كان $DE \| BC$ ونصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث DEF هو 4 سم , جد طول الضلع BC.

صيف 2011 موعد ب



في المثلث المتساوي الساقين ABC (AB=AC) زوايا القاعدة هي α وطول الساق AC هو b ، النقطة D موجودة على امتداد القاعدة BC.

بحيث $\measuredangle CAD = \frac{\alpha}{4}$

BE هو ارتفاع على الساق في المثلث ABC (أنظر الرسم).

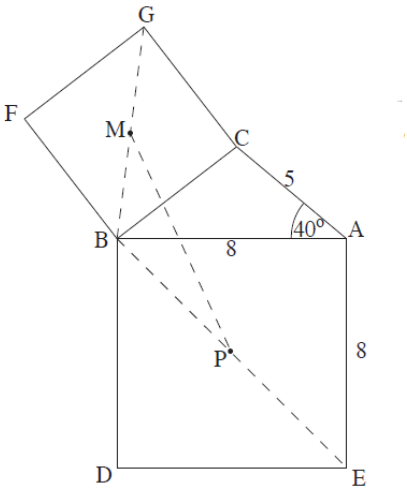
أ. عبر بدلالة α عن النسبة $\frac{AD}{BE}$.

ب. بين أن: $\frac{S_{VACD}}{S_{VABE}} = -\frac{\sin\frac{\alpha}{4}}{2\sin\frac{3\alpha}{4}\cos\alpha\cos 2\alpha}$

www.xmath.online

$S_{\triangle ACD}$ هي مساحة المثلث ACD. $S_{\triangle ABE}$ هي مساحة المثلث ABE.

صيف 2011 موعد أ



بنوا المربع BCG على الضلع BC الذي في المثلث ABC. وبنوا المربع ABDE على الضلع AB الذي في المثلث. قطرا المربع BCGF يلتقيان في النقطة M, وقطرا المربع ABDE يلتقيان في النقطة P (أنظر الرسم). معطى أن: $\measuredangle BAC = 40^\circ$.

AC=5سم , AB=8سم .

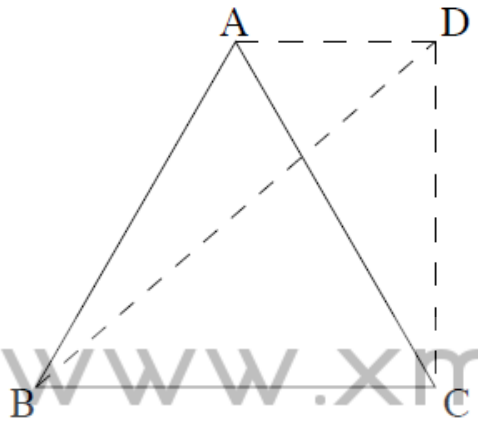
أ. جد مقدار الزاوية CBA.

ب. جد مقدار الزاوية MBP.

ج. جد أطوال أضلاع المثلث BMP.

شتاء 2011

المثلث ABC هو مثلث متساوي الأضلاع (أنظر الرسم). نصف قطر الدائرة التي تحصر هذا المثلث هو R.



أ. عبر بدلالة R:

(1) عن محيط المثلث ABC.

(2) عن مساحة المثلث ABC.

ب. بنوا على الضلع AC المثلث ADC.

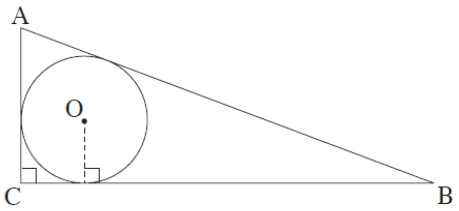
بحيث $BC \parallel AD$ و $\measuredangle ADC = 90^\circ$ (أنظر الرسم).

www.xmath.online

معطى أيضا أن $R = 4\sqrt{3}$

جد طول القطعة BD.

صيف 2010 موعد ب



دائرة مركزها O ونصف قطرها r محصورة داخل مثلث قائم الزاوية ABC $\measuredangle C = 90^\circ$ (أنظر الرسم).

معطى أن: $\measuredangle CAB = 70$ BC =10سم

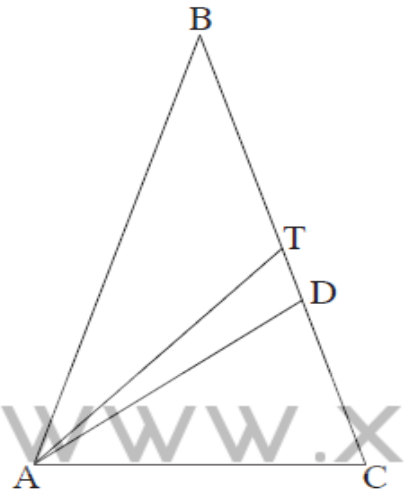
أ. (1) جد زوايا المثلث COB.

(2) جد r.

ب. جد النسبة بين r وبين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث ABC.

صيف 2010 موعد أ

في المثلث المتساوي الساقين ABC (AB = AC) مقدار زاوية القاعدة هو 72 , وطول القاعدة AC هو 10 سم.



AD ينصف الزاوية BAC، و AT هو مستقيم متوسط للضلع BC (أنظر الرسم).

أ. (1) احسب طول الساق في المثلث ABC.

(2) احسب طول المستقيم المتوسط AT.

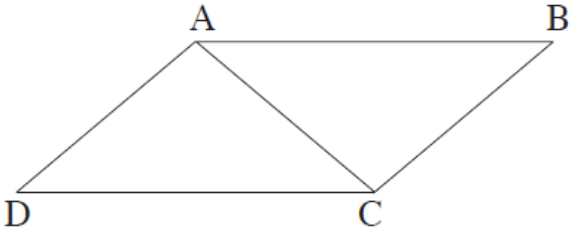
ب. احسب مقدار الزاوية TAD.

www.xmath.online

شتاء 2010

في متوازي الأضلاع ABCD (أنظر الرسم). معطى أن: 16سم= AC = AD . $\angle BAD = 140^\circ$

أ. (1) احسب طول الضلع BC.



(2) احسب طول القطر DB.

ب. AE هو ارتفاع على DB في المثلث ADB.

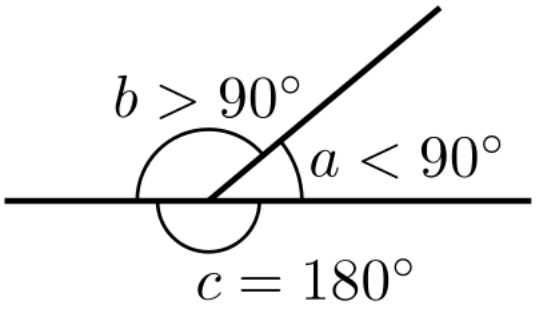
جد طول AE

www.xmath.online

إجابات تمارين

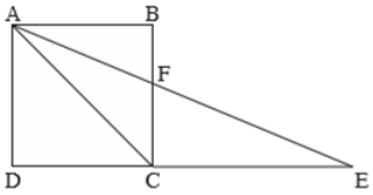
www.xmath.online

حساب المثلثات



www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب



أ. $\measuredangle ACF = 45°$ " أقطار المربع منصف الزاوية "

$\measuredangle FCA = 90°$ " زوايا مربع قائمة "

$\Downarrow$

$\measuredangle ACE = 90° + 45° = 135°$

بما أن ΔACE متساوي الساقين

$\Downarrow$

$\measuredangle EAC = \measuredangle CEA = \frac{180° - 135°}{2} = 22.5°$

www.xmath.online

ب. $S_{\Delta ACE} = 8\sqrt{2}$ $AC = CE = x$

$$\frac{x \cdot x \cdot \sin 135°}{2} = 8\sqrt{2}$$

$$\frac{x^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = 8\sqrt{2}$$

$$x^2 = 32$$

$$x = \sqrt{32}$$

قطر المربع

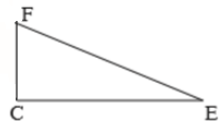
$$32 = 2y^2$$

$$16 = y^2$$

$$\pm 4 = y$$

طول ضلع المربع $= 4$

ج. في ΔFCE



$$\tan 22.5 = \frac{FC}{\sqrt{32}}$$

$$[FC = 2.343]$$

نحسب طول الضلع DF

$$DF^2 = 2.343^2 + 4^2$$
$$DF = 4.636$$

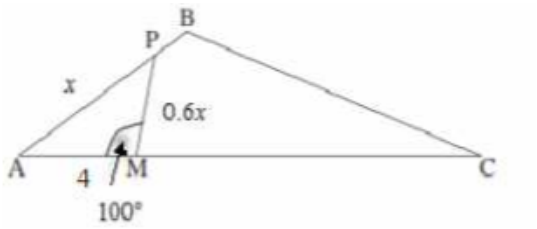
$$2R = \frac{4.636}{\sin 22.5} \quad \frac{DF}{sin\sphericalangle FED}$$

$$\boxed{6.057 = R}$$

صيف 2017 موعد أ

www.xmath.online

أ. (1) حسب قانون sin في ΔAPM:



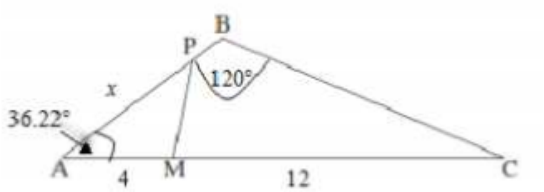
$$\frac{MP}{sin\sphericalangle PAM} = \frac{AP}{\sin 100°}$$

$$\frac{0.6x}{sin\sphericalangle PAM} = \frac{x}{\sin 100°}$$

$$\frac{0.6x \sin 100°}{x} = \sin \sphericalangle PAM$$

$$\boxed{\sphericalangle PAM = 36.22°}$$

(2) حسب قانون sin في ΔABC:



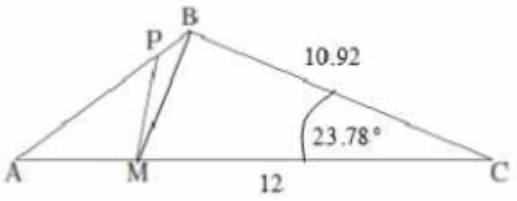
$$\frac{BC}{\sin 36.22°} = \frac{AC}{\sin 120°}$$
$$BC = \frac{16 \sin 36.22°}{\sin 120°}$$

$$\boxed{BC = 10.92}$$

ب. حسب مجموع زوايا ΔABC.

$\measuredangle C = 180° - 120° - 36.22° = 23.78°$

حسب قانون $\cos$ في ΔBMC.



$$(BM)^2 = (BC)^2 + (MC)^2 - 2 \cdot BC \cdot NC \cdot \cos \measuredangle C$$

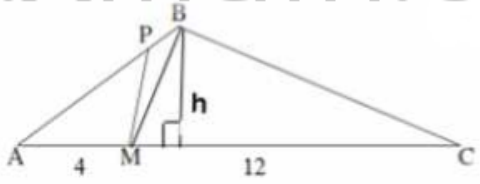
$$(BM)^2 = 10.92^2 + 12^2 - 2 \cdot 10.92 \cdot 12 \cdot \cos 23.78°$$

$$(BM)^2 = 23.42$$

$$\boxed{BM = 4.839cm}$$

ج. ننتبه أن للمثلثين نفس الارتفاع (h).

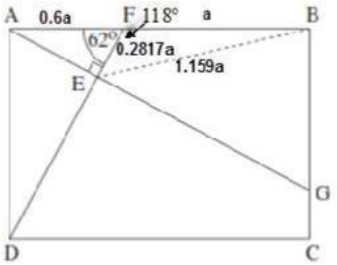
www.xmath.online



$$\frac{S_{\Delta AMB}}{S_{\Delta AMB}} = \frac{0.5 \cdot AM \cdot h}{0.5 \cdot MC \cdot h} = \frac{AM}{MC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

شتاء 2017

أ. (1) نعبر عن EF بدلالة a.



ΔAFE

$$\cos 62° = \frac{EF}{AF}$$

$$0.6a \cos 62° = EF$$

$$\boxed{EF = 0.2817a}$$

(2) نعبر عن BE بدلالة a.

$\measuredangle BFE = 118°$ بالتجاور.

ΔFBE حسب قانون cos.

$$(BE)^2 = (EF)^2 + (BF)^2 - 2 \cdot EF \cdot BF \cdot \cos \measuredangle BFE$$

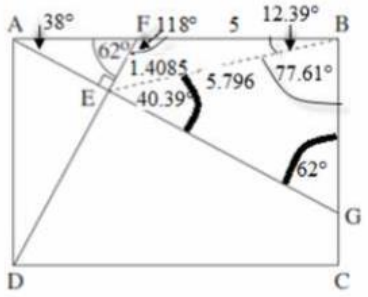
$$(BE)^2 = (0.2817)^2 + a^2 - 2 \cdot 0.2817a \cdot a \cdot \cos 118°$$
$$(BE)^2 = 1.3438a^2$$

$$\boxed{BE = 1.159a}$$

www.xmath.online

ب. بما أن $a = 5$.

(1) حسب قانون sin في ΔFBE.



$$\frac{EF}{\sin \measuredangle EBA} = \frac{BE}{\sin 118°}$$

$$\frac{1.4085 \sin 118°}{5.796} = \sin \measuredangle EBA$$

$$\boxed{\measuredangle \text{EBA} = 12.39°}$$

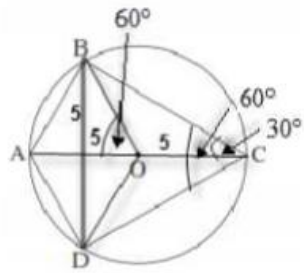
(2) $\measuredangle GBE = 77.61°$ (فرق زوايا).

$\measuredangle BAG = 38°$ (مجموع زوايا).

$\measuredangle BGE = 62°$ (مجموع زوايا).

$\measuredangle BEG = 40.39°$ (مجموع زوايا).

$$S_{\Delta EBG} = \frac{(EB)^2 \cdot \sin \measuredangle BEG \cdot \sin \measuredangle GBE}{2 \cdot \sin \measuredangle BGE}$$



$$S_{\Delta EBG} = \frac{5.796^2 \cdot \sin 40.39° \cdot \sin 77.61°}{2 \cdot \sin 62°}$$

$$\boxed{S_{\Delta EBG} = 12.04 cm^2}$$

صيف 2016 موعد ب

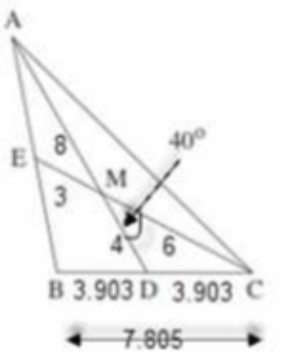
أ. النقطة M هي نقطة التقاء المنصفات لذلك فهي تقسم كل قطعة بنسبة 2:1 (الأطول من جهة الرأس)

$AD = 12, AM : MD, 2:1, 8:4$ $\boxed{MD = 4}$

$CE = 9, CM : EM, 2:1, 6:3$ $\boxed{CM = 6}$

www.xmath.online

ب. حسب قانون العام cos في ΔCMD



$$(CD)^2 = (CM)^2 + (MD)^2 - 2 \cdot CM \cdot MD \cdot \cos \measuredangle CMD$$

$$(CD)^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos 40°$$

$$(CD)^2 = 15.23$$

$$CD = 3.903$$

ج. حسب قانون العام cos في ΔCMD

$$(MD)^2 = (CM)^2 + (CD)^2 - 2 \cdot CM \cdot CD \cdot \cos \measuredangle MCD$$

$$4^2 = 6^2 + 3.903^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3.903 \cdot \cos \measuredangle MCD$$

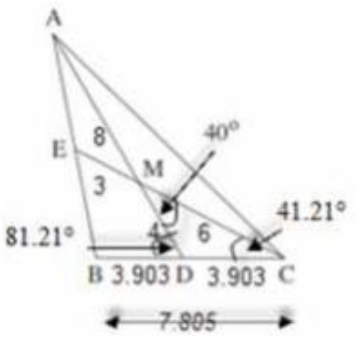
$$16 = 51.23 - 46.836 \cos \measuredangle MCD$$

$$\cos \measuredangle MCD = \frac{35.23}{46.83}$$

$$\measuredangle MCD = 41.21°$$

د. زاوية خارجية للمثلث.

$\measuredangle MDB = 41.21° + 40° = 81.21°$



المساحة $S_{\Delta ADB} = \dfrac{AD \cdot BD \cdot \sin \measuredangle MDB}{2}$

$S_{\Delta ADB} = \dfrac{12 \cdot 3.903 \cdot \sin 81.21°}{2}$

$\boxed{S_{\Delta ADB} = 23.14 cm^2}$

www.xmath.online

صيف 2016 موعد أ

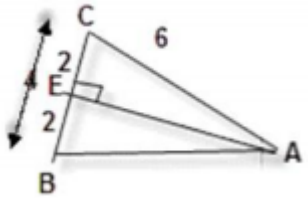
أ. لحساب طول قطر المربع $ACFG$

حسب فيثاغورس في ΔACG : $CG = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 8.485$

لحساب طول قطر المربع $BCDE$

حسب فيثاغورس في ΔEBC : $EC = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 5.657$

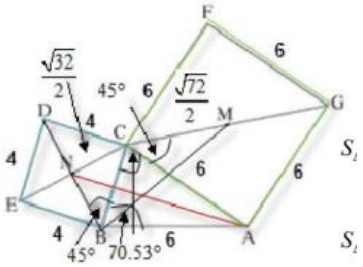
ب. AE عمود في ΔABC متساوي الساقين.



$\cos \measuredangle ACE = \dfrac{CE}{AC}$

$\cos \measuredangle ACE = \dfrac{2}{6}$

$\boxed{\measuredangle ACE = 70.53°}$



ج. أقطار المربع تنصف الزوايا : $\measuredangle ACM = \measuredangle CBN = 45°$

لذلك $\measuredangle BCM = \measuredangle ABN = 70.53° + 45° = 115.53°$

$$S_{\Delta ABN} = \frac{AB \cdot BN \cdot \sin \measuredangle ABN}{2} \qquad S_{\Delta BCM} = \frac{BC \cdot CM \cdot \sin \measuredangle BCM}{2}$$

$$S_{\Delta ABN} = \frac{6 \cdot \frac{\sqrt{32}}{2} \cdot \sin 115.53°}{2} \qquad S_{\Delta BCM} = \frac{4 \cdot \frac{\sqrt{72}}{2} \cdot \sin 115.53°}{2}$$

$\boxed{S_{\Delta ABN} = 7.657 cm^2}$ $\boxed{S_{\Delta BCM} = 7.657 cm^2}$

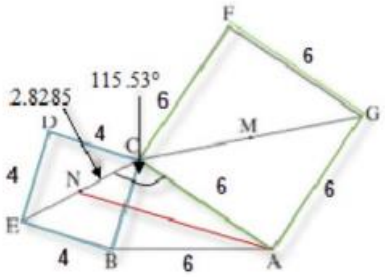
المساحتان متساويتان

www.xmath.online

د. نحسب طول AN :

$NC = 0.5 \cdot 5.657 = 2.8285$

حسب قانون cos العام في ΔANC



$$(AN)^2 = (AC)^2 + (NC)^2 - 2 \cdot AN \cdot NC \cdot \cos \measuredangle NCA$$

$$(AN)^2 = 6^2 + 2.8282^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2.8285 \cdot \cos 115.53°$$

$$(AN)^2 = 58.629$$

$\boxed{AN = 7.657 cm}$

شتاء 2016

أ. $\measuredangle ACB = 90°$ معطى

$\measuredangle CAD = 50°$ معطى $\measuredangle CAB = 25°$ (AD ينصف $\measuredangle CAB$)

$\measuredangle ADC = 65°$ (مجموع زوايا ΔCDA $180°$) $AEC = 90°$ معطى $\measuredangle ACE = 40°$

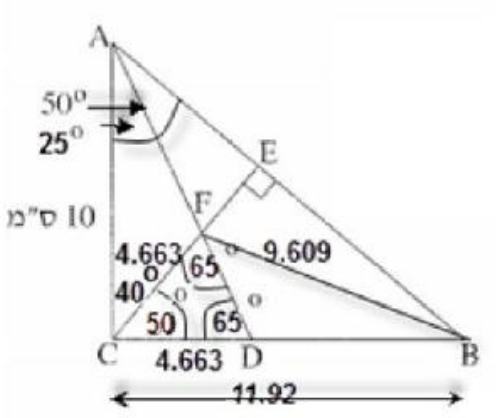
(مجموع زوايا ΔCEA $180°$)

$\measuredangle DCF = 50°$ (فرق زوايا) $\measuredangle CFD = 65°$ (مجموع زوايا ΔCDF $180°$)

www.xmath.online

$CD = CF$ مقابل زوايا متساوية أضلاع متساوية.

ΔACD



$$\tan 25° = \frac{CD}{AC}$$

$$10\tan 25° = CD$$

$$\boxed{CD = 4.663cm}$$

$$\boxed{CF = 4.663cm}$$

$$S_{\Delta CFD} = \frac{CD \cdot CF \cdot \sin \measuredangle DCF}{2}$$

$$S_{\Delta CFD} = \frac{4.663^2 \sin 50°}{2}$$

$$\boxed{S_{\Delta CFD} = 8.329cm^2}$$

ب. (1)

ΔABC

$$\tan 50° = \frac{CB}{CA}$$
$$10\tan 50° = CB$$

$$\boxed{CB = 11.92cm}$$

ΔFBC حسب قانون cos العام.

$$(FB)^2 = (CF)^2 + (BC)^2 - 2\cdot CF\cdot BC\cdot \cos \measuredangle FCB$$

$$(FB)^2 = 4.663^2 + 11.92^2 - 2\cdot 4.663\cdot 11.92\cdot \cos 50°$$
$$(FB)^2 = 92.337$$

www.xmath.online

$$\boxed{FB = 9.609cm}$$

(2) ΔFEB قائم بحيث FB الوتر لذلك منصف مركز الدائرة المحاصرة للمثلث.

$$R = \frac{FB}{2} = \frac{9.609}{2} = 4.804cm$$

صيف 2015 موعد ب

أ. (1) بما أن شبه المنحرف محصور داخل دائرة بالتالي فهو أيضا متساوي الساقين.

$\measuredangle DOC = 45$ ، $\measuredangle AOB = 135$ (معطى)

$\measuredangle AOD + \measuredangle BOC = 180°$ (دورة كاملة $360°$).

وبما أن الساقين متساويين:

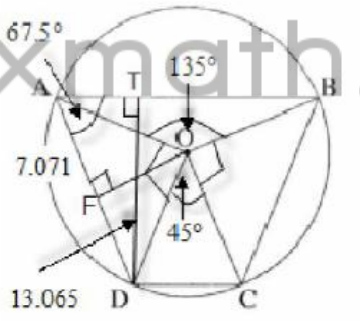
$$\sphericalangle BOC = \sphericalangle AOD = 90°$$

$$\angle BAD = \sphericalangle \frac{\sphericalangle BOC + \sphericalangle DOC}{2} = \frac{90° + 45°}{2} = 67.5° \ (2)$$

زاوية محيطية تساوي نصف المركزية المقابلة لنفس القوس.

ب. نضيف DT ارتفاع شبه المنحرف.

وايضا $OF \perp AD$ ارتفاع على القاعدة في ΔAOD (معامد ومنصف).



www.xmath.online

ΔATD

$$\sin 67.5° = \frac{DT}{AD}$$

$$AD = \frac{13.065}{\sin 67.5°}$$

$$AD = 14.14$$

$$AF = 7.071$$

ΔAOF

$$\cos 45° = \frac{AF}{AO}$$

$$\cos 45° = \frac{7.071}{AO}$$

$$AO = 10$$

$$R = 10$$

ج.

في كلا المثلثين لدينا

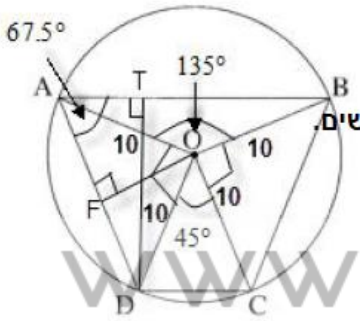
$(AO = OB = OD = OC)$ أنصاف أقطار

وحسب $S = \frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{2}$

بما أن

$$\sin\alpha = \sin(180-\alpha)$$
$$\sin 45° = \sin 135°$$
$$S_{\Delta AOB} = S_{\Delta DOC}$$
$$\frac{AO \cdot OB \cdot \sin 135°}{2} = \frac{OD \cdot OC \cdot \sin 45°}{2}$$

د. مساحة شبه المنحرف

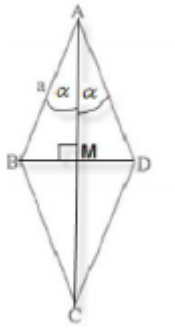


$$S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{DOA}$$
$$S_{ABCD} = \frac{R^2}{2} \cdot (\sin 135° + \sin 90° + \sin 45° + \sin 90°)$$
$$S_{ABCD} = \frac{10^2}{2} \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1)$$
$$S_{ABCD} = 170.71$$

www.xmath.online

صيف 2015 موعد أ

أ. (1) الأقطار تنصف الزوايا في المعين $\alpha = BAM$ ∢ .



الأقطار متعامدة في المعين $AMB = 90°$ ∢

ΔABM _____ ΔABM _____

$$\sin\alpha = \frac{BM}{AB} \qquad \cos\alpha = \frac{AM}{AB}$$

$$\boxed{a\sin\alpha = BM} \qquad \boxed{a\cos\alpha = AM}$$

$$\boxed{AC = 2a\cos\alpha} \qquad \boxed{BD = 2a\sin\alpha}$$

(2) معطى

$$AC \cdot AB = a^2$$

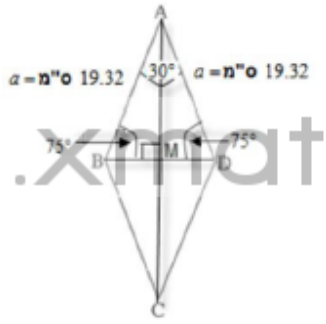
$$2a\cos\alpha \cdot 2a\sin\alpha = a^2$$
$$2a^2 \sin 2\alpha = a^2 \ / : 2a^2 > 0$$
$$\sin 2\alpha = 0.5$$

$$2\alpha = 30° \leftarrow BAD < 90° \measuredangle$$

$$\boxed{\alpha = 15°}$$

ب. حسب مجموع زوايا ΔADB

$$\measuredangle ADB = \frac{180° - 30°}{2} = 75°$$



www.xmath.online

حسب قانون sin العام في ΔABD

$$\frac{AB}{\sin 75°} = 2R$$
$$a = 2 \cdot 10 \cdot \sin 75°$$
$$a = 19.32$$

مساحة المعين :

$$S_{\Delta ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \measuredangle BAD$$

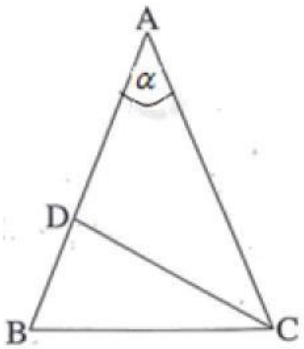
$$S\square_{ABCD} = 19.32^2 \cdot \sin 30°$$
$$S\square_{ABCD} = 186.6$$

شتاء 2015

أ. معطى $\measuredangle BAC = \alpha$

معطى $S_{\Delta ABC} = 12.5$

معطى $AB = AC$



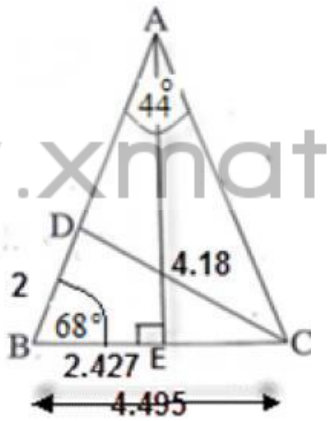
$$12.5 = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \measuredangle BAC}{2}$$

$$12.5 = \frac{(AB)^2 \sin\alpha}{2} \ / \frac{2}{\sin\alpha} > 0$$

$$\frac{25}{\sin\alpha} = (AB)^2$$

$$AB = \frac{5}{\sqrt{\sin\alpha}} \leftarrow AB > 0$$

ب. $\measuredangle B = \measuredangle ACB = \frac{180° - 44°}{2} = 68°$



www.xmath.online

ΔABE

$$\cos 68° = \frac{BE}{AB}$$

$$\frac{5\cos 68°}{\sqrt{\sin 44°}} = BE$$

$$BE = 2.247cm$$

$$BC = 4.495cm$$

حسب قانون cos العام في ΔBCD

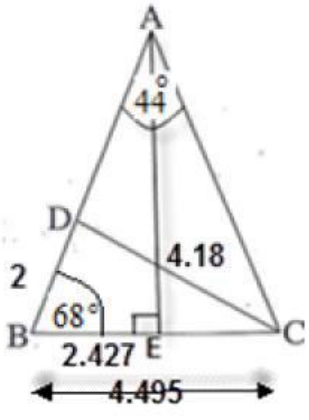
$$(DC)^2 = (BD)^2 + (BC)^2 - 2 \cdot BD \cdot BC \cdot \cos \measuredangle B$$

$$(DC)^2 = 2^2 + 4.495^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4.495 \cdot \cos 68°$$

$$(DC)^2 = 17.47$$

$$DC = 4.18cm$$

ج. حسب قانون sin العام .



$$\frac{BD}{\sin \measuredangle BCD} = \frac{DC}{\sin 68°}$$

$$\sin \measuredangle BCD = \frac{2 \cdot \sin 68°}{4.18}$$

$$\sin \measuredangle BCD = 0.4437$$

$$\measuredangle BCD = 26.34° \leftarrow 0° < \measuredangle BCD < 68°$$

صيف 2014 موعد ب

أ. في المثلّث المتساوي الساقين ABD يتحقّق: $\measuredangle BAD = 180° - 2\alpha$

www.xmath.online

$$\Downarrow$$

$AD = AB = m$ ، لذلك: $S\Delta DAB = \frac{1}{2} m^2 \sin(180° - 2\alpha)$

$$\Downarrow$$

$$\frac{m^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} m^2 \sin(2\alpha)$$

$$\Downarrow$$

$$\sin(2\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Downarrow$$

حلّا المعادلة لِـ $0° < \alpha < 180°$ هما $\alpha = 30° \quad , \quad \alpha = 60°$

$\measuredangle DAB$ هي زاوية منفرجة لأنّ $AB < DC$ ، $\Downarrow$

وهي $180° - 2\alpha$، لذلك $\alpha = 30°$

ب. $S_{\text{شبه المنحرف}} = S_{\Delta DAB} + S_{\Delta DBC}$

$$\measuredangle DBC = \measuredangle ABC - \measuredangle ABD$$

$$\Downarrow$$

$\measuredangle ABC = \measuredangle DAB$ وجدنا أنّ، لذلك: $\measuredangle DBC = (180° - 2\alpha) - \alpha = 90°$

في المثلّث المتساوي الساقين ABD يتحقّق: $\dfrac{\frac{1}{2}DB}{AD} = \cos\measuredangle ABD = \cos 30°$

$$\Downarrow$$

$$DB = 2 \cdot m \cdot \cos 30° = m\sqrt{3}$$

من هنا $S_{\Delta DBC} = \frac{1}{2} \cdot m\sqrt{3} \cdot m = \frac{m^2\sqrt{3}}{2}$

www.xmath.online

$$S_{\text{شبه المنحرف}} = \frac{m^2\sqrt{3}}{4} + \frac{m^2\sqrt{3}}{2} = \frac{m^2 \cdot 3\sqrt{3}}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$27\sqrt{3} = \frac{m^2 3\sqrt{3}}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$m = 6$$

صيف 2014 موعد أ

أ. $\measuredangle ACB = \measuredangle ABC$ زاويتا القاعدة متساويتان في المثلث المتساوي الساقين.

$$\measuredangle CAB = 80°$$

$$\Downarrow$$

$\measuredangle ACB = \frac{180° - 80°}{2} = 50°$ مجموع زوايا المثلث هو $180°$

في المثلث ABC

www.xmath.online

حسب نظرية السينوس يتحقق: $\frac{AB}{\sin \measuredangle ACB} = 2R$

$$\frac{AB}{\sin 50°} = 2R$$

$$\Downarrow$$

$$AB = 2R\sin 50°$$

ب. $\measuredangle COB = 2 \measuredangle CAB = 160°$ الزاوية المركزية في الدائرة هي ضعف الزاوية المحيطية التي تستند إلى نفس القوس

ج. (1) $\measuredangle OBC = \measuredangle OCB$ زاويتا القاعدة متساويتان في المثلث المتساوي الساقين

$\measuredangle COB = \measuredangle 160°$ برهن في البند " ب "

$OBC = \frac{180° - 160°}{2} = 10°$ مجموع الزوايا في المثلث

$\Downarrow$

$\measuredangle ABD = 50° - 10° = 40°$

(2) في المثلث ADB

حسب قانون sin العام

يتحقق: $\dfrac{AB}{\sin \measuredangle ADB} = \dfrac{BD}{\sin \measuredangle DAB}$

www.xmath.online

مجموع الزوايا في المثلث ADB $\measuredangle ADB = 180° - 80° - 40° = 60°$

$\Downarrow$

$\dfrac{2R\sin 50°}{\sin 60°} = \dfrac{5}{\sin 80°}$

$\Downarrow$

$R = 2.87$ سم

شتاء 2014

أ. حسب المعطى $\Delta NBA \approx \Delta MBC$ بالتلاؤم

$\Downarrow$

$\measuredangle MBC = \measuredangle ABN$

$\measuredangle ABC = 90°$ زاوية في مربع

$$\Downarrow$$

$$\measuredangle CBN=90^\circ - \measuredangle ABN =90^\circ - \measuredangle MBC$$

$$\measuredangle MBN =\measuredangle MBC+\measuredangle CBN$$

$$\Downarrow$$

$$\measuredangle MBN=\measuredangle MBC+90^\circ - \measuredangle MBC = 90^\circ$$

www.xmath.online

ب. $BM=BN$ لأن $\Delta NBA \approx \Delta MBC$ بالتلاؤم

$$\Downarrow$$

$\measuredangle BMN = \measuredangle BNM$ مقابل الاضلاع المتساوية في المثلث توجد زوايا متساوية ..

ج. وجدنا أن ΔMBN هو قائم الزاوية ومتساوي الساقين,

لذلك حسب نظرية فيثاغورس يتحقق: $MN^2 =2 \cdot BM^2$

$$\Downarrow$$

$$16^2 = 2 \cdot BM^2$$

$$\Downarrow$$

$$BM = 8\sqrt{2}$$

في المثلث المتساوي الساقين MBC يتحقق $\sin\left(\frac{\measuredangle BMC}{2}\right)=\frac{\frac{1}{2}BC}{BM}$

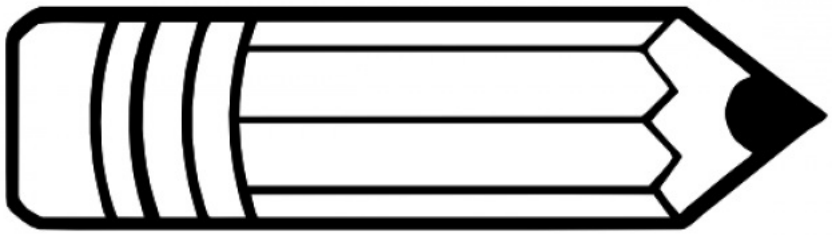
$$\Downarrow$$

$$\sin\left(\frac{120^\circ}{2}\right)=\frac{\frac{1}{2}BC}{8\sqrt{2}}$$

$$\Downarrow$$

www.xmath.online

$BC=8\sqrt{6}$ سم



أ. $CD \perp AB$ مماس معامد لنصف القطر في نقطة التماس

$$\Downarrow$$

في المثلث القائم الزاوية ADC يتحقق: $\frac{2R}{AD}=tga$

$$\Downarrow$$

$$AD=\frac{2R}{tga}$$

في المثلث القائم الزاوية BDC يتحقق: $\frac{2R}{BD} = tg\beta$

$$\Downarrow$$

$$BD=\frac{2R}{tg\beta}$$

$$AB = AD + BD$$

$$\Downarrow$$

$$AB = \frac{2R}{tg\alpha} + \frac{2R}{tg\beta} = 2R\left(\frac{1}{tg\alpha} + \frac{1}{tg\beta}\right)$$

www.xmath.online

ب. مساحة المثلث ABC هي: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot AB$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2} \cdot 2R \cdot 2R\left(\frac{1}{tg\alpha} + \frac{1}{tg\beta}\right) = 2R^2\left(\frac{1}{tg\alpha} + \frac{1}{tg\beta}\right)$$

حسب المعطى: $S_{\Delta ABC}= 4R^2 \ , \ \alpha = \beta$

لذلك: $4R^2 = 2R^2\left(\frac{1}{tg\alpha} + \frac{1}{tg\beta}\right)$

$$\Downarrow$$

$$tg\alpha = 1$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = 45°$$

إذا كان $\alpha = \beta$ عندما $\sphericalangle ACB = 180° - 2\alpha$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle ACB = 90°$$

صيف 2013 موعد ب

أ. $\sphericalangle DOA = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$ OAB معطى أنه ربع دائرة

$\sphericalangle CAO = 90^\circ$ المماس للدائرة يعامد نصف القطر

من هنا: $\sphericalangle DOA + \sphericalangle CAO = 180^\circ$

مجموع زاويتين داخليتين من جهة واحدة هو 180° (احاديتا الجانب) اذاً فالمستقيمين متوازيين

$\Downarrow$

www.xmath.online

$AC \parallel OD$

ب.الشكل الرباعي ACDO هو شبه منحرف اذاً مساحته $S = \frac{OA}{2}(OD + AC)$

$OA = R$ نصف قطر الدائرة

من المثلث OAC:

$$\tan\alpha = \frac{AC}{OA}$$

$\Downarrow$

$AC = \tan\alpha \cdot OA = \tan\alpha \cdot R$, $OA = R$ نصف قطر الدائرة

في المثلث OAC:

$\sphericalangle OCA = 90^\circ - \alpha$, من مجموع زوايا المثلث

$\Downarrow$

$\sphericalangle PCO = \sphericalangle OCA = 90^\circ - \alpha$

القطعة التي تصل مركز الدائرة بالنقطة التي يخرج منها مماسان للدائرة، تنصف الزاوية التي بين المماسين.

لذلك في المثلث OPC:

$\sphericalangle POC = \alpha$ من مجموع زوايا المثلث

(علماً بأن $S\ OPC = 90^{o}$ لأنها زاوية بين مماس ونصف قطر)

اذاً:

$$\sphericalangle DOP = 90^{\circ} - \sphericalangle POC - \sphericalangle COA = 90^{\circ} - \alpha - \alpha$$

$$\sphericalangle DOP = 90^{\circ} - 2\alpha$$

www.xmath.online

من المثلث ODP القائم الزاوية:

$$\cos(\measuredangle DOP) = \frac{OP}{OD}$$

$$\Downarrow$$

$$\cos(90^{\circ} - 2\alpha) = \frac{R}{OD}$$

$$\Downarrow$$

$$OD = \frac{R}{\cos(90^{\circ} - 2\alpha)}$$

باستخدام المتطابقة: $\cos(90^{o} - 2\alpha) = \sin(2\alpha)$ ينتج:

$$OD = \frac{R}{\sin(2\alpha)}$$

نعوض في التعبير: $S = \frac{OA}{2}(OD + AC)$

ينتج: $S = \frac{R}{2}(\frac{R}{\sin(2\alpha)} + \tan\alpha \cdot R)$

ج .مساحة المثلث OPD:

$$S_{VOPD} = \frac{1}{2} \cdot OD \cdot OP \sin S\, DOP$$

$$\Downarrow$$

$$, \quad S_{VOPD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{\sin(2\alpha)} \cdot R \sin(90^o - 2\alpha)$$

$$\Downarrow$$

$$S_{VOPD} = \frac{R^2}{2} \cdot \frac{\cos(2\alpha)}{\sin(2\alpha)}$$

بما أنه معطى ان: $S_{VOPD} = \frac{R^2}{2}$

www.xmath.online

ينتج: $\frac{R^2}{2} = \frac{R^2}{2} \cdot \frac{\cos(2\alpha)}{\sin(2\alpha)}$, باستخدام المتطابقة $\frac{\cos(2\alpha)}{\sin(2\alpha)} = \frac{1}{\tan(2\alpha)}$

$$\frac{R^2}{2} = \frac{R^2}{2} \cdot \frac{1}{\tan(2\alpha)}$$

$$\Downarrow$$

$$\tan(2\alpha) = 1$$

$$\Downarrow$$

$$2\alpha = 45^o$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = 22.5^o$$

صيف 2013 موعد أ

أ. في المثلث القائم الزاوية

$DE = \frac{1}{2} AM = AD$ في المثلث القائم الزاوية المستقيم المتوسط للوتر يساوي نصف الوتر.

$\Downarrow$

$\sphericalangle DAE = \sphericalangle DEA$ مقابل الأضلاع المتساوية في المثلث توجد زوايا متساوية.

ب. حسب قانون المساحة باستخدام سينوس الزاوية

www.xmath.online

$$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} AD \cdot ED \sin \sphericalangle ADE$$

$\Downarrow$

$$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot b \sin(180^\circ - 4\alpha)$$

$\Downarrow$

$$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} \cdot b^2 \sin(4\alpha)$$

ج. (1) حسب المعطى:

$$MK = 2DE$$

$\Downarrow$

$DE = \frac{1}{2} AM$ لذلك: $MK = 2 \cdot b = AM$

$\Downarrow$

$AM = AK$ لذلك: $MK = AM = AK$

$\Downarrow$

$\triangle AMK$ هو متساوي الأضلاع

$\Downarrow$

$2\alpha = 60^{o} \Rightarrow \alpha = 30^{o}$

(1) حسب البند الفرعي " ج (1) ": $\sphericalangle AMK = 60^{\circ}$

حسب البند " ب ":

$\sphericalangle ADE = 180^{\circ} - 4\alpha = 60^{\circ}$

$\Downarrow$

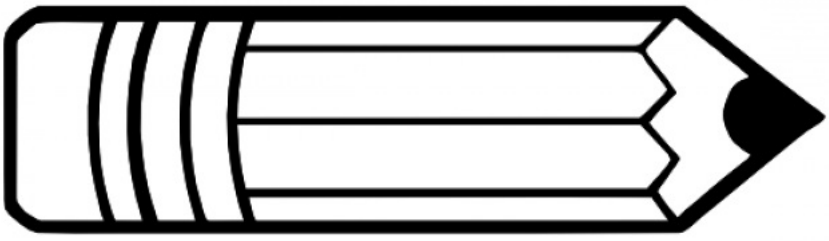
$\sphericalangle ADE = \sphericalangle AMK$

$\Downarrow$

$DE \parallel MK$

www.xmath.online

إذا كانت زاويتان متساويتين بالتناظر، فان المستقيمان متوازيان



أ. (1) $\sphericalangle LKA = \sphericalangle AML = 120^\circ$ الزاويتان المتقابلتان في المعين متساويتان.

$\Downarrow$

$\sphericalangle PKA = 60^\circ$ القطر في المعين ينصف الزاويتين المتقابلتين.

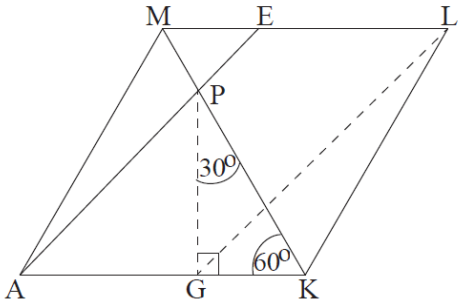
(2) حسب قانون السينوس العام، في المثلّث PKA يتحقّق: $\frac{PK}{\sin\alpha} = \frac{a}{\sin(180^o - (\alpha + 60^o))}$

$\Downarrow$

$$PK = \frac{a\sin\alpha}{\sin(\alpha + 60^o)}$$

www.xmath.online

ب. الزوايا في المثلث GPK هي: $30^o, 60^o, 90^o$



(كما في الرسم)

$\Downarrow$

$GK = \sin 30^o \cdot PK$

$\Downarrow$

$$GK = \frac{a\sin 46^o}{2\sin(46^o + 60^o)}$$

$\Downarrow$

$GK = 0.374a$

حسب قانون الكوسينوس العام في المثلث GLK يتحقق:

$$GL^2 = GK^2 + KL^2 - 2 \cdot GK \cdot KL \cdot \cos S\,AKL$$

$\Downarrow$

$$GL^2 = 0.374^2 \cdot a^2 + a^2 - 2 \cdot 0.374 \cdot a^2 \cdot \cos 120^o$$

$\Downarrow$

$GL = 1.23a$

شتاء 2013

أ. في المثلث $\triangle ADE$

$\sphericalangle DAE = \sphericalangle DAC - \alpha$ (أقطار المربع تنصف الزوايا)

$\sphericalangle DAE = 45^\circ - \alpha$

$$\tan(45^o - \alpha) = \frac{2}{a}$$

$$a = \frac{2}{\tan(45^o - \alpha)}$$

www.xmath.online

ب.

$\alpha = 30^o$

$\Downarrow$

$$a = \frac{2}{\tan(45^o - 30^o)} = 7.46$$

$$EC = a - 2 = 5.46$$

$$AC = \sqrt{2}a = 10.55$$

$$S = \frac{EC \cdot AC \cdot \sin 45^o}{2}$$

$$S = 20.36$$

ج- اذا كان : $DE = EC = 2$

$$\Downarrow$$

$$a = 4$$

$$\tan(45^o - \alpha) = \frac{2}{a}$$

$$\tan(45^o - \alpha) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$45^o - \alpha = 26.56^o$$

$$\alpha = 18.43^o$$

www.xmath.online

أ. نحسب مقدار الزاوية $\sphericalangle ACB$ حسب قانون الكوسينوس العام في $\triangle ABC$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \sphericalangle ACB$$

$$25 = 64 + 100 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos \sphericalangle ACB$$

$$\cos \sphericalangle ACB = 0.86$$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle ACB = 29.686$$

$\sphericalangle DCB = \sphericalangle DBC = 29.686$ (لان المثلث $\triangle BDC$ متساوي الساقين)

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle BDC = 120.628$$

(من مجموع زوايا مثلث)

ب. باستخدام قانون السينوس العام نحسب نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث ABD△

$$\frac{AB}{\sin \mathrm{S}\, ADB} = 2R_1$$
$$\frac{5}{\sin(59.37)} = 2R_1$$
$$R_1 = 2.9$$

باستخدام قانون السينوس العام نحسب نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث

www.xmath.online

$$\triangle BDC$$
$$\frac{BC}{\sin \mathrm{S}\, BDC} = 2R_2$$
$$\frac{10}{\sin(120.62)} = 2R_2$$
$$R_2 = 5.8$$

إذا النسبة هي: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{2.9}{5.8} = 0.5$

صيف 2012 موعد ب

أ- (1)

$BC = AD$ (ساقان في شبه منحرف متساوي الساقين)

$EB = EA$ (النقطة E تنصف AB)

في شبه المنحرف ABCD:

$\mathrm{S}\, ADC = \mathrm{S}\, BCD = \alpha$ (زوايا قاعدة)

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle DAB = \measuredangle CBA = 180 - \alpha$$

(مجموع زاويتان متجاورتان في شبه المنحرف 180)

إذا حسب ض.ز.ض: $\triangle DAE \cong \triangle CBE$

$$\Downarrow$$

$$ED = EC$$

(2)

بما أن $ED = EC$

$$\Downarrow$$

هو مثلث متساوي الساقين $\triangle DEC$

www.xmath.online

وبما أن EF ينصف القاعدة DC

وفي المثلث متساوي الساقين منصف القاعدة يعامدها أيضاً

$$\Downarrow$$

$$EF \perp DC$$

ب- في $\triangle ECB$

$EB = \frac{1}{2} AB = 2$ لأن E تنصف AB

باستخدام قانون كوسينوس العام نحسب EC

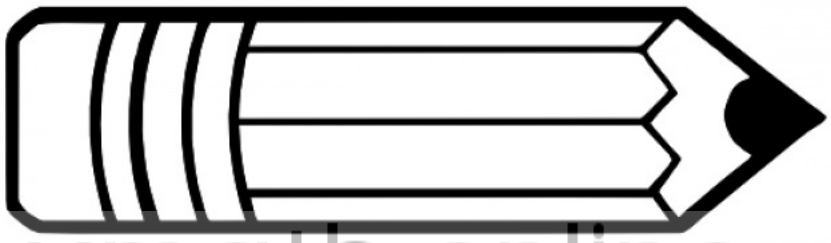
$$EC^2 = 2^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot \cos 110$$

$$EC^2 = 44.10$$

$$EC = 6.64$$

وباستخدام قانون السينوس العام

$$\frac{EC}{\sin\sphericalangle EBC}=\frac{EB}{\sin\sphericalangle ECB}$$
$$\frac{6.64}{\sin 110}=\frac{2}{\sin\sphericalangle ECB}$$
$$\sin\sphericalangle ECB=0.28$$
$$\sphericalangle ECB=16.43$$



www.xmath.online

أ . (1) $AB=AD$ (مماسان لنفس الدائرة يخرجان من نفس النقطة)

$\triangle ABC$ مثلث متساوي ساقين

$\Downarrow$ (مجموع زوايا المثلث، $\frac{180-2\alpha}{2}=90-\alpha$)

$$\sphericalangle ABD=\sphericalangle ADB=90^\circ-\alpha$$

$\Downarrow$ (الزاوية بين مماس ووتر تساوي الزاوية المحيطية المقابلة للوتر)

$$\sphericalangle BCD=\sphericalangle ABD=90^\circ-\alpha$$

(2) المثلث $\triangle CBD$ محصور داخل دائرة

وحسب قانون سينوس العام

$$\frac{BD}{\sin(90^o-\alpha)}=2R$$

(معطى $R=10$) , (باستخدام المتطابقة $\sin(90-\alpha)=\cos\alpha$)

$$BD=20\sin(90^o-\alpha)$$
$$BD=20\cos\alpha$$

في المثلث $\triangle ABD$ حسب قانون سينوس العام

$$\frac{AB}{\sin(90^\circ-\alpha)}=\frac{BD}{\sin 2\alpha}$$

باستخدام المتطابقات ,

$$\sin(90-\alpha)=\cos\alpha$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\frac{1}{\tan\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\frac{AB}{\cos\alpha}=\frac{20\cos\alpha}{2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$$
$$AB=\frac{20\cos\alpha}{2\sin\alpha}$$
$$AB=\frac{10}{\tan\alpha}$$

ب.حسب المعطيات: $(\alpha=30^\circ)$

www.xmath.online

$$BD=20\cdot\cos 30^\circ=17.32$$
$$AB=\frac{10}{\tan 30^\circ}=17.32$$

وبما أن:

$$\sphericalangle BCD=60^\circ$$
$$\sphericalangle CBD=70^\circ$$

(مجموع زوايا مثلث)

$$\Downarrow$$
$$\sphericalangle CBD=50^\circ$$

نحسب طول BC في $\triangle CBD$ حسب قانون السينوس العام

$$\frac{CB}{\sin 50}=2R \quad , \quad R=10$$
$$CB=15.32$$

وحسب قانون الكوسينوس العام:

$$AC^2=CB^2+AB^2-2\cdot CB\cdot AB\cdot\cos \mathrm{S}\,CBA$$
$$AC^2=(15.32)^2+(17.32)^2-2\cdot(15.32)\cdot(17.32)\cdot\cos 130^\circ \quad , \quad \mathrm{S}\,CBA=60^\circ+70^\circ=130^\circ$$
$$AC=29.59$$

صيف 2012 موعد أ

أ. $\sphericalangle DAC = 180 - 2\alpha - \beta$ من مجموع زوايا المثلث

S_1: مساحة $\triangle ACD$

$$S_1 = \frac{AD \cdot AC \cdot \sin(180 - 2\alpha - 2\beta)}{2}$$

S_2: مساحة $\triangle ABD$

$$S_2 = \frac{AB \cdot AD \cdot \sin\beta}{2}$$

النسبة هي:

www.xmath.online

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{AB \cdot AD \cdot \sin\beta}{2}}{\frac{AD \cdot AC \cdot \sin(180 - 2\alpha - 2\beta)}{2}}$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\sin\beta}{\sin(180 - 2\alpha - \beta)}$$, حسب المتطابقة $\sin\alpha = \sin(180 - \alpha)$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\sin\beta}{\sin(2\alpha + \beta)}$$

أ- ب.نحسب مساحة: $\triangle ACD, \triangle ABD$

بطريقة اخرى عن طريق استخدام الارتفاع h

$$S_{ACD} = \frac{DC \cdot h}{2}, S_{ABD} = \frac{BD \cdot h}{2}$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\frac{BD \cdot h}{2}}{\frac{DC \cdot h}{2}}$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$$

من فرع أ:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\sin\beta}{\sin(2\alpha+\beta)}$$

$$\frac{\sin 30}{\sin(2\alpha+30^o)} = \frac{1}{2}$$

$$\sin(2\alpha+30^o) = 1 \qquad \beta = 30^o ,$$

$$2\alpha + 30^o = 90^o$$

$$\alpha = 30^o$$

شتاء 2012

www.xmath.online

أ. $\measuredangle BEF = 180^\circ - \measuredangle FED - \measuredangle DEA$

$$\measuredangle BEF = 180^\circ - 60^\circ - (120^\circ - \alpha) = \alpha$$

$\measuredangle DEA = 180^\circ - 60^\circ - \alpha = 120^\circ - \alpha$ مجموع زوايا $\triangle AED$.

$\measuredangle EBF = 60^\circ$ ($\triangle ABC$ متساوي أضلاع).

$\measuredangle BFE = 180^\circ - 60^\circ - \alpha = 120^\circ - \alpha$ (مجموع زوايا مثلث)

ب. نعبر عن طول BF (حسب قانون السينوس العام) في $\triangle BEF$

$$\frac{BF}{\sin\alpha} = \frac{EF}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{BF}{\sin\alpha} = \frac{a}{\sin 60^\circ}$$

$$BF = \frac{a\sin\alpha}{\sin 60^\circ}$$

نعبر عن طول FC (حسب قانون السينوس العام) في $\triangle FDC$

$$\frac{FC}{\sin(120^\circ-\alpha)}=\frac{FD}{\sin 60^\circ}$$
$$FC=\frac{a\sin(120^\circ-\alpha)}{\sin 60^\circ}$$

اذا:

$$BC=BF+FC$$
$$BC=\frac{a\sin\alpha}{\sin 60^\circ}+\frac{a\sin(120^\circ-\alpha)}{\sin 60^\circ}$$
$$BC=\frac{a(\sin\alpha+\sin(120^\circ-\alpha))}{\sin 60^\circ}$$

www.xmath.online

ج. إذا كان $DE \parallel BC$

فان $\measuredangle\alpha=60^\circ$ من التبادل.

حسب قانون السينوس العام.

$$\frac{ED}{\sin 60^\circ}=2R$$
$$\frac{a}{\sin 60^\circ}=2\cdot 4$$
$$a=8\cdot\sin 60^\circ$$
$$a=6.92$$

$$\Downarrow$$

$$BC=\frac{6.92(\sin 60^\circ+\sin 60^\circ)}{\sin 60^\circ}=13.85$$

صيف 2011 موعد ب

أ. $\triangleleft ACB$, خارجية للمثلث $\triangle ACD$

$\Downarrow$

$\triangleleft ACB = \triangleleft CAD + \triangleleft CDA$, الزاوية الخارجية تساوي مجموع الزاويتان الداخليتان

$$\alpha = \frac{\alpha}{4} + \triangleleft CDA$$

$$\triangleleft CDA = \frac{3\alpha}{4}$$

$\triangleleft ACD = 180^\circ - \alpha$ مجاورة ل $\triangleleft ACB = \alpha$

www.xmath.online

$\Downarrow$

في مثلث $\triangle ACD$ حسب قانون سينوس العام:

$$AC = b \ , \ \frac{AD}{\sin \triangleleft ACD} = \frac{AC}{\sin \triangleleft CDA}$$

$$\sin\alpha = \sin(180^o - \alpha) \ , \ \frac{AD}{\sin 180^o - \alpha} = \frac{b}{\sin\frac{3\alpha}{4}}$$

$$AD = \frac{b \sin 180^o - \alpha}{\sin\frac{3\alpha}{4}}$$

في المثلث ABE

$\triangleleft EAB = 180^\circ - 2\alpha$, مجموع زوايا مثلث متساوي الساقين زوايا القاعدة فيه α

$$\sin \sphericalangle EAB = \frac{BE}{AB}$$

$$\Downarrow$$

$$\sin 180^\circ - 2\alpha = \frac{BE}{b}$$

$$BE = b \sin 180^\circ - 2\alpha$$

$$BE = b \sin 2\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{AD}{BE} = \frac{\frac{b \sin \alpha}{\sin \frac{3\alpha}{4}}}{b \sin 2\alpha}$$

www.xmath.online

$$\frac{AD}{BE} = \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{3\alpha}{4} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha}$$

$$\frac{AD}{BE} = \frac{1}{2 \sin \frac{3\alpha}{4} \cos \alpha}$$

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, (حسب المتطابقة)

ب. نعبر عن المساحات حسب: $S = \frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{2}$

$$S_{\triangle ACD} = \frac{AC \cdot AD \cdot \sin \sphericalangle CAD}{2}, \sphericalangle CAD = \frac{\alpha}{4}$$

$$S_{\triangle ABE} = \frac{BE \cdot AB \cdot \sin \sphericalangle EBA}{2}, \sphericalangle EBA = 2\alpha - 90^\circ$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABE}} = \frac{\frac{b \cdot AD \cdot \sin \frac{\alpha}{4}}{2}}{\frac{BE \cdot b \cdot \sin(2\alpha - 90^\circ)}{2}} = \frac{AD \cdot \sin \frac{\alpha}{4}}{BE \cdot \sin(2\alpha - 90^\circ)}$$

من البند أ: $\frac{AD}{BE} = \frac{1}{2 \sin \frac{3\alpha}{4} \cos \alpha}$

$$\Downarrow$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABE}} = \frac{\sin\frac{\alpha}{4}}{2\sin\frac{3\alpha}{4}\cos\alpha\sin(2\alpha-90^\circ)}$$

باستخدام: $\sin(2\alpha-90^o) = -\sin(90^o-2\alpha) = -\cos 2\alpha$,

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABE}} = -\frac{\sin\frac{\alpha}{4}}{2\sin\frac{3\alpha}{4}\cos\alpha\cos 2\alpha}$$

www.xmath.online

صيف 2011 موعد أ

أ .نستخدم قانون الكوسينوس العام في $\triangle ABC$

$$(BC)^2 = (AC)^2 + (AB)^2 - 2\cdot AC\cdot AB\cdot\cos\sphericalangle CAB$$
$$(BC)^2 = 8^2 + 5^2 - 2\cdot 8\cdot 5\cdot\cos 40^\circ$$
$$(BC)^2 = 27.72$$

, $BC > 0$ $BC = 5.265$

وباستخدام قانون السينوس العام في $\triangle ABC$

$$\frac{AC}{\sin\sphericalangle CBA} = \frac{BC}{\sin\sphericalangle CAB}$$
$$\frac{5}{\sin\sphericalangle CBA} = \frac{5.265}{\sin 40^\circ}$$
$$\sin\sphericalangle CBA = \frac{5\cdot\sin 40^\circ}{5.265}$$
$$\sphericalangle CBA = 37.62^\circ$$

ب) $\sphericalangle GBC = \sphericalangle ABE = 45^\circ$ أقطار المربع تنصف الزوايا

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle MBP = 45^\circ + \sphericalangle CBA + 45^\circ$$

$$\sphericalangle MBP = 90^\circ + 37.62^\circ$$

$$\sphericalangle MBP = 127.62^\circ$$

ج.

$$MB = \frac{1}{2}GB$$

$$MB = \frac{1}{2}\sqrt{5.625^2 + 5.265^2} = 3.723$$

$$PB = \frac{1}{2}BE$$

$$PB = \frac{1}{2}\sqrt{8^2 + 8^2} = 5.657$$

www.xmath.online

نستخدم قانون الكوسينوس العام في المثلث $\triangle BMP$

$$(MP)^2 = (MB)^2 + (PB)^2 - 2 \cdot MB \cdot PB \cdot \cos \sphericalangle MBP$$

$$(MP)^2 = 3.723^2 + 5.657^2 - 2 \cdot 3.723 \cdot 5.657 \cdot \cos 127.62^\circ$$

$$MP = 8.46$$

إذا:

$$MB = 3.723$$

$$PB = 5.657$$

$$MP = 8.46$$

شتاء 2011

أ. حسب قانون sin العام. في $\triangle ABC$

$$\frac{AC}{\sin \sphericalangle ABC} = 2R$$

$$\frac{AC}{\sin 60^\circ} = 2R$$

$$\frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R$$

$$\Downarrow$$

$$AC = \sqrt{3} \cdot R$$

(1) المحيط: $3 \cdot \sqrt{3} \cdot R$

www.xmath.online

(2) المساحة:

$$S = \frac{\sqrt{3} \cdot R \cdot \sqrt{3} \cdot R \cdot \sin 60^o}{2}$$

$$S = \frac{3 \cdot R^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{3 \cdot R^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

ب. بما أن:

$$R = 4\sqrt{3}$$

$$\Downarrow$$

$$BC = \sqrt{3} \cdot R$$

$$BC = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 12$$

$$\Downarrow$$

$$AC = AB = BC = 12$$

في $\triangle ACD$:

معطى:

$$\sphericalangle ADC = 90^\circ$$
$$\sphericalangle ACD = 90^\circ - 60^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$\cos 30^o = \frac{DC}{AC}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DC}{12} \Rightarrow DC = 6\sqrt{3}$$

في $VDCB$ القائم (حسب فيثاغورس):

$$(BD)^2 = (DC)^2 + (BC)^2$$
$$(BD)^2 = (6\sqrt{3})^2 + (12)^2 = 252$$
$$BD = 15.87$$

www.xmath.online

صيف 2010 موعد ب

أ. (1) مركز الدائرة O المحصورة داخل مثلث هي نقطة التقاء منصفات الزوايا.

$$\Downarrow$$

OC ينصف $\sphericalangle ACB$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle OCB = 45^\circ$$

OB ينصف $\sphericalangle ABC$

$$\Downarrow$$

$\sphericalangle OBC = 10^\circ$ (من مجموع زوايا المثلث $\triangle ABC$) , $\sphericalangle ABC = 20^\circ$

$\triangle COB$ مجموع زوايا $\sphericalangle COB = 125^\circ$

(2) في $\triangle OEB$

$$\tan 10 = \frac{r}{EB}$$
$$EB = 5.671r$$

بما ان $BC = 10$

$$BC = CE + EB$$
$$10 = r + 5.671r$$
$$r = 1.5$$

www.xmath.online

ب. باستخدام قانون السينوس العام في $\triangle ABC$

$$\frac{BC}{\sin \sphericalangle A} = 2R$$
$$\frac{10}{\sin 70^\circ} = 2R$$
$$R = 5.321$$
$$\frac{r}{R} = \frac{1.5}{5.321} = 0.282$$

صيف 2010 موعد أ

أ. (1) حسب قانون السينوس العام في $VABC$:

$$\frac{AC}{\sin \sphericalangle B} = \frac{BC}{\sin \sphericalangle A}$$
$$\text{S}\, B = 180^o - 72^o - 72 \quad , \quad \frac{10}{\sin 36^\circ} = \frac{BC}{\sin 72^\circ}$$
$$BC = 16.18$$

حسب قانون الكوسينوس العام في $\triangle BAT$:

$$(AT)^2 = (AB)^2 + (TB)^2 - 2 \cdot AB \cdot TB \cdot \cos \sphericalangle B$$
$$(AT)^2 = 16.18^2 + 8.09^2 - 2 \cdot 16.16 \cdot 8.09 \cdot \cos 36^\circ$$
$$(AT)^2 = 115.45$$
$$AT = 10.74$$

ب. باستخدام قانون سينوس العام في $\triangle BAT$:

$$\frac{AT}{\sin \sphericalangle B} = \frac{BT}{\sin \sphericalangle BAT}$$
$$\frac{10.74}{\sin 36^\circ} = \frac{8.09}{\sin \sphericalangle BAT}$$
$$\sin \sphericalangle BAT = \frac{8.09 \cdot \sin 36^\circ}{10.74}$$
$$\sphericalangle BAT = 26.28^\circ$$
$$\sphericalangle TAD = 36^\circ - 26.28^\circ = 9.72^\circ$$

www.xmath.online

شتاء 2010

أ. (1) في المتوازي $ABCD$:

$\sphericalangle D = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$, زاويتان متجاورتان في متوازي اضلاع مجموعهما 180

$$\sphericalangle ADC = \sphericalangle ACD = 40^\circ$$

$VADC$ متساوي ساقين $AD = AC$ معطى.

$\triangle ADC$ مجموع زوايا , $\sphericalangle DAC = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$

حسب قانون الكوسينوس العام في $\triangle ABC$:

$$(DC)^2 = (AC)^2 + (AD)^2 - 2 \cdot AC \cdot AD \cos \sphericalangle DAC$$
$DC > 0$, $DC^2 = 16^2 + 16^2 - 2 \cdot 16 \cdot 16 \cdot \cos 100^\circ$
$$DC = 24.51$$

(2) حسب قانون الكوسينوس العام في VABD:

$$(BD)^2 = (AD)^2 + (AB)^2 - 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos 140^o$$

$AB = DC = 24.51$ ، $(BD)^2 = 16^2 + (24.51)^2 - 2 \cdot 16 \cdot 24.51 \cdot \cos 140^o$

$$BD = 38.17$$

$S = \frac{a \cdot h}{2}$ باستخدام ، $S_{\triangle BAD} = \frac{DB \cdot AE}{2} = \frac{38.18 \cdot AE}{2}$

$$S_{\triangle BAD} = \frac{AD \cdot AB \cdot \sin \sphericalangle BAD}{2}$$

$$S_{\triangle BAD} = \frac{16 \cdot 24.51 \cdot \sin 140^\circ}{2}$$

$$\frac{38.18 \cdot AE}{2} = \frac{16 \cdot 24.51 \cdot \sin 140^\circ}{2}$$

$$AE = 6.6$$

www.xmath.online

الجزء السادس

www.xmath.online

التفاضل
وبحث الدوال

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

معطاة الدالّة

$$f(x)=\frac{5}{(2x-4)^2}$$

.

أ. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. جد خطوط التقارب المعامدة للمحورين للدالّة $f(x)$.

ج. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

د. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$.

ه. (1) جد خطوط التقارب المعامدة للمحورين للدالّة $-f(x)$.

(2) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $-f(x)$.

www.xmath.online

صيف 2017 موعد أ

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{2x^2+4}{x^2-a}$. $0<a$ هو بارامتر.

أجب عن البند "أ" . عبّر عن إجابتك بدلالة a حسب الحاجة .

أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).

(3) جد خطّ التقارب الأفقيّ للدالّة $f(x)$.

ب. يوجد للدالّة $f(x)$ خطّ تقارب عموديّ $x=1$ ، جد a.

عوِّض a الذي وجدتّه في البند " ب "، وأجب عن البنود "ج-هـ"

ج. (1) هل يوجد للدالّة $f(x)$ خطّ تقارب عموديّ إضافيّ ؟ إذا كانت إجابتك نعم – ما هو ؟ إذا كانت إجابتك لا – علّل.

(2) جد إحداثيّات النقطة القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقطة.

(3) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

د. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$.

هـ. بالنسبة لأيّة قيّم K لا يوجد حلّ للمعادلة $f(x)=K$ ؟ علّل.

www.xmath.online

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x+16}}$

أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد احداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين (إذا وجدت مثل هذه النقاط).

(3) جد خطّ التقارب العموديّ للدالّة $f(x)$.

(4) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

(5) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$ في المجال $x\le 0$.

معطاة الدالّة $g(x)=f(x)-2$.

ب. (1) جد احداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ مع المحورين.

(2) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $g(x)$ في المجال $x\le 0$. جد المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالة $g(x)$ والمحورين. (هذا القسم يحتوي تكامل)

شتاء 2017

معطاة الدالّة

$$f(x)=\frac{x-2}{2x+4}$$

أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة .

(2) جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحورين.

(3) جد خطوط تقارب الدالّة $f(x)$ ، الموازية للمحورين.

(4) جد احداثيّات النقاط القصوى للدالّة (إذا وُجدت مثل هذه النقاط)، و مجالات تصاعد و تنازل الدالّة (إذا وُجدت مثل هذه المجالات) . علّل .

(5) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة .

www.xmath.online

ب. نمرّر مماسًا للرسم البيانيّ للدالّة في نقطة تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x .
كما ونمرّر مماسًا في نقطة إضافيّة، P ، تقع على الرسم البيانيّ للدالّة. المماسّان متوازيان .جد إحداثيّات النقطة P .

ج. الدالّة $g(x)$ تحقق $g(x)=f(x)+C$. خطّ التقارب الأفقيّ لـ $g(x)$ يتّحد مع المحور x .
جد C . فسّر إجابتك.

صيف 2016 موعد ب

معطاة الدالّة $f(x)=\sqrt{-x^2+6x+7}$.

أ. جد مجال تعريف الدالّة.

ب. جد النقاط القصوى المطلقة للدالّة، وحدّد نوع هذه النقاط.

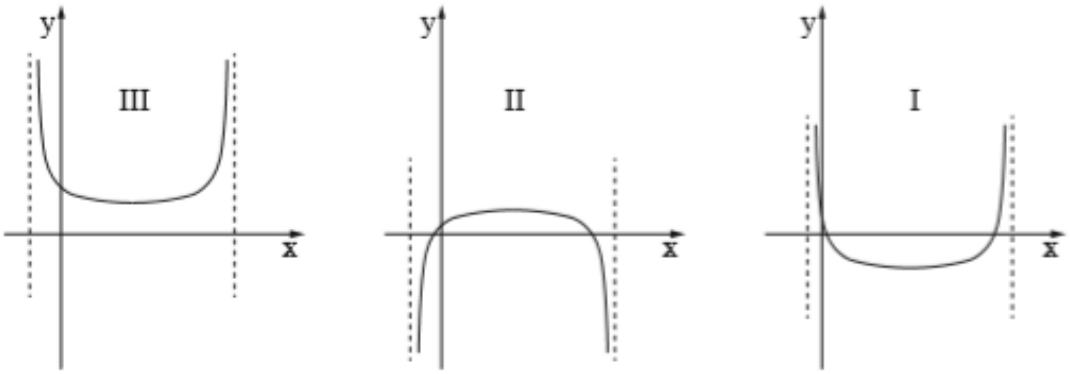
ج. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة.

د. معطاة الدالّة $g(x)$ التي تحقّق $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

(1) جد مجال تعريف الدالّة $g(x)$.

(2) من بين الرسوم البيانيّة I، II، III التي أمامك، أيّ رسم بيانيّ يمثّل رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $g(x)$ ؟ علّل.

www.xmath.online



سؤال تابع لـ**صيف 2016 موعد ب**

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{2-x}{(x-1)^2}$.

أ. **جد مجال تعريف الدالّة.**

ب. **جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحورين.**

ج. **جد خطوط تقرب الرسم البيانيّ للدالّة، المعامدة للمحورين.**

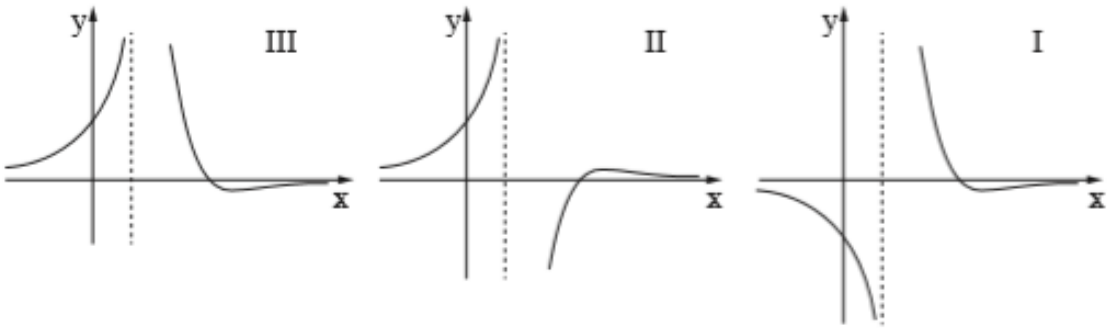
د. **جد مجالات تصاعد ومجالات تنازل الدالّة.**

ه. **ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة.**

و. أمامك ثلاث رسوم بيانيّة I، II، III .

أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة يصف دالّة المشتقّة $f'(x)$ ؟ علّل.

www.xmath.online



صيف 2016 موعد أ

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{m-4x}{(x-1)^2}$ ، m هو بارامتر.

توجد للدالّة $f(x)$ نقطة قصوى في النقطة التي فيها $x=3$

أ. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. جد قيمة البارامتر m .

عوِّض $m=8$ ، وأجب عن البنود "ج" و "د" و "ه".

ج. (1) جد خطوط تقارب الدالّة $f(x)$ ، الموازية للمحورين.

(2) جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالة $f(x)$ مع المحورين

(3) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه النقاط)، وحدّد نوع هذه النقاط.

(4) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

د. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$.

ه. استعن بالرسم البيانيّ الذي رسمتّه، وَجِد بالنسبة لأيّة قيّم x يتحقّق $f(x)>0$ وأيضًا $f'(x)>0$.

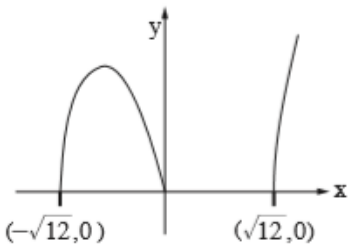
www.xmath.online

شتاء 2016

معطاة الدالّة $f(x)=\sqrt{ax^3-12x}$ ، a هو بارامتر.

مجال تعريف الدالّة هو $x\geq\sqrt{12}$ ، $-\sqrt{12}\leq x\leq 0$

(انظر الرسم).



أ. حسب القيّم التي في الرسم البيانيّ، جد قيمة a.

عوّض $a=1$، وأجب عن البنود " ب "، " ج "، " د ".

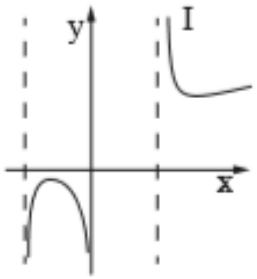
ب. جد احداثيّات نقطة النهاية العظمى للدالّة $f(x)$.

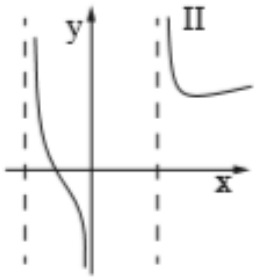
ج. جد لأيّة قيم K يوجد حلّ واحد فقط للمعادلة $f(x)=k$.

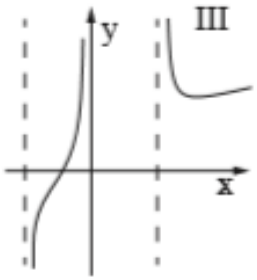
د. (1) ما هي خطوط التقرب المتعامدة للمحور x لدالّة المشتقّة $f'(x)$ ؟

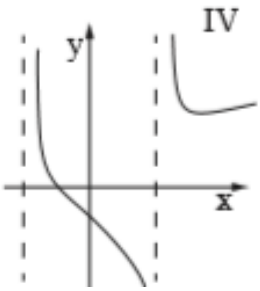
(2) أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة I-IV التي أمامك هو الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ ؟ علّل.

www.xmath.online









صيف 2015 موعد ب

معطاة الدالّة $f(x)=8(2x-1)^2$ المعرَّفة لكلّ x.

أ. (1) جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالة $f(x)$ مع المحورين.

(2) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$ (إذا وجدت مثل هذه المجالات).

ب. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$.

ج. الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ هو خطّ مستقيم.

هذا المستقيم يمرّ عبر نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(1) جد معادلة المستقيم.

(2) جد قيمة $g(\frac{1}{4})$ وقيمة $f(\frac{1}{4})$.

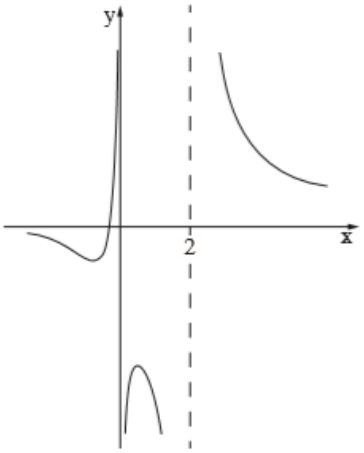
(3) جد المساحة في الربع الرابع، المحصورة بين المستقيم والرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

(هذا القسم يحتوي تكامل)

www.xmath.online

يعرض الرسم الذي أمامك الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)=\frac{4x+1}{ax^2-2x}$.

a هو بارامتر.



أ. جد قيمة a.

عوِّض $a=1$ ، وأجب عن البنود " ب "، " ج "، " د ".

ب. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ج. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

د. (1) ما هي خطوط التقارب المعامدة للمحورين لدالّة المشتقّة $f'(x)$ ؟

(2) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا لدالّة المشتقّة $f'(x)$ في المجال $0<x<2$.

صيف 2015 موعد أ

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{-x^2+2x+3}{x^2}$.

أ. جد مجال تعريف الدالّة

ب. جد خطوط تقارب الدالّة، الموازية للمحورين.

ج. جد نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحورين.

د. جد إحداثيّات النقطة القصوى للدالّة، وحدّد نوع هذه النقطة.

ه. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة.

و. معطى أنّ الدالّة $g(x)$ تحقق $g'(x)=f(x)$.

($g'(x)$ وّ $g(x)$ معرَّفتان في نفس المجال)

مرّروا مماسّين للرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ موازيَيْن للمحور x . ما هما الإحداثيّان x لنقطتَي تماسّ هذين المماسّين؟ علّل.

www.xmath.online

شتاء 2015

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{2}{x^2-x}$.

أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد خطوط تقارب الدالّة $f(x)$ ، المعامدة للمحورين.

(3) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت كهذه)، وحدّد نوع هذه النقاط.

(4) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$.

ب. معطاة الدالّة $g(x)$ التي تُحقِق : $g(x)=f(x)-2$.

اعتمد على البند " أ "، وأجب عن البنود الفرعيّة التي أمامك.

(1) ما هي خطوط التقارب المعامدة للمحورين للدالّة $g(x)$ ؟

(2) ما هي إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $g(x)$ (إذا وُجدت كهذه)؟

(3) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $g(x)$.

صيف 2014 موعد ب

معطاة الدالّة $f(x)=1-\frac{1}{(x-5)^2}$.

أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد خطوط تقارب الدالّة $f(x)$ ، الموازية للمحورين.

(3) جد نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(4) جد إشارة دالّة المشتقّة $f'(x)$ في المجال $x<5$ ، وجد إشارة دالّة المشتقّة $f'(x)$ في المجال $x>5$.

ب. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$.

جـ. مرّروا مستقيمًا يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في النقطة التي فيها $x=4$.

جد إحداثيّات نقاط تقاطُع المماسّ مع خطوط تقارب الدالّة $f(x)$.

www.xmath.online

صيف 2014 موعد أ

معطاة الدالّة $f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$.

أ. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

ج. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

د. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالة $f(x)$.

ه. هل المستقيم يقطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ؟ علّل.

صيف 2013 موعد ب

معطاة الدالة $f(x)=\frac{9}{(x+1)^2}-1$.

أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين.

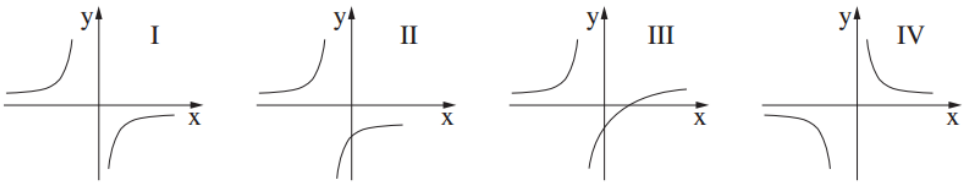
ج. جد خطوط تقارب الدالة، الموازية للمحورين.

د. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة (إذا وجدت مثل هذه المجالات).

هـ. ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة.

و. أي رسم بياني من الرسوم البيانية التالية يعرض رسماً بيانياً تقريبا لدالة المشتقة $f'(x)$ ؟ علل

www.xmath.online



صيف 2013 موعد أ

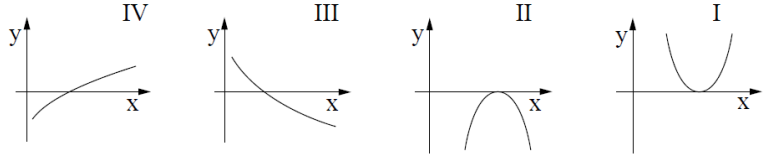
معطاة الدالة $f(x)=x\sqrt{4x}-6x$

أ.(1) جد مجال تعريف الدالة.(2) جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين.

(3) جد احداثيات النقاط القصوى للدالة, و حدد نوع هذه النقاط.

ب. أرسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة.

ج. أي رسم بياني من الرسوم البيانية الأربعة يمكن ان يصف دالة المشتقة $f'(x)$ في المجال $1\le x\le 10$. علل



شتاء 2013

معطاة الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2}$

أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين (إذا وجدت مثل هذه النقاط).

ج. جد النقاط القصوى المطلقة للدالة، وحدد نوع هذه النقاط.

د.(1) أرسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة.

(2) استعن بالرسم البياني الذي رسمته, و جد معادلة المستقيم الذي يمس الرسم البياني للدالة في نقطتين بالضبط.

www.xmath.online

صيف 2012 موعد ب

معطاة الدالة $f(x)=-x^2\sqrt{x+5}$

أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين.

ج. هل توجد قيم ل x تكون بالنسبة لها $f(x)>0$.علل.

د. جد احداثيات النقاط القصوى للرسم البياني للدالة، وحدد نوع هذه النقاط.

هـ. أرسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة.

و. كم حلا يوجد للمعادلة $-x^2\sqrt{x+5}=-14$ ؟ علل.

صيف 2012 موعد أ

معطى الدالة $f(x)=\frac{x^2-4}{2x-1}$

أ.جد مجال تعريف الدالة $f(x)$.

ب. جد خطوط تقارب الدالة $f(x)$, الموازية للمحورين (إن وجدت كهذه) .

ج. جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحورين

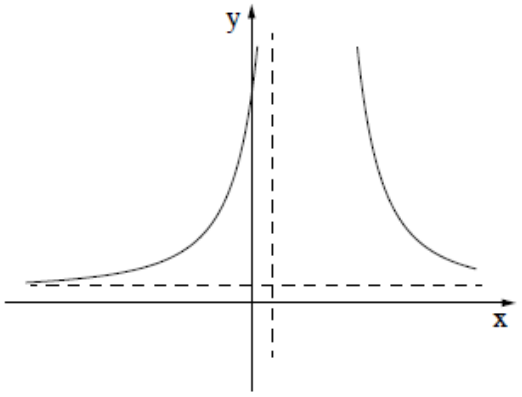
د. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة (إذا وجدت مثل هذه المجالات).

هـ. ارسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة $f(x)$.

www.xmath.online

و. أمامك رسم تقريبي للرسم البياني لدالة المشتقة $f'(x)$ في مجال تعريفها .

بالنسبة لأية قيم k المستقيم $y=k$ لا يقطع الرسم البياني لدالة المشتقة $f'(x)$ ؟ علل.



شتاء 2012

معطاة الدالة $f(x)=\frac{x^2-5}{x+3}$

أ. (1) جد مجال تعريف الدالة.

(2) جد خطوط تقارب الدالة، الموازية للمحورين (ان وجدت كهذه).

(3) جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين.

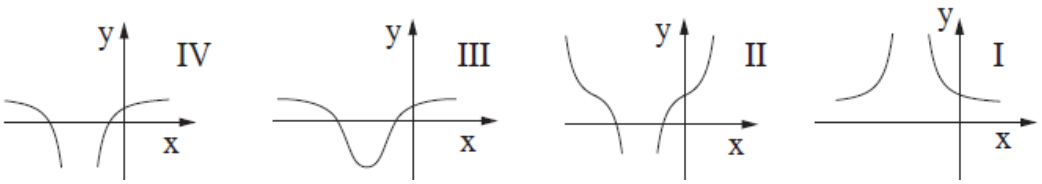
(4) جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة، وحدد نوع هذه النقاط.

(5) ارسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة.

ب. (1) جد خطوط التقارب الموازية للمحورين لدالة المشتقة $f'(x)$.

(2) من بين الرسوم البيانية I ,II , III, IV التي أمامك , أي رسم بياني يصف دالة المشتقة $f'(x)$ ؟ علل.

www.xmath.online



صيف 2011 موعد ب

معطاة الدالة: $f(x)=\sqrt{x+2}+\sqrt{-x}+2$

أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد احداثيات النقاط القصوى للدالة، وحدد نوعها.

ج. ارسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة.

د. جد معادلة المستقيم الذي يصل بين النقاط الصغرى للدالة.

هـ. جد لأي قيمة k, يوجد حلان للمعادلة $f(x)=k$

صيف 2011 موعد أ

معطاة الدالة $f(x)=\frac{x+5}{x^2-a}+b$ a و b هما بارامتران. مجال تعريف الدالة هو $x \neq \pm 2$ وأحد خطوط تقارب الدالة هو y=2.

أ. جد قيمة a وقيمة b. علل ثم عوض a=4 و b=2 و أجب عن البندين "ب" و "ج".

ب. (1) جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين.

(2) جد احداثيات النقاط القصوى للدالة، و حدد نوعها.

(3) أرسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة.

www.xmath.online

ج. معطاة الدالة $g(x)=\frac{x+5}{x^2-4}$. بدون بحث اضافي، حدد بماذا تختلف النقاط القصوى للدالة g(x) عن النقاط القصوى للدالة f(x). علل.

شتاء 2011

معطاة الدالة $f(x)=\frac{3}{x-3}-\frac{3}{x-1}$

أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد خطوط تقارب الدالة، الموازية للمحورين.

ج. جد احداثيات النقاط القصوى للدالة (إذا وجدت كهذه)، وحدد نوعها.

د. جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين (إذا وجدت كهذه).

هـ. ارسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة.

و. حدد إذا كانت النقطة التي احداثيها ال y هو 5- موجودة على الرسم البياني للدالة f(x). علل.

صيف 2010 موعد ب

معطاة الدالة $f(x)=\sqrt{x^2+bx+5}$, b هو بارامتر.

معطى أن ميل المستقيم الذي يمس الرسم البياني للدالة في النقطة التي فيها x = 0 هو $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

أ. جد قيمة b.

عوض b = -6 , وأجب عن البنود " ب " – "هـ"

ب. جد مجال تعريف الدالة.

ج. جد نقاط تقاطع الدالة مع المحورين.

د. جد مجلات تصاعد وتنازل الدالة.

www.xmath.online

هـ. الاسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة.

صيف 2010 موعد أ

معطاة الدالة $f(x)=ax-\sqrt{2-x^2}$, a هو بارامتر .

أ. المستقيم $y=-x-\sqrt{2}$ يمس الرسم البياني للدالة في نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور y. جد قيمة a.

عوض قيمة a التي وجدتها، واجب عن البندين " ب " – "ج".

ب. (1) جد مجال تعريف الدالة.

(2) حل المعادلة f'(x) = 0, و افحص اذا كانت الحلول تحقق المعادلة.

(3) جد احداثيات النقاط القصوى المطلقة للدالة, و حدد نوعها.

ج. أرسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة.

د. عبر نقطة النهاية الصغرى المطلقة وعبر نقطة النهاية العظمى المطلقة للدالة، مرروا مستقيمين يوازيان محور y. جد البعد بين المستقيمين المتوازيين.

شتاء 2010

معطاة الدالة $f(x)=\frac{ax^2+2x+16}{bx^2-8x+16}$, a و b هما بارامتران.

مجال تعريف الدالة هو $x\neq 4$

أ. جد قيمة b.

ب. عوض قيمة b التي وجدتها في البند " أ ", وأجب عن البندين الفرعيين (1) و (2).

(1) عبر بدلالة a عن خط تقارب الدالة الموازي لمحور x.

(2) خط تقارب الدالة الموازي للمحور x و الرسم البياني للدالة يتقاطعان في نقطة على المحور y. جد قيمة a.

www.xmath.online

ج. عوض أيضا قيمة a التي وجدتها في البند الفرعي ب (2), و أجب عن البنود الفرعية (1) و (2) و (3) :

(1) جد احداثيات النقاط القصوى للدالة (اذا وجدت كهذه).

(2) جد مجالات تنازل و تصاعد الدالة. علل.

(3) أرسم رسما تخطيطيا للرسم البياني للدالة.

www.xmath.online

إجابات تمارين

www.xnaam.online

التفاضل
وبحث الدوال

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

أ. مجال تعريف الدالة $(2x-4)^2 \neq 0$ $x \neq 2$

$$\begin{cases} (2x-4)^2 = /\sqrt{} \\ 2x-4=0 \\ x=2 \end{cases}$$

ب. خط تقارب عمودي $x=2$

خط تقارب أفقي $y=0$ (حسب قوة البسط والمقام)

ج. $f'(x)=\dfrac{0\cdot(2x-4)^2-5\cdot 2\cdot(2x-4)\cdot 2}{(2x-4)^4}$

www.xmath.online

$$f'(x)=\frac{-20(2x-4)}{(2x-4)^4}$$

$$f'(x)=0$$

$$-20(2x-4)=0$$

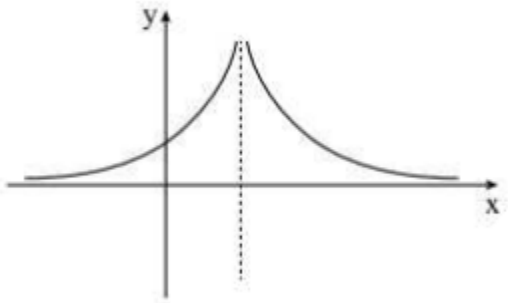
$$x=2$$

$x \neq 2$ خارج مجال التعريف

x	0	$x=2$	3
f'	+		−
f	↗		↘

مجال تصاعد $x<2$ ، مجال تنازل $x>2$

د. الرسم



ه. $g(x) = -f(x) = \frac{-5}{(2x-4)^2}$

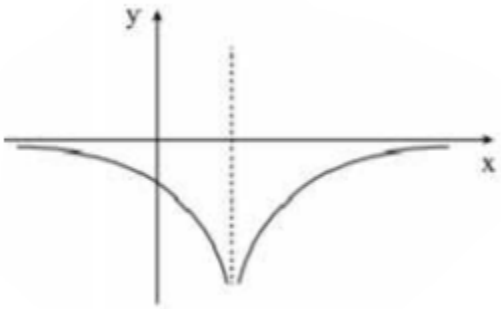
www.xmath.online

(1) خطوط التقارب للدالة $g(x)$

العمودية $x = 2$

الأفقية $y = 0$

(2) بالنسبة لرسم الدالة $g(x)$ نقوم بعمل تماثل للدالة على محور x .



صيف 2017 موعد أ

أ. (1) مجال تعريف الدالة $x^2-a\neq 0 \rightarrow x\neq\pm\sqrt{a}$.

(2) تقاطع الدالة مع المحورين :

مع محور y : $x=0$ ، $f(0)=\frac{2\cdot 0^2+4}{0^2-a}=\frac{4}{-a}=\frac{4}{a}\rightarrow\boxed{(0,-\frac{4}{a})}$

مع محور x : $y=0$ ، $0=\frac{2x^2+4}{x^2-a}$

$0=2x^2+4$ لا يوجد تقاطع مع محور x.

www.xmath.online

(3) خط التقارب الأفقي $y=2$ (قوة البسط والمقام متساوية).

ب. بما أن $x=1$ خط تقارب عمودي لذلك عند تعويض $x=1$ في المقام فإنه يصبح صفر.

$$1^2-a=0$$
$$a=1$$

ج. نعوض $a=1$:

$$f(x)=\frac{2x^2+4}{x^2-1}$$

(1) مجال تعريف الدالة $x^2-1\neq 0 \Leftarrow x^2\neq\pm 1$.

أي يوجد خطي تقارب عمودية $x=1$ ، $x=-1$.

(2) نجد احداثيات النقاط القصوى للدالة.

$$f'(x)=\frac{4x(x^2-1)-2x(2x^2+4)}{(x^2-1)^2}$$
$$f'(x)=\frac{4x^3-4x-4x^3-8x}{(x^2-1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{-12x}{(x^2-1)^2}$$

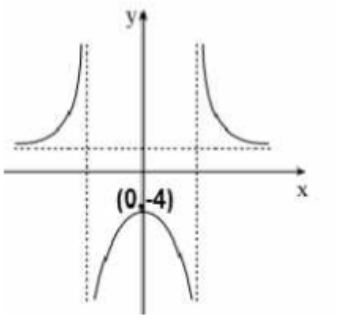
نفحص نوع النقطة:

-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2	x
+		+	0	-		-	$f'(x)$
↗		↗	Max	↘		↘	$f(x)$

www.xmath.online

$Max(0,-4)$

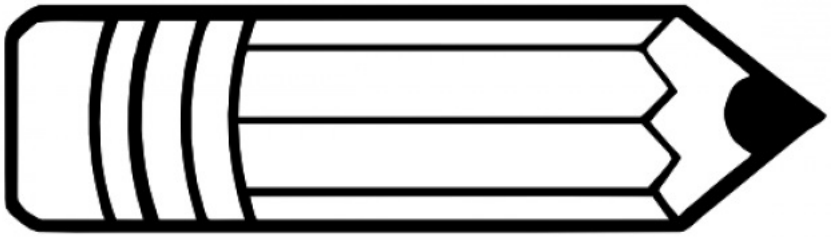
د.



ه. حسب الرسم فإن المستقيم $y=k$

لا يقطع الدالة من خط التقارب الأفقي $(y=2)$, وحتى نقطة الـ Max

أي لكل $-4<k<2$ لا يوجد حل للمعادلة $f(x)=k$.



أ. (1) مجال تعريف الدالة $x+16>0 \rightarrow x>-16$.

(2) التقاطع مع محور y : $x=0$ ، $\boxed{(0,1)} \leftarrow f(0)=\frac{4}{\sqrt{0+16}}=\frac{4}{4}=1$

التقاطع مع محور x : $y=0$ ، $\frac{4}{\sqrt{x+16}}=0 \Rightarrow 4=0$ لا يوجد تقاطع.

www.xmath.online

(3) خط تقارب عمودي للدالة : $x=-16$.

(4) تصاعد وتنازل الدالة.

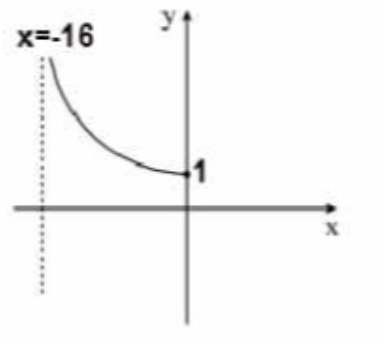
$$f'(x)=\frac{0-\frac{4}{2\sqrt{x+16}}}{(\sqrt{x+16})^2}$$

$$f'(x)=\frac{\frac{-2}{\sqrt{x+16}}}{x+16}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-2}{(x+16)\sqrt{x+16}}}$$

بما أن الدالة معرفة لكل $x>-16$ فإن المقام موجب دائما والبسط سالب لذلك $f'(x)$ سالبة دائما أي الدالة تنازلية في مجال التعريف.

(5)الرسم



ب. (1) تقاطع الدالة مع محور y : $x=0$ ، $g(0)=f(0)-2=1-2=-1 \rightarrow \boxed{(0,-1)}$

تقاطع الدالة مع محور x : $y=0$ ،

www.xmath.online

$$0=\frac{4}{\sqrt{x+16}}-2$$

$$2=\frac{4}{\sqrt{x+16}}$$

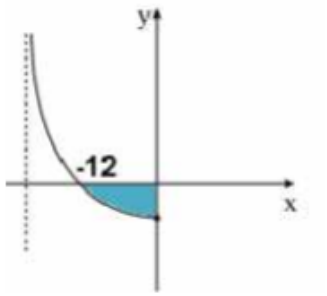
$$\sqrt{x+16}=2 \quad ()^2$$

$$x+16=4$$

$$x-12 \quad test:\sqrt{-12+16}\overset{?}{=}2 \quad \rightarrow 2=2 \ o.k.$$

$\boxed{(-12,0)}$

(2) رسم الدالة في مجال $-16<x\leq 0$.



ج. نحسب المساحة المطلوبة .

$$S=\int_{-12}^{0}(0-(\frac{4}{\sqrt{x+16}}-2))dx$$

$$S=\int_{-12}^{0}(-(\frac{4}{\sqrt{x+16}}+2))dx$$

$$S=-4\cdot 2\sqrt{x+16}+2x\ ]_{-12}^{0}$$

$$x=0:\ -8\sqrt{0+16}+2\cdot 0=32$$

$$x=-12:\ \ -8\sqrt{-12+16}+2\cdot(-12)=-40$$

$$S=32-(-40)$$

$$\boxed{S=8}$$

www.xmath.online

شتاء 2017

أ. **(1) مجال تعريف الدالة** $2x+4\neq 0\ \rightarrow x\neq -2$.

(2) التقاطع مع المحاور :

مع محور y : $x=0$ ، $f(0)=\frac{0-2}{2\cdot 0+4}=\frac{-2}{4}=-0.5\ \rightarrow \boxed{(0,-0.5)}$.

مع محور x : $y=0$ ، $0=x-2\ \rightarrow x=2\ \rightarrow \boxed{(2,0)}$

(3) خطوط التقارب

العمودية : $x=-2$.

الأفقية : $y=0.5$ (قوة البسط تساوي قوة المقام) .

(4) النقاط القصوى و مجالات التصاعد و التنازل .

$$f'(x)=\frac{2x+4-2(x-2)}{(2x+4)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x+4-2x+4}{(2x+4)^2}$$

$$f'(x)=\frac{8}{(2x+4)^2}$$

$$f'(x)=0$$

$$\frac{8}{(2x+4)^2}$$

$$8=0$$

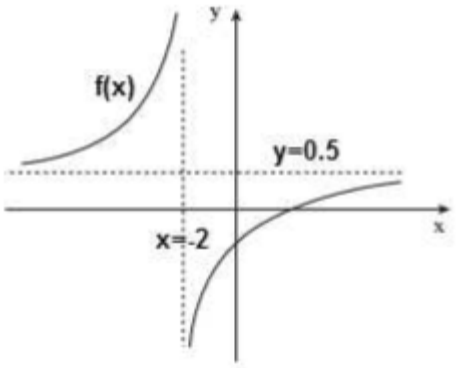
www.xmath.online

المشتقة موجبة لكل x في المجال

لذلك مجال التصاعد $x>2$ و $x<-2$.

لا يوجد مجال تنازل و لا توجد نقاط قصوى : .

(5)



ب. نجد ميل المماس في $(2,0)$.

$$f'(0)=\frac{8}{(2\cdot 2+4)^2}=\frac{1}{8}$$

بما أنهما متوازيان لهما ذات الميل .

$$\frac{1}{8}=\frac{8}{(2x+4)^2}$$
$$(2x+4)^2=64$$
$$2x+4=8 \qquad 2x+4=-8$$
$$x=2 \qquad x=-6$$

$$y=\frac{-6-2}{2\cdot(-6)+4}=1 \quad \rightarrow \boxed{P(-6,1)}$$

ج. خط تقارب الدالة $g(x)$: $y=0.5+C$

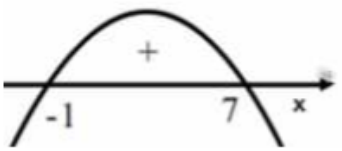
وبما أنه يتحد مع محور x :

www.xmath.online

$$0.5+C=0$$
$$C=-0.5$$

صيف 2016 موعد ب

أ. مجال تعريف الدالة:



$$-x^2+6x+7\geq 0$$
$$-x^2+6x+7=0$$
$$x^2-6x-7=0$$
$$(x-7)(x+1)=0$$
$$x=7 \qquad x=1$$
$$-1\leq x\leq 7$$

ب. النقاط القصوى.

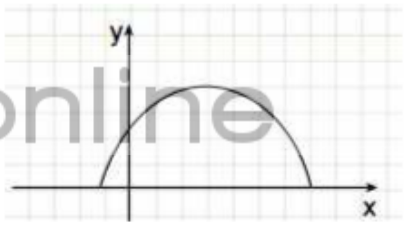
$$f'(x)=\frac{-2x+6}{2\sqrt{-x^2+6x+7}}$$

$$0=-2x+6$$

$$x=3 \rightarrow y=\sqrt{-3^2+6\cdot 3+7}=4 \rightarrow (3,4)$$

لدينا في الدالة نقاط أطراف المجال $(7,0),(-1,0)$ وبما أن $(3,4)$ نقطة قصوى داخلية فهي max (نهاية عظمى).

ج.

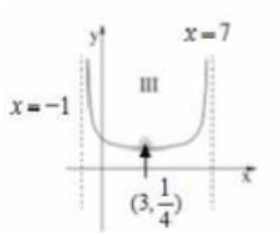


www.xmath.online

د. (1) مجال تعريف الدالة $g(x)$:

$$-x^2+6x+7>0$$

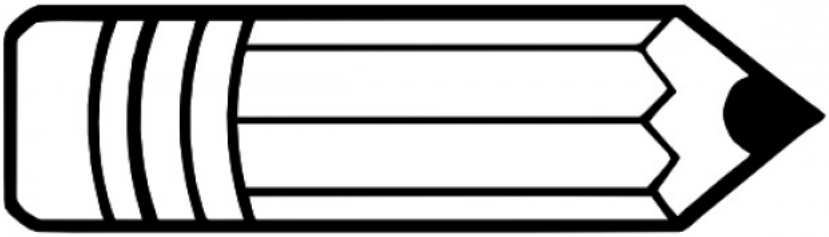
$$-1<x<7$$



(2) الرسم المناسب للدالة $g(x)$ هو III

التعليل :

- في $x=-1$ ، $x=7$ المقام يكون صفر لذلك توجد نقاط غير معرفة.
- $f(x)$ دالة غير سالبة في المجال لذلك $g(x)$ موجبة، وذلك يناسب الرسم III.



أ. مجال تعريف الدالة $x \neq 1$.

ب. تقاطع الدالة مع المحاور:

محور y: $x = 0 \rightarrow f(0) = \frac{2-0}{(0-1)^2} = 2 \rightarrow \boxed{(0,2)}$.

محور x: $y = 0 \rightarrow 0 = 2 - x \rightarrow x = 2 \rightarrow \boxed{(2,0)}$.

www.xmath.online

ج. خطوط التقارب:

- العمودية $x = 1$ (مجال تعريف)
- الأفقية $y = 0$ (قوة البسط أصغر من قوة المقام).

د. مجالات تصاعد وتنازل

$$f'(x) = \frac{-1(x-1)^2 - (2-x)\cdot 2\cdot (x-1)}{(x-1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{(x-1)[-x(x-1) - 2(2-x)]}{(x-1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{(x-1)(-x+1-4+2x)}{(x-1)^4}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)^4}} \begin{matrix} x = 1 \\ x = 3 \end{matrix}$$

$$x = 3 \rightarrow y = \frac{2-3}{(3-1)^2} = -0.25 \rightarrow (3,-0.25)$$

$x = 1$ خارج المجال

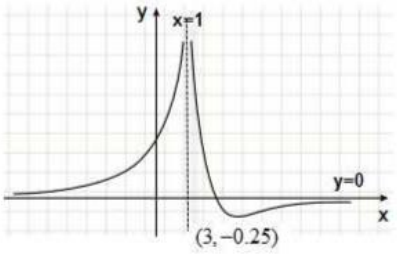
0.5	1	2	3	4	x
+		-	0	+	$f'(x)$
↗		↘	Min	↗	$f(x)$

تصاعد $x>3$ أو $x<1$ | $Min(3,-0.25)$ نهاية صغرى

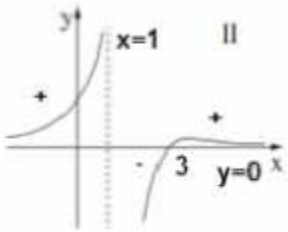
تنازل $1<x<3$

www.xmath.online

ه. رسم بياني للدالة.



و. الرسم الملائم لدالة المشتقة هو II



وذلك لأن مجال تنازل $f(x)$ هو مجال سالب للدالة $f'(x)$ ومجال تصاعد $f(x)$ هو مجال موجب للدالة $f'(x)$. وذلك يلائم الرسم II

صيف 2016 موعد أ

أ. مجال التعريف $x \neq 1$

ب. معطى أن $f'(3) = 0$

المشتقة

$$f'(3) = \frac{-4(x-1)^2 - (m-4x)\cdot 2\cdot(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$0 = -4(3-1)^2 - (m-4\cdot 3)\cdot 2\cdot(3-1)$$

$f'(3) = 0$ نعوض $0 = -16 - 4\cdot(m-12)$

$$16 = -4(m-12)$$

$$-4 = m-12$$

$$\boxed{m = 8}$$

www.xmath.online

ج. (1) خط التقارب العمودي $x = 1$

خط التقارب الأفقي $y = 0$ (قوة البسط أصغر من قوة المقام)

(2) محور $x = 0 : y$ $f(0) = \frac{8-4\cdot 0}{(0-1)^2} = 8 \rightarrow \boxed{(0,8)}$

محور $y = 0 : x$ $0 = 8-4x \rightarrow x = 2 \rightarrow \boxed{(2,0)}$

(3) نجد احداثيات النقاط القصوى .

$$f'(x) = \frac{-4(x-1)^2 - (8-4x)\cdot 2\cdot(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{2(x-1)[-2(x-1)-(8-4x)]}{(x-1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{2(x-1)(-2x+2-8-4x)}{(x-1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{2(x-1)(2x-6)}{(x-1)^4}$$

$0 = 2x - 6 \rightarrow x = 3 \rightarrow \boxed{(3,-1)}$

نحدد نوع النقطة القصوى

	1		3		x
+		-	**0**	+	$f'(x)$
↗		↘	*Min*	↗	$f(x)$

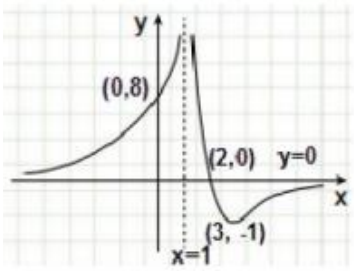
www.xmath.online

$(3,-1)$نهاية صغرى.

(4) مجال تصاعد : $x > 3$ أو $x < 1$

مجال تنازل : $1 < x < 3$

د.



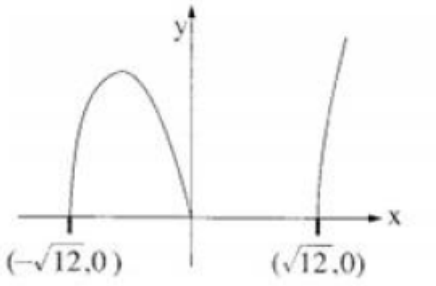
ه. $f(x) > 0$ أي الدالة تكون موجبة.

$f'(x) > 0$ أي الدالة تكون تصاعدية.

وذلك حسب الرسم يتحقق في المجال $x < 1$

شتاء 2016

أ. حسب الرسم $(\sqrt{2},0)$تقاطع الدالة مع



محور x

نعوض

$$0=\sqrt{a\sqrt{12^3}-12\sqrt{12}}$$
$$0=a\sqrt{12^3}-12\sqrt{12}$$
$$a=\frac{12\sqrt{12}}{\sqrt{12^3}}=1$$
$$a=1$$

www.xmath.online

ب. المشتقة $\boxed{f'(x)=\frac{3x^2-12}{2\sqrt{x^3-12x}}}$

$$0=3x^2-12$$

$$x=2,\cancel{x=-2}\ \rightarrow y=\sqrt{(-2)^3-12(-2)}=4\ \rightarrow \boxed{(-2,4)}$$

حسب الرسم النقطة $(-2,4)$نهاية عظمى.

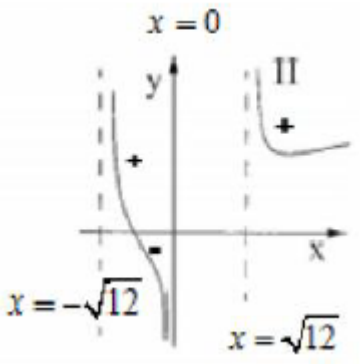
ج. حسب الرسم فإن المستقيم $y=k$ يقطع الدالة في نقطة واحدة فقط لكل $k>4$

(فوق لنقطة الـ max)

د. دالة المشتقة هي $f'(x)=\frac{3x^2-12}{2\sqrt{x^3-12x}}$

(1) خطوط التقارب العمودية $x=\sqrt{12}$, $x=0$, $x=-\sqrt{12}$ لأنها تجعل المقام يساوي الصفر.

(2) الرسم II هو المناسب لدالة $f'(x)$



وذلك خطوط التقارب الثلاث ونقطة تقاطع الدالة مع محور x هي ذاتها النقطة القصوى.

www.xmath.online

صيف 2015 موعد ب

أ. (1) تقاطع مع محور y $\Leftarrow: f(0)=8(2\cdot 0-1)^3=-8 \Leftarrow (0,-8)$

تقاطع مع محور x $\Leftarrow: 0=8(2x-1)^3 \rightarrow 2x-1=0 \rightarrow (0.5,0)$

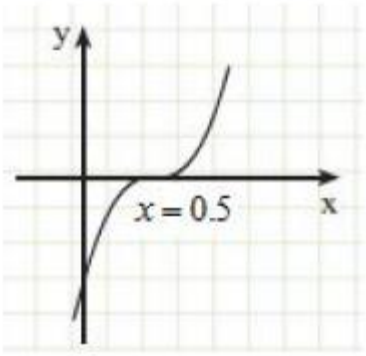
(2)

$$f'(x)=8\cdot 3\cdot (2x-1)^2\cdot 2$$

$$\boxed{f'(x)=48(2x-1)^2}$$

دالة المشتقة موجبة دائما لذلك مجال التصاعد (كل x) ولا يوجد مجال تنازل.

ب. الرسم



ج. (1) المستقيم يمر عبر، نحسب المعادلة:

$$m = \frac{0+8}{0.5-0} = 16$$

$$y + 8 = 16(x - 0)$$

www.xmath.online

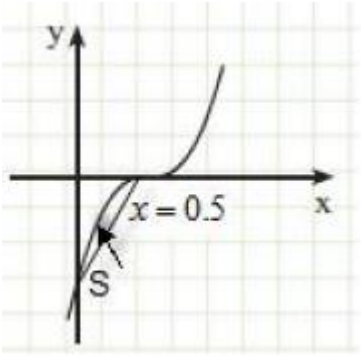
$$y = 16x - 8$$

(2) القيم المطلوبة:

$$g(\frac{1}{4}) = 16 \cdot \frac{1}{4} - 8 = -4$$

$$f(\frac{1}{4}) = 8(2 \cdot \frac{1}{4} - 1)^3 = -1$$

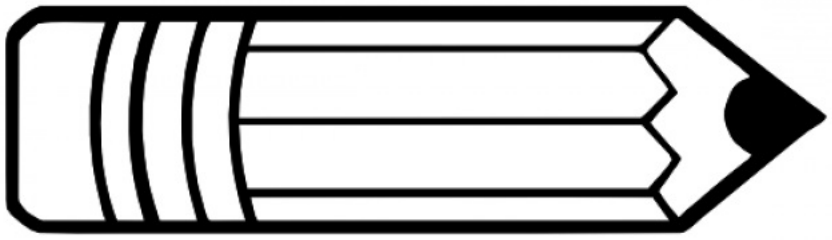
(3) نحسب المساحة بين الدالة والمستقيم $f(x) > g(x)$ في المجال $0 < x < 0.5$ (حسب فرع ج (2))



$$S=\int_0^{0.5}(8(2x-1)^3-(16x-8))dx=\int_0^{0,5}8(2x-1)^3-16x+8)dx$$

$$S=\frac{8(2x-1)^4}{2\cdot 4}=\frac{16x^2}{2}+8x\ ]_0^{0,5}=(2x-1)^4-8x^2+8x\ ]_0^{0.5}$$

$$S=(2)-(1)\rightarrow S=1$$



www.xmath.online

أ. حسب الرسم بما أن $x=2$ خط تقارب عمودي فإن $x=2$ يصفّر المقام.

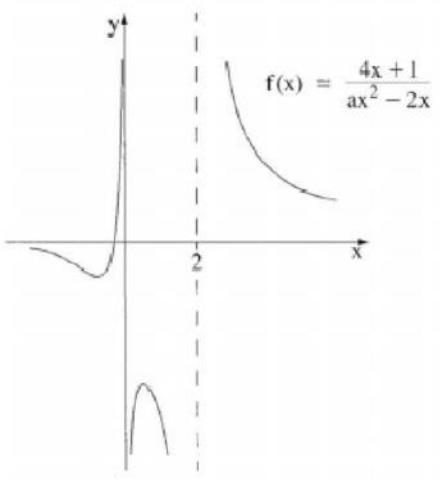
$$a=1\leftarrow 4a=4\leftarrow a\cdot 2^2-2\cdot 2=0$$

$$x^2-2x\neq 0$$

ب. مجال تعريف الدالة : $x\neq 2$

$x\neq 0$

ج. المشتقة:



$$f'(x)=\frac{4(x^2-2x)-(4x+1)(2x-2)}{(x^2-2x)^2}$$

$$f'(x)=\frac{4x^2-8x-(8x^2-8x+2x-2)}{(x^2-2x)^2}$$

$$f'(x)=\frac{4x^2-8x-8x^2+8x-2x+2}{(x^2-2x)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-4x^2-2x+2}{(x^2-2x)^2}}$$

$$0 = -4x^2 - 2x + 2$$

$$x = -1, x = \frac{1}{2}$$

حسب الرسم يكون

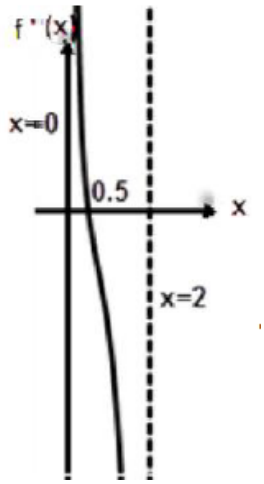
مجال التصاعد $0 < x < \frac{1}{2}$ أو $-1 < x < 0$ مجال التنازل $x > 2$ أو $\frac{1}{2} < x < 2$ أو $x < -1$.

د. (1) خط التقارب العمودي $x = 0, x = 2$

خط التقارب الأفقي $y = 0$ (قوة البسط أصغر من قوة المقام)

www.xmath.online

(2) رسم المشتقة بحيث يكون المجال



$0 < x < \frac{1}{2}$ موجب لأن $f(x)$ تصاعدية $\frac{1}{2} < x < 2$

سالب لأن $f(x)$ تنازلية

صيف 2015 موعد أ

أ. مجال تعريف الدالة

$$x^2 \neq 0$$

$$x \neq 0$$

ب. خط التقارب العمودي $x = 0$

خط التقارب الأفقي $y = -1$ (قوة البسط تساوي قوة المقام $\frac{-x^2}{x^2} = -1$

ج. التقاطع مع محور $x : y = 0$

$$0 = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2}$$

$$0 = -x^2 + 2x + 3$$

$$x = -1 \ , \ x = 3$$

$$(-1,0) \qquad (3,0)$$

لا يوجد تقاطع مع محور y لأن $x \neq 0$

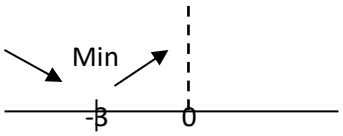
د. النقاط القصوى

$$f'(x) = \frac{(-2x+2)\cdot x^2 - 2x(-x^2+2x+3)}{(x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-2x^3 + 2x^2 + 2x^3 - 4x^2 - 6x}{x^4}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{-2x^2 - 6x}{x^4}}$$

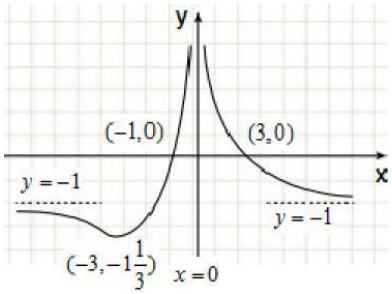
$$-2x^2 - 6x = 0$$



$$x = 0, \cancel{x = -3} \rightarrow \boxed{(-3,-1\frac{1}{3})}$$

$$\min(-3,-1\frac{1}{3})$$

ه.



و. بما أن المماس يوازي محور x أي $g'(x) = 0$ أي $f(x) = 0$ و ذلك يتحقق عندما يكون $x = 3$ أو

$$x = -1$$

www.xmath.online

شتاء 2015

أ. (1) مجال تعريف الدالة

$$x^2 - x \neq 0$$
$$x(x-1) \neq 0$$

(2) خطوط التقارب العمودية $x=1\,,\ x=0$

خطوط التقارب الأفقية $y=0$ (قوة البسط أصغر من قوة المقام)

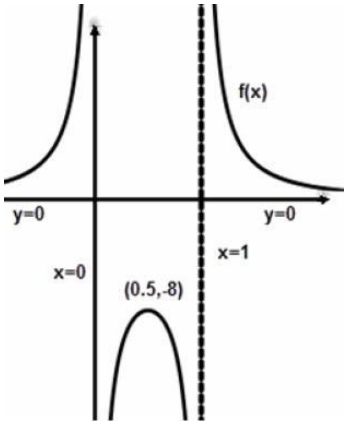
(3) النقاط القصوى.

www.xmath.online

$$f'(x) = \frac{0-2(2x-1)}{(x^2-x)^2}$$
$$f'(x) = \frac{2(-2x+1)}{(x^2-x)^2}$$
$$2x-1=0$$
$$x=0.5$$

$(0.5,-8)$ نقطة نهاية عظمى max

(4)



ب. (1) خطوط التقارب العمودية لا تتغير لأن المقام يبقى ثابت: $\begin{matrix} x=0 \\ x=1 \end{matrix} \Leftarrow$

(2) خط التقارب الأفقي: $y = 0 - 2$
$y = -2$

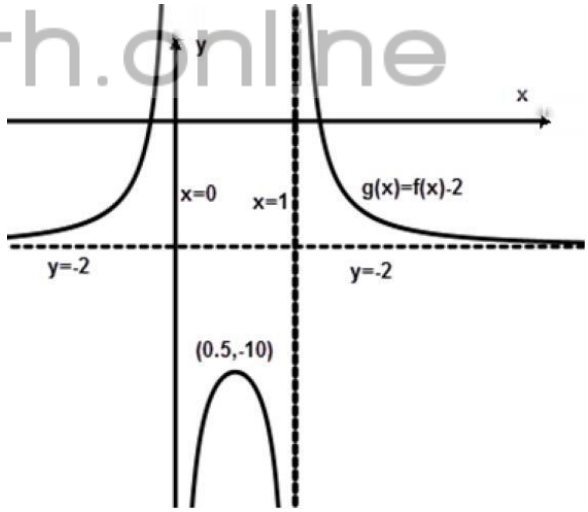
بسبب وجود ازاح عمودية للأسفل.

احداثي x للنقطة القصوى لا يتغير لكن احداثي y يتغير بسبب الازاحة الأفقية

$$x_{\max} = 0.5$$
$$y_{\max} = -8 - 2 = -10$$
$$Max(0.5,-10)$$

(3)

www.xmath.online



صيف 2014 موعد ب

أ. (1) يجب أن يتحقّق $x - 5 \neq 0$

$\Downarrow$

مجال تعريف $f(x)$ $x \neq 5$

(2) بالنسبة لقيّم x البعيدة جدًّا عن نقطة رأس المحاور (سالبة أو موجبة)،

قيمة $f(x)$ تقترب من 1،

لذلك خطّ تقارب $f(x)$ الموازي للمحور x هو: $y=1$

بالنسبة لقيّم x التي تقترب من 5،

$f(x)$ تحصل على قيّم سالبة جدًّا

(كبيرة جدًّا في قِيّمها المطلقة)

لذلك خطّ تقارب $f(x)$ الموازي للمحور y هو: $x=5$

(3)

$$f(x)=0 \Rightarrow 1=\frac{1}{(x-5)^2} \Rightarrow x-5=\pm 1$$

$$\Downarrow$$

$$x=6 \ , \ x=4$$

www.xmath.online

نقطتا تقاطُع $f(x)$ مع المحور x هما : $(6,0)\ ,\ (4,0)$

$$x=0 \Rightarrow f(0)=1-\frac{1}{25}=\frac{24}{25}$$

نقطة تقاطُع $f(x)$ مع المحور y هي $\left(0,\frac{24}{25}\right)$

(4)

$$f(x)=1-(x-5)^{-2}$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x)=-(-2)\cdot(x-5)^{-3}=\frac{2}{(x-5)^3}$$

$$\Downarrow$$

بالنسبة لِـ $x<5$ ينتج أنّ $(x-5)<0$ ، لذلك: $f'(x)<0$ بالنسبة لِـ $x<5$

بالنسبة لـ $x>5$ ينتج أن، لذلك: $f'(x)>0$ بالنسبة لِـ $x>5$

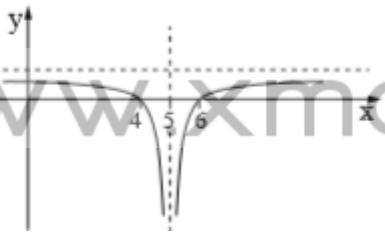
أ. حسب البند الفرعيّ "أ (4)" ينتج:

x	$x<5$	5	$x>5$
f'(x)	−		+
f(x)	↘		↗

حسب نقطتّي تقاطُع $f(x)$ مع المحورين،

وحسب خطّي التقارب وحسب مجالات تصاعد وتنازل

الدالّة $f(x)$ الرسم البيانيّ هو:



www.xmath.online

ج.إحداثيّات نقطة التماسّ: $(4,0)$

ميل المماسّ: $f'(x)=\frac{2}{(4-5)^3}=-2$

$y-0=-2(x-4)$

معادلة المماسّ: $\Downarrow$

$y=-2x+8$

نعوّض $x=5$ في معادلة المماسّ و ينتج: $y=-2\cdot 5+8=-2$

لذلك نقطة التقاطع مع خطّ التقارب هي: $(5,-2)$

نعوّض $y=1$ في معادلة المماسّ و ينتج: $1=-2x+8$

$\Downarrow$

$x=3.5$

لذلك نقطة التقاطع مع خطّ التقارب $y=1$ هي: $(3.5,1)$

صيف 2014 موعد أ

أ. التعبير الجبري داخل الجذر

يجب أن لا يكون سالبا، لذلك: $x^2-4x+3\geq 0$

$\Downarrow$

مجال تعريف الدالة $f(x)$ هو: $x\leq 1\ ,\ x\geq 3$

ب. الإحداثي x لنقطة تقاطع الرسم البياني للدالة

www.xmath.online

مع المحور y هو 0، لذلك يتحقق: $f(0)=\sqrt{0^2-4\cdot 0+3}$

نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور هي: $(0,\sqrt{3})$

الإحداثي لنقطة تقاطع الرسم البياني للدالة

مع المحور x هو 0، لذلك يتحقق: $f(x)=0$

$\Downarrow$

$(f(x))^2=0$

$\Downarrow$

$x^2-4x+3=0$

$\Downarrow$

$x=1\quad ,\quad x=3$

نقطتا تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور x هما: $(3,0)\quad ,\quad (1,0)$

ج. مشتقة الدالة $f(x)$ هي: $f'(x)=\dfrac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+3}}$

$$f'(x) = 0$$
$$\Downarrow$$

$x = 2$ ، ليس في المجال

$$\Downarrow$$

المشتقة لا تساوي صفرا في المجال.

نفحص إشارة المشتقة $f'(x)$ في المجالين

$x > 3$ و $x < 1$

www.xmath.online

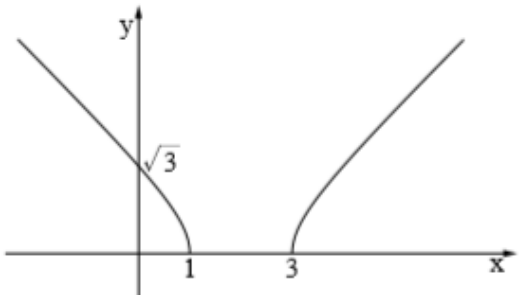
إشارتا دالة المشتقة مركزتان في الجدول التالي:

x	$x < 1$		$x > 3$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	↘		↗

الدالة $f(x)$ تنازلية في المجال $x < 1$ ، لأن $f'(x) < 0$ بالنسبة لـ $x < 1$

الدالة $f(x)$ تصاعدية في المجال $x > 3$ ، لأن $f'(x) > 0$ بالنسبة لـ $x > 3$

د. رسم بياني تقريبي للدالة:



ه. نفحص إذا كان للرسمين البيانيين

للدالتين نقاط تقاطع $x-2=\sqrt{x^2-4x+3}$

www.xmath.online

$\Downarrow$ تربيع

$$(x-2)^2 = x^2-4x+3$$
$$x^2-4x+4 = x^2-4x+3$$
$$\Downarrow$$
$$4=3$$

قضية كذب، لذلك لا يوجد حل

$\Downarrow$

من هنا المستقيم $y=x-2$ لا يقطع الرسم البياني للدالة $f(x)$.

صيف 2013 موعد ب

أ.الدالة معرفة فقط إذا كان المقام لا يساوي صفر لذلك

$$x+1 \neq 0$$

مجال التعريف: $\Downarrow$

$$x \neq -1$$

ب.التقاطع مع محور x:

$$f(x)=0 \Rightarrow \frac{9}{(x+1)^2}-1=0$$

$$\Downarrow$$

$$x^2+2x-8=0$$

$$\Downarrow$$

$$x=-4$$

$$x=2$$

نقاط التقاطع مع محور x: $(-4,0),(2,0)$

التقاطع مع محور y: $x=0$

www.xmath.online

$$\Downarrow$$

$$f(0)=8$$

نقطة التقاطع مع محور y: $(0,8)$

ج .خط التقارب العمودي (الموازي لمحور y) هو $x=-1$

لأن $x=-1$ نقطة غير معرفة في الدالة.

خط التقارب الأفقي (الموازي لمحور x) هو $y=-1$

حسب: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{9}{(x+1)^2}-1=0-1=-1$

د .مشتقة الدالة هي:

$$f'(x)=\frac{0\cdot(x+1)^2-9\cdot 2\cdot(x+1)^1\cdot 1}{(x+1)^4}+0$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x)=-\frac{18}{(x+1)^3}$$

نعوض: $f'(x)=0$

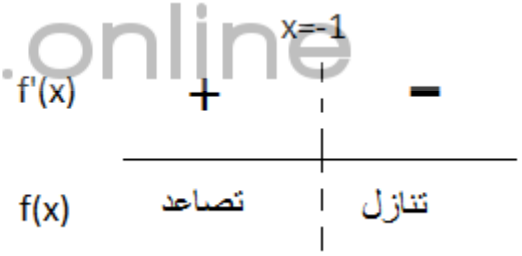
$$-\frac{18}{(x+1)^3}=0$$

$$\Downarrow$$

$$-18=0$$

لا يوجد حل، أي لا توجد نقاط حرجة لتكون قصوى للدالة.

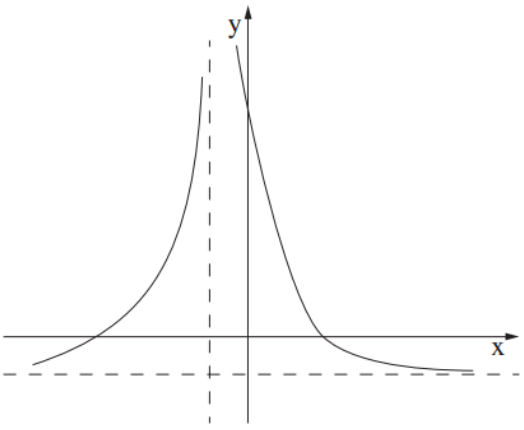
www.xmath.online



$$x<-1 \Rightarrow f'(x)>0 \quad , \quad x>-1 \Rightarrow f'(x)<0$$

لذلك لكل $x>-1$ الدالة تنازلية، ولكل $x<-1$ الدالة تصاعدية.

هـ. الرسم:



و .وجدنا في البند د أن: لكل:

$$\begin{array}{cc} x<-1 & x>-1 \\ \Downarrow & , \quad \Downarrow \\ f'(x)>0 & f'(x)<0 \end{array}$$

الرسمان البيانيان الرابع والثالث غير ممكنان وذلك لأن:

عندما تكون $f'(x)>0$ في رسمة المشتقة تكون دالة المشتقة موجبة

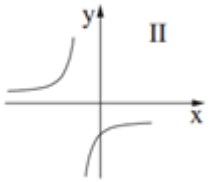
وعندما تكون $f'(x)<0$ في رسمة المشتقة تكون دالة المشتقة سالبة

www.xmath.online

بقي أن نفحص تقاطع المشتقة مع محور y لنميز بين الرسم الأول والثاني

$$x=0 \Rightarrow f'(x)=-18$$

$\Downarrow$



الرسم يقطع محور y إذا الرسم البياني الثاني هو الملائم.

صيف 2013 موعد أ

أ. (1) يجب أن يتحقق:

$$4x \geq 0$$
$$\Downarrow$$
$$x \geq 0$$

مجال التعريف: $x \geq 0$

(2) نقطتا التقاطع مع المحورين: مع محور y

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow (0,0)$$

www.xmath.online

مع محور x

$$y = 0 \Rightarrow x\sqrt{4x} - 6x = 0$$
$$x(\sqrt{4x} - 6) = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow (0,0)$$
$$\Rightarrow \sqrt{4x} - 6 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$\sqrt{4x} = 6$$
$$\Downarrow$$
$$4x = 36$$
$$\Downarrow$$
$$x = 9 \Rightarrow (9,0)$$

(3) النقاط القصوى

$$f'(x)=\sqrt{4x}+x\cdot\frac{2}{2\sqrt{4x}}=\frac{6x-6\sqrt{4x}}{\sqrt{4x}}$$

$$f'(x)=\frac{6x-6\sqrt{4x}}{\sqrt{4x}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{6x-6\sqrt{4x}}{\sqrt{4x}}=0$$

$$\Downarrow$$

$$6x-6\sqrt{4x}=0$$

$$\Downarrow$$

$$6x=6\sqrt{4x}$$

$$\Downarrow$$

www.xmath.online

$$36x^2=36\cdot 4x$$

$$\Downarrow$$

$$x^2=4x$$

$$\Downarrow$$

$$x^2-4x=0$$

$$x_1=0\Rightarrow(0,0)$$

$$x_2=4\Rightarrow(4,-8)$$

مجال تعريف $f'(x)$ هو $x>0$, لذلك $x_1=0$ ملغي

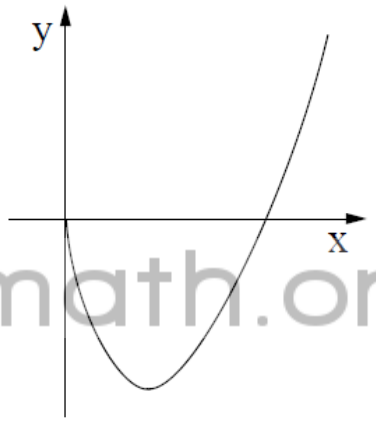
مجالات تصاعد و تنازل الدالة :

x	0		4		9
f(x)	0	↘	-8	↗	0

نقطة النهاية العظمى في طرف المجال : (0,0)

نقطة النهاية الصغرى : (4,-8)

ب.

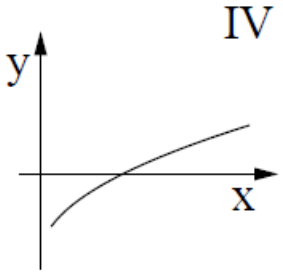


www.xmath.online

ج. للدالة توجد نهاية صغرى في $x=4$,

لذلك : $f'(x)<0$ بالنسبة ل $1\leq x<4$ و $f'(x)>0$ بالنسبة ل $x=4$.

من هنا الرسم البياني هو :



شتاء 2013

أ.مجال التعريف:

$$x^2 \neq 0 \cap x^2 - 4 \geq 0$$
$$x \neq 0 \cap -2 \geq x, x \geq 2$$
$$\Downarrow$$
$$-2 \geq x, x \geq 2$$

ب .التقاطع مع محور x: $y = 0$

www.xmath.online

$$f(x) = 0$$
$$\frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2} = 0$$
$$\sqrt{x^2 - 4} = 0$$

(بعد ضرب تبادلي وتربيع الطرفين) $x^2 - 4 = 0$

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$
$$\Downarrow$$
$$(2,0), (-2,0)$$

التقاطع مع محورy : $x = 0$

لكن $x = 0$ خارج مجال التعريف — إذا لا يوجد تقاطع مع محور y

ج. النقاط القصوى:

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x^2-4}}\cdot 2x\cdot x^2-\sqrt{x^2-4}\cdot 2x}{x^4}$$

$$f'(x)=\frac{\frac{x^3}{\sqrt{x^2-4}}-2x\sqrt{x^2-4}}{x^4}$$

$$f'(x)=0$$

$$\frac{\frac{x^3}{\sqrt{x^2-4}}-2x\sqrt{x^2-4}}{x^4}=0$$

$$\frac{x^3}{\sqrt{x^2-4}}-2x\sqrt{x^2-4}=0$$

$$\frac{x^3}{\sqrt{x^2-4}}=2x\sqrt{x^2-4}$$

www.xmath.online

$$x^3=2x(x^2-4)$$

$$x^3=2x^3-8x$$

$$0=x^3-8x$$

$$0=x(x^2-8)$$

$$x_1=0, x_2=2\sqrt{2}, x_3=-2\sqrt{2}$$

لكن $x=0$ خارج مجال التعريف.

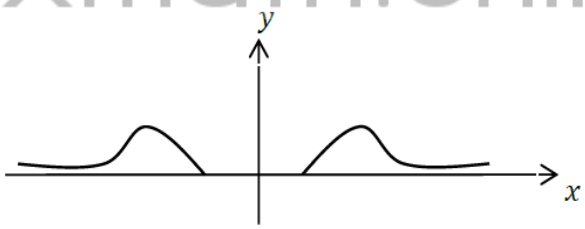
$f'(x)$	+	0	-	المجال	خارج	+	0	-
x	-3	$-2\sqrt{2}$	-2.5	-2	2	2.5	$2\sqrt{2}$	3
$f(x)$	تصاعد	max	تنازل			تصاعد	Max	تنازل

$$x = 2\sqrt{2} \Rightarrow f(2\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{8-4}}{8} = \frac{1}{4}$$
$$x = -2\sqrt{2} \Rightarrow f(-2\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{8-4}}{8} = \frac{1}{4}$$
$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 0$$
$$x = -2 \Rightarrow f(-2) = 0$$

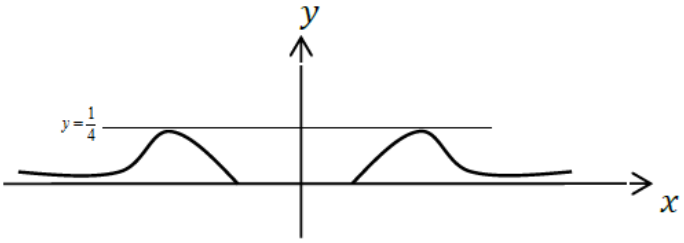
نقاط نهاية عظمى مطلقة، $(2\sqrt{2}, \frac{1}{4})$ $(-2\sqrt{2}, \frac{1}{4})$ نقاط نهاية صغرى مطلقة $(2,0)$ $(-2,0)$

www.xmath.online

د . (1) الرسم :



(2)



$y = \frac{1}{4}$ هو المستقيم الذي يمس الدالة في نقطتي النهاية العظمى كما في الرسم:

صيف 2012 موعد ب

أ .مجال التعريف :

$$x+5\geq 0$$
$$x\geq -5$$

ب .التقاطع مع x: $y=0$

$$-x^2\sqrt{x+5}=0$$

$$-x^2=0 \quad , \quad \sqrt{x+5}=0$$
$$x=0 \quad , \quad x+5=0$$
$$(0,0) \quad , \quad x=-5$$
$$(-5,0)$$

www.xmath.online

التقاطع مع y: $x=0$

$$f(0)=0$$
$$(0,0)$$

ج. في المجال ($x\geq -5$) مجال تعريف الدالة

الدالة دائماً سالبة $f(x)<0$

وذلك لأن عندما $x\geq -5$

$$\Downarrow$$
$$\sqrt{x+5}\geq 0$$

و $x^2\geq 0$ دائماً

وبوجود السالب (-) فان الدالة دائما سالبة.

د . النقاط القصوى:

$$f'(x) = -2x\sqrt{x+5} + (-x^2)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x+5}}$$

$$f'(x) = -2x\sqrt{x+5} - \frac{x^2}{2\sqrt{x+5}}$$

$$f'(x) = 0$$

$$-2x\sqrt{x+5} - \frac{x^2}{2\sqrt{x+5}} = 0$$

$$-4x(x+5) - x^2 = 0$$

$$-4x^2 - 20x - x^2 = 0$$

$$-5x^2 - 20x = 0$$

$$-5x(x+4) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -4$$

www.xmath.online

$f'(x)$	المجال	خارج	-	0	+	0	-
		-5	-4.5	-4	-1	0	1
$f(x)$			تنازل		تصاعد		تنازل

ينتج

$$\max(-5, 0)$$

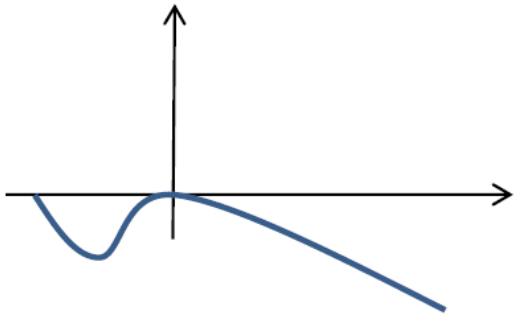
$$x = -4 \Rightarrow f(-4) = -16$$

$$\min(-4, -6)$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0$$

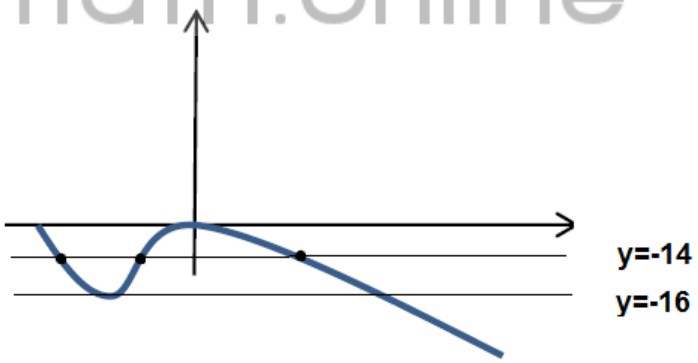
$$\max(0, 0)$$

هـ- الرسم:



و- حسب الرسم توجد ثلاثة نقاط تقاطع (انظر الرسم)

www.xmath.online



صيف 2012 موعد أ

أ.مجال التعريف:

$$2x-1\neq 0$$

$$x\neq \frac{1}{2}$$

ب.خط تقارب عمودي: $x=\frac{1}{2}$

خط تقارب أفقي لا يوجد لأن $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-4}{2x-1}=\infty$

(قوة البسط أكبر من قوة المقام)

ج- التقاطع مع محور x: $y=0$

www.xmath.online

$$\frac{x^2-4}{2x-1}=0$$

$x^2-4=0$ (بعد ضرب تبادلي وتربيع الطرفين)

$$x=\pm 2$$

$$(2,0),(-2,0)$$

التقاطع مع محورy : $x=0$

$$f(0)=\frac{0-4}{0-1}=4$$

$$(0,4)$$

د- مجالات تصاعد وتنازل

$$f'(x)=\frac{2x\cdot(2x-1)-(x^2-4)\cdot 2}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{4x^2-2x-2x^2+8}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^2-2x+8}{(2x-1)^2}$$

$$f'(x)=0$$

$$\frac{2x^2-2x+8}{(2x-1)^2}=0$$

$$2x^2-2x+8=0$$

$$x^2-x+4=0$$

www.xmath.online

V< 0 إذا لا يوجد حل للعادلة — لا توجد نقاط حرجة

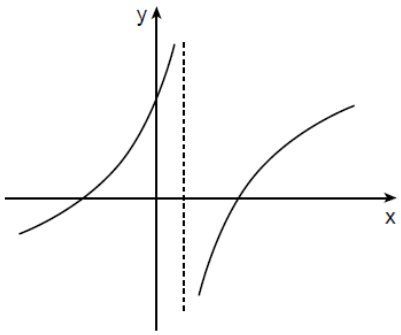
$f'(x)$	+	**0**	+
x	**0**	$\frac{1}{2}$	**1**
$f(x)$	تصاعد		تصاعد

مجال التصاعد:

$$x<\frac{1}{2}, x>\frac{1}{2}$$

مجال تنازل: لا يوجد.

هـ- الرسم:



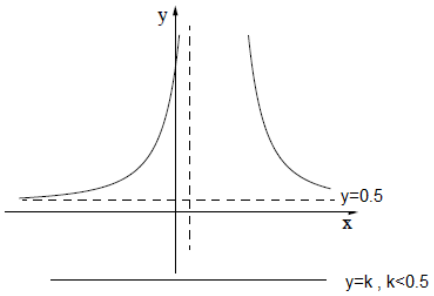
www.xmath.online

و .نحسب خط التقارب الافقي لدالة المشتقة $f'(x)=\frac{2x^2-2x+8}{(2x-1)^2}$

$$\lim_{x\to\infty} f'(x)=\frac{1}{2}$$

إذا لكل $k\le\frac{1}{2}$ لا يوجد تقاطع

حسب الرسم



شتاء 2012

أ. (1) مجال التعريف

$$x+3\neq 0$$
$$x\neq -3$$

(2) خطوط التقارب العمودية $x=-3$

خطوط التقارب الأفقية — لا يوجد لأن $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-5}{x+3}=\infty$

(3) تقاطع مع x, $y=0$:

www.xmath.online

$$f(x)=0$$
$$\frac{x^2-5}{x+3}=0$$
$$x^2-5=0$$
$$x_1=\sqrt{5}, x_2=-\sqrt{5}$$
$$(\sqrt{5},0),(-\sqrt{5},0)$$

تقاطع مع y, $x=0$:

$$f(0)=\frac{0-5}{0+3}=\frac{-5}{3}$$
$$(0,\frac{-5}{3})$$

(4)

$$f'(x)=\frac{2x(x+3)-(x^2-5)}{(x+3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}$$

$$f'(x)=0$$

$$\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}=0$$

$$x^2+6x+5=0$$

$$(x+5)(x+1)=0$$

$$x_1=-5, x_2=-1$$

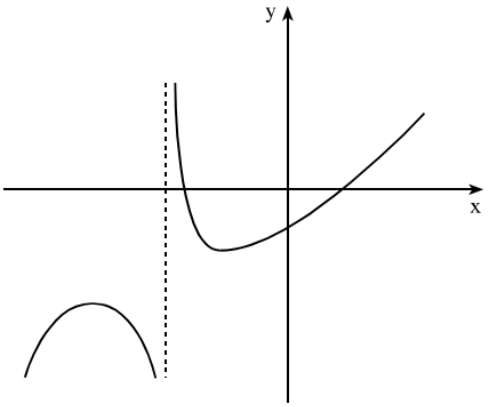
www.xmath.online

$f'(x)$	+	0	-		-	0	+
X	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$	تصاعد	max	تنازل		تنازل	Min	تصاعد

$$x=-1\Rightarrow f(-1)=\frac{1-5}{-1+3}=-2\Rightarrow(-1,-2)\min$$

$$x=-5\Rightarrow f(-5)=\frac{25-5}{-5+3}=-10\Rightarrow(-5,-10)\max$$

(5)



www.xmath.online

ب. (1) $f'(x)=\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}$

خطوط التقارب العمودية: $x=-3$

خطوط التقارب الأفقية: $y=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}=1$ أي: $y=1$

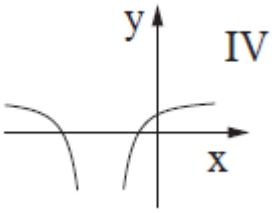
(2) الدالة $f(x)$ تصاعدية في المجالات $x>-1, x<-5$

أي في هذه المجالات دالة المشتقة موجبة $f'(x)>0$

الدالة $f(x)$ تنازلية في المجالات $-1>x>-5$

أي في هذه المجالات دالة المشتقة سالبة $f'(x)<0$

الرسم المناسب:



صيف 2011 موعد ب

أ.

$$x+2\geq 0 \cap -x\geq 0$$
$$x\geq -2 \cap x\leq 0$$
$$-2\leq x\leq 0$$

ب.

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}+\frac{1\cdot(-1)}{2\sqrt{-x}}+0$$
$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}-\frac{1}{2\sqrt{-x}}$$
$$f'(x)=\frac{\sqrt{-x}-\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{-x}}$$
$$f'(x)=0$$
$$\frac{\sqrt{-x}-\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{-x}}=0$$
$$\sqrt{-x}-\sqrt{x+2}=0$$
$$\sqrt{-x}=\sqrt{x+2}$$
$$-x=x+2$$
$$-2x=2$$
$$x=-1$$

(بعد الفحص): $\sqrt{1}-\sqrt{1}=0$

$f'(x)$	خارج		+	0	-		خارج
x	المجال	-2	-1.5	-1	-0.5	0	المجال
$f(x)$			تصاعد	max	تنازل		

www.xmath.online

$x=0 \Rightarrow f(0)=\sqrt{0+2}+\sqrt{-0}+2=2+\sqrt{2}$

$x=-2 \Rightarrow f(-2)=\sqrt{-2+2}+\sqrt{-(-2)}+2=2+\sqrt{2}$

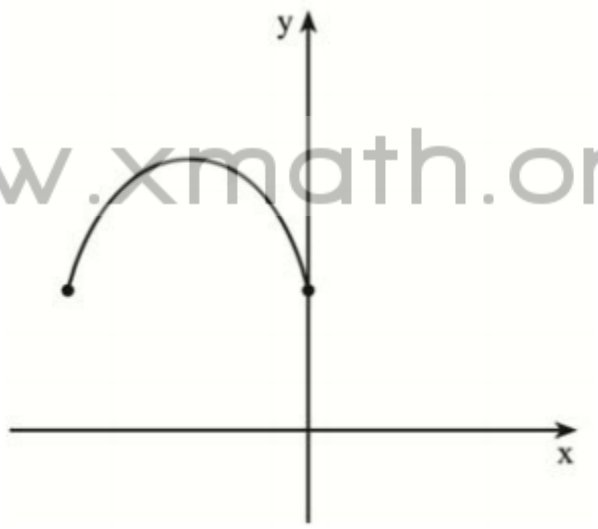
$x=-1 \Rightarrow f(-1)=\sqrt{-1+2}+\sqrt{-(-1)}+2=4$

$\min(0, 2+\sqrt{2})$

$\min(-2, 2+\sqrt{2})$

$\max(-1, 4)$

ج.



www.xmath.online

د. إحداثي y للنقاط الصغر للدالة هو: $2+\sqrt{2}$

$$\Downarrow$$

$$y=2+\sqrt{2}$$

هـ. يوجد حلان: $2+\sqrt{2} \le k \le 4$

حسب الرسم.

صيف 2011 موعد أ

أ .بما أن $x \neq \pm 2$

أي أن $x = \pm 2$ يجعل من المقام صفر أي أن

$$2^2 - a = 0 \Rightarrow a = 4$$

كما أن

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x+5}{x^2 - a} + b = 0 + b = b$$

خط تقارب أفقي

www.xmath.online

وبما أن $y = 2$ خط تقارب افقي

$$\Downarrow$$

$$b = 2$$

ب(1) .

$$f(x) = \frac{x+5}{x^2 - 4} + 2$$

تقاطع مع محور $y = 0 \Leftarrow x$

$$\frac{x+5}{x^2 - 4} + 2 = 0$$
$$\frac{x+5}{x^2 - 4} = -2$$
$$x + 5 = -2(x^2 - 4)$$
$$x + 5 = -2x^2 + 8$$
$$2x^2 + x - 3 = 0$$
$$x_1 = 1 \Rightarrow (1, 0)$$
$$x_2 = -1.5 \Rightarrow (-1.5, 0)$$

تقاطع مع محور $y \Leftarrow x = 0$

$$f(0) = \frac{0+5}{0-4} + 2 = 0.75$$

$$(0, 0.75)$$

(2)نقاط قصوى للدالة

$$f'(x) = \frac{1(x^2-4) - (x+5)\cdot 2x}{(x^2-4)^2} + 0$$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4 - 2x^2 - 10x}{(x^2-4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 10x - 4}{(x^2-4)^2}$$

www.xmath.online

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{-x^2 - 10x - 4}{(x^2-4)^2} = 0$$

$$-x^2 - 10x - 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{84}}{-2}$$

$$x_1 = -9.5$$

$$x_2 = -0.42$$

$f'(x)$	-	0	+		+	0	-		-
x	-10	-9.58	-8	-2	-1	-0.42	0	2	3
$f(x)$	تنازل	min	تصاعد		تصاعد	max	تنازل		تنازل

إذا النقاط القصوى للدالة f(x)

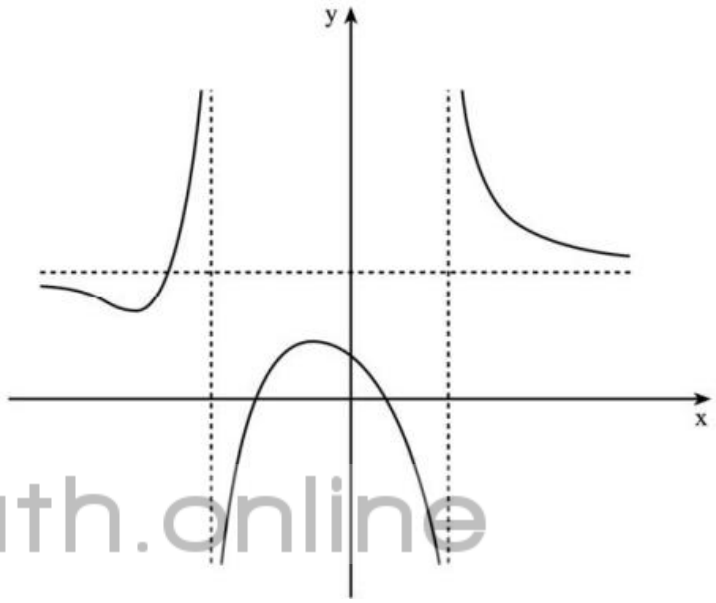
$$x = -9.58 \Rightarrow f(-9.58) = \frac{-9.58+5}{(-9.58)^2 - 4} + 2 = 1.95$$

$$\min(-9.58, 1.95)$$

$$x = -0.42 \Rightarrow f(-0.42) = \frac{-0.42+5}{(-0.42)^2 - 4} + 2 = 0.8$$

$$\max(-0.42, 0.8)$$

(3) الرسم:



www.xmath.online

ج . الدالة g(x) هي عبارة عن ازاحة عمودية للأسفل بوحدتين للدالة f(x)

وبما أن $g'(x) = f'(x)$

فإن احداثيات للنقاط القصوى لا تتغير (فقط إحداثي y يقل بوحدتين بسبب الازاحة)

$\Downarrow$

$\min(-9.58, -0.05)$

$\max(-0.42, -1.2)$

النقاط القصوى للدالة g(x)

شتاء 2011

أ. مجال التعريف:

$$x-1\neq 0\Rightarrow x\neq 1$$
$$x-3\neq 0\Rightarrow x\neq 3$$

ب.خطوط التقارب العمودية:

$$x=3, x=1$$

خطوط التقارب الأفقية:

www.xmath.online

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3}{x-3}-\frac{3}{x-1}=0-0=0$$
$$\Downarrow$$
$$y=0$$

ج.

$$f'(x)=\frac{-3}{(x-3)^2}-\frac{-3}{(x-1)^2}$$
$$f'(x)=\frac{-3}{(x-3)^2}+\frac{3}{(x-1)^2}$$
$$f'(x)=\frac{-3(x-1)^2+3(x-3)^2}{(x-3)^2\cdot(x-1)^2}$$
$$f'(x)=\frac{-3(x^2-2x+1)+3(x^2-6x+9)}{(x-3)^2\cdot(x-1)^2}$$
$$f'(x)=\frac{-12x+24}{(x-3)^2\cdot(x-1)^2}$$
$$f'(x)=0$$
$$\frac{-12x+24}{(x-3)^2\cdot(x-1)^2}=0$$
$$-12x+24=0$$
$$x=2$$
$$f(2)=\frac{3}{2-3}-\frac{3}{2-1}=-6$$

$f'(x)$	+		+	0	-		-
x	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
$f(x)$	تصاعد		تصاعد	max	تنازل		تنازل

www.xmath.online

$$\Downarrow$$

$$\max(2,-6)$$

د. التقاطع مع x : $y=0$

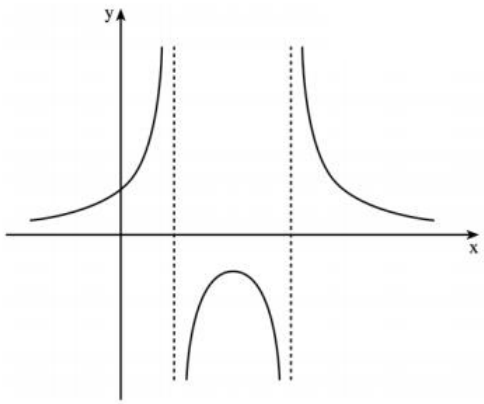
$$0=\frac{3}{x-3}-\frac{3}{x-1}$$
$$\frac{3}{x-3}=\frac{3}{x-1}$$
$$3(x-1)=3(x-3)$$
$$3x-3=3x-9$$
$$-3=-9$$

لا يوجد حل (لا يوجد تقاطع)

التقاطع مع y : $x=0$

$$f(0)=\frac{3}{0-3}-\frac{3}{0-1}=2$$
$$(0,2)$$

هـ. الرسم:



و. نستطيع أن نجد أن الدالة غير موجودة في: $-6 < y \leq 0$

أي أن مجموعة الحلول لا تشمل: $-6 < y \leq 0$

www.xmath.online

إذا $y = -5$ غير موجودة على الدالة $f(x)$

صيف 2010 موعد ب

أ. حسب المعطى $f'(0) = \frac{-3\sqrt{5}}{5}$

$$\Downarrow$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (2x + b)}{2\sqrt{x^2 + bx + 5}}$$

$$f'(0) = \frac{b}{2\sqrt{5}} = \frac{-3\sqrt{5}}{5}$$

$$5b = -6 \cdot 5$$

$$b = -6$$

ب. مجال التعريف:

$$x^2-6x+5=0$$
$$x_1=5, x_2=1 \qquad , \qquad x^2-6x+5\geq 0$$

المجال: $x\leq 1, x\geq 5$

ج.تقاطع الدالة مع محور x

$$\sqrt{x^2-6x+5}=0$$
$$x^2-6x+5=0$$

$$x_1=5, x_2=1$$

$(5,0)$
$(1,0)$

www.xmath.online

(بعد فحص الاجابات قبل التربيع)

تقاطع مع محور y $\quad x=0$

$$f(0)=\sqrt{0^2-6\cdot 0+5}=\sqrt{5}\Rightarrow (0,\sqrt{5})$$

د. مجالات التصاعد والتنازل:

$$f(0)=\sqrt{0^2-6\cdot 0+5}=\sqrt{5}\Rightarrow (0,\sqrt{5})$$
$$f'(x)=\frac{1\cdot(2x-6)}{2\sqrt{x^2-6x+5}}=\frac{(2x-6)}{2\sqrt{x^2-6x+5}}$$
$$f'(x)=0$$
$$\frac{(2x-6)}{2\sqrt{x^2-6x+5}}=0$$
$$2x-6=0$$
$$x=3$$

لكن:

$x = 3$ خارج مجال التعريف

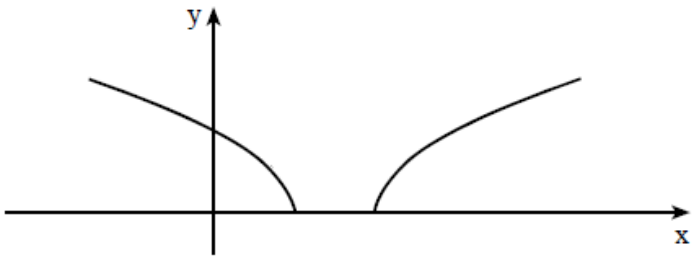
$f'(x)$	-		خارج		+
x	-1	1	مجال	5	6
$f(x)$	تنازل	طرف مجال	التعريف	طرف مجال	تصاعد

www.xmath.online

مجال تصاعد $x > 5$

مجال تنازل $x < 1$

هـ. الرسم:



صيف 2010 موعد أ

أ. ميل المماس هو ميل $y=-x-\sqrt{2}$ أي $m=-1$:

$$f'(x)=a-\frac{1}{2\sqrt{2-x^2}}\cdot(-2x)=a+\frac{x}{\sqrt{2-x^2}}$$

$f'(0)=-1$, ميل المماس في نقطة تقاطع مع y أي: $x=0$

$$a+\frac{0}{\sqrt{2-0^2}}=-1$$
$$a=-1$$

ب.(1) مجال التعريف

www.xmath.online

$$2-x^2\geq 0$$
$$2-x^2=0$$
$$x=\pm\sqrt{2}$$
$$-\sqrt{2}\leq x\leq\sqrt{2}$$

(2)

$$f'(x)=-1-\frac{-2x}{2\sqrt{2-x^2}}$$
$$f'(x)=-1+\frac{x}{\sqrt{2-x^2}}$$
$$f'(x)=0$$
$$-1+\frac{x}{\sqrt{2-x^2}}=0$$
$$\frac{x}{\sqrt{2-x^2}}=1$$
$$x=\sqrt{2-x^2}$$
$$x^2=2-x^2$$
$$2x^2=2$$
$$x^2=1$$
$$x_1=1, x_2=-1$$

بعد فحص الاجابات نجد أن $x=1$ حل المعادلة بينما $x=-1$ لا لأنه: $-1\neq\sqrt{2-(-1)^2}$
$-1\neq 1$

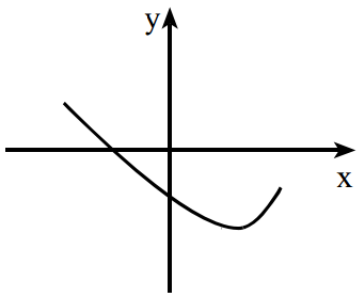
(3)

$f'(x)$	خارج	-	0	+	خارج
x	$-\sqrt{2}$	0	1	1.2	$\sqrt{2}$
$f(x)$	المجال	تنازل	min	تصاعد	المجال

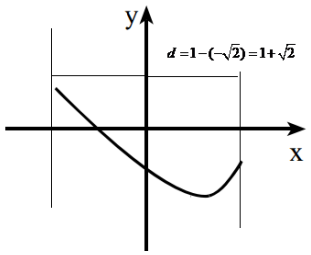
www.xmath.online

$$x=1\Rightarrow f(1)=-1-\sqrt{2-1}=-2$$
$$x=\sqrt{2}\Rightarrow f(\sqrt{2})=-\sqrt{2}-\sqrt{2-(\sqrt{2})^2}=-\sqrt{2}$$
$$x=-\sqrt{2}\Rightarrow f(-\sqrt{2})=\sqrt{2}-\sqrt{2-(-\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}$$
$$\Downarrow$$
$$\max(-\sqrt{2},\sqrt{2})$$
$$\min(1,-2)$$

ج. الرسم هو:



د- حسب الرسم: $d=1-(-\sqrt{2})=1+\sqrt{2}$



شتاء 2010

أ. بما أن مجال التعريف $x \neq 4$, فإن $x = 4$ يصفر المقام :

$$b \cdot 4^2 - 8 \cdot 4 + 16 = 0$$
$$16b = 16$$
$$b = 1$$

$$f(x) = \frac{ax^2 + 2x + 16}{x^2 - 8x + 16}$$

ب. (1)
$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{a}{1} = a$$
$$y = a$$

(2) $y = a$, $f(x)$ يتقاطعان في التقاطع مع y

www.xmath.online

$$f(0) = a$$
$$\frac{a \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 16}{0^2 - 8 \cdot 0 + 16} = a \Rightarrow a = 1$$

ج. (1)

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 16}{x^2 - 8x + 16}$$
$$f'(x) = \frac{(2x+2) \cdot (x^2 + 2x + 16) - (x^2 + 2x + 16)(2x - 8)}{(x^2 + 2x + 16)^2}$$
$$f'(x) = \frac{2x^3 - 16x^2 + 32x + 2x^2 - (2x^3 + 4x^2 + 32x - 8x^2 - 16x + 28)}{(x^2 + 2x + 16)^2}$$
$$f'(x) = \frac{-10x^2 + 160}{(x^2 + 2x + 16)^2}$$
$$f'(x) = 0$$
$$\frac{-10x^2 + 160}{(x^2 + 2x + 16)^2} = 0$$
$$-10x^2 + 160 = 0$$
$$x^2 = 16$$
$$x = -4, x = 4$$

$x = 4$ ملغي لأنه خارج مجال التعريف.

$f'(x)$	-	0	+	خارج	-
x	-5	-4	0	4	5
$f(x)$	تنازل	min	تصاعد	المجال	تنازل

$$x = -4$$

$$f(-4) = \frac{(-4)^2 + 2(-4) + 16}{(-4)^2 - 8(-4) + 16} = 0.375$$

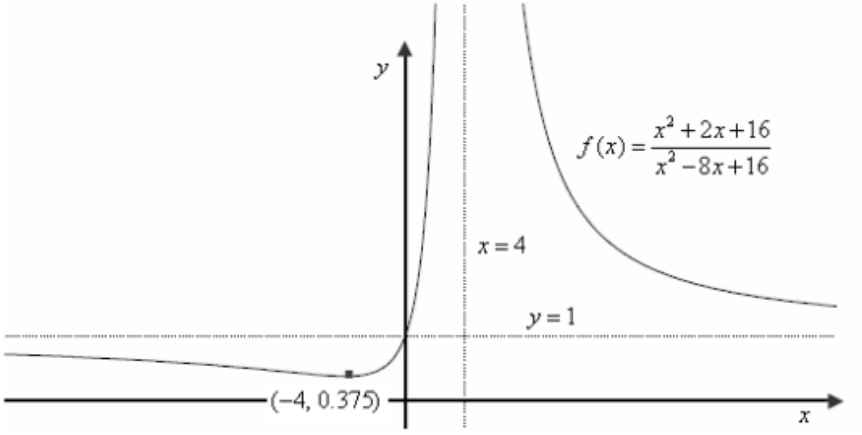
(2)مجال التصاعد: $-4 < x < 4$

www.xmath.online

مجال التنازل: $x > 4$, $-4 > x$

(3)

الرسم:



www.xmath.online

www.xmath.online

الجزء السابع

التكامل $\int x$

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

معطاة الدالّة $f(x)=x\sqrt{4-x^2}$.

أ. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. (1) جد احداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

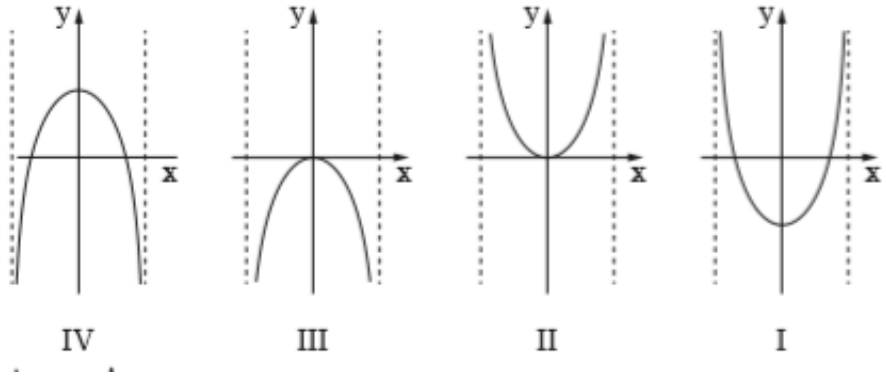
(2) جد احداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقاط.

ج. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$

د. أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة المعطاة في نهاية السؤال (I– IV) هو الرسم البيانيّ
للدالّة $f'(x)$ ؟ علّل.

www.xmath.online

ه. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f'(x)$ والمحور x والمحور y والمستقيم $x=1$.



شتاء 2017

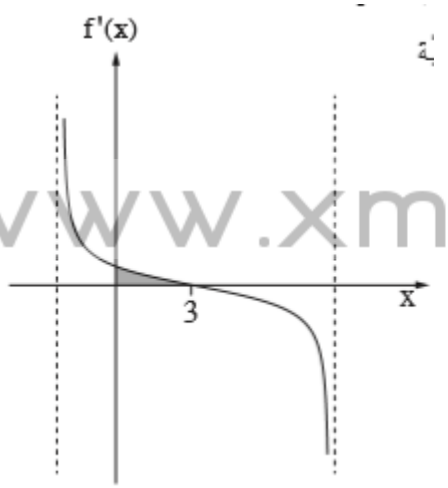
الرسم الذي أمامك يصف الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$

للدالّة $f(x)=\sqrt{-x^2+bx+16}$. b هو بارامتر .

أجب عن البنود التي أمامك (بإمكانك الاستعانة بالرسم البيانيّ للمشتقّة إذا دعت الحاجة) :

أ. (1) ما هو الاحداثيّ x للنقطة القصوى الداخليّة لِـ $f(x)$ ؟ علّل.

(2) جد b.



ب. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ج. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقاط.

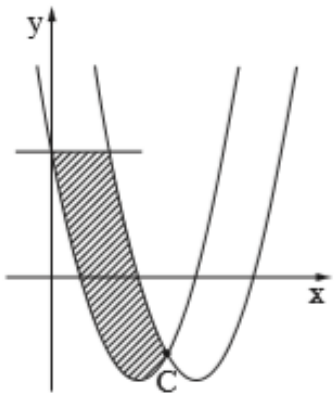
د. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$.

ه. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للمشتقّة $f'(x)$ والمحور y والمحور x (المساحة الرماديّة).

www.xmath.online

صيف 2016 موعد ب

الرسم الذي أمامك يصف الرسمين البيانيّين للدالّتين:



$f(x)=x^2-6x+5$

$g(x)=x^2-10x+a$

a هو بارامتر.

الرسمان البيانيّان يتقاطعان في النقطة C (انظر الرسم).

الإحداثيّ x للنقطة C يساوي 4.

أ. جد قيمة a.

ب. عبر نقطة تقاطع أحد الرسمين البيانيّين مع المحور y مرّروا مستقيمًا يوازي المحور x، كما هو موصوف في الرسم.

جد المساحة المحصورة بين الرسمين البيانيّين للدالّتين والمستقيم الموازي للمحور x (المساحة المخطّطة في الرسم).

www.xmath.online

صيف 2016 موعد أ

مشتقّة الدالّة $f(x)$ هي $f'(x)=3x^2-12x+9$.

أ. (1) جد الإحداثيّات x للنقاط القصوى للدالّة $f(x)$، وحدّد نوع هذه النقاط.

(2) المستقيم $y=4$ يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في نقطة النهاية العظمى للدالّة.
جد الدالّة $f(x)$.

ب. (1) جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(2) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$.

ج. عبر نقطة النهاية الصغرى للدالّة $f(x)$ مرّروا عمودًا على المحور x
جد المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمماسّ $y=4$ والمحور y والعمود

شتاء 2016

معطاة الدالّتان $f(x)=-x^2+16$ ، $g(x)=-x^2-ax$ ، a هو بارامتر

أ. (1) معطى مستقيم يوازي المحور x ويمسّ الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.
جد معادلة هذا المستقيم.

(2) المستقيم، الذي وجدت معادلته، يمسّ أيضًا الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في النقطة التي فيها $x=-4$. جد قيمة a.

عوِّض $a=8$، وأجب عن البندين " ب " و " ج ".

ب. (1) جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ مع المحورين.

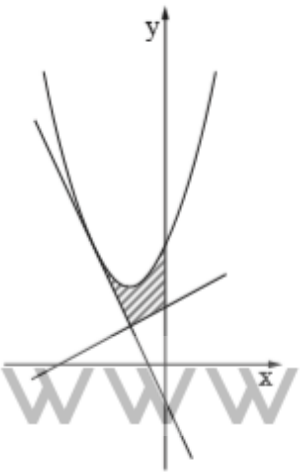
(2) ارسم في نفس هيئة المحاور رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $f(x)$ ورسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة $g(x)$.

www.xmath.online

ج. الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يقطع الجزء السالب من المحور x في النقطة A.
الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ يقطع الجزء السالب من المحور x في النقطة B.
جد المساحة (في الربع الثاني) المحصورة بين الرسمين البيانيّين للدالّتين والقطعة AB.

صيف 2015 موعد أ

معطاة الدالّة $f(x)=x^2+ax+b$. a و b هما بارامتران. المستقيم $y=-2x-1$ يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة في النقطة التي فيها $x=-2$ (انظر الرسم).



أ. جد قيمة a وقيمة b.

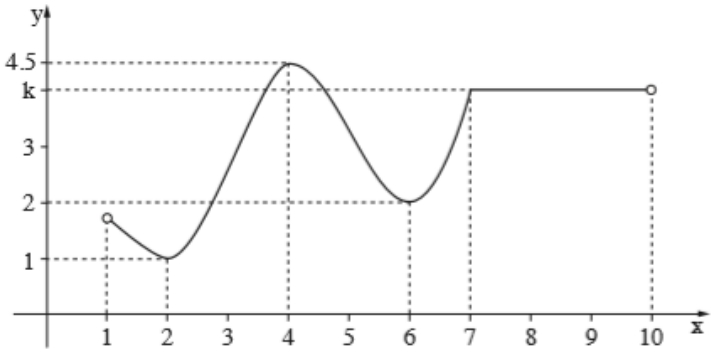
عوِّض : $a=2$ و $b=3$ ، وأجب عن البند " ب ".

ب. جد المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالة $f(x)$ والمماسّ والمستقيم $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ والمحور y (المساحة المخطّطة في الرسم).

www.xmath.online

هذا السؤال تابع لـ**صيف 2015 موعد أ**

يعرض الرسم الذي أمامك الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في المجال $1<x<10$.



اعتمد على الرسم البيانيّ لـ $f(x)$ وعلى القيّم المسجَّلة على المحورين، وأجب عن البنود " أ "، " ب "، " ج "، " د ".

www.xmath.online

أ. جد النسبة لأيّة قيّم x لا تساوي 7، يتحقّق

(1) $f'(x)<0$. علّل.

(2) $f'(x)>0$. علّل.

(3) $f'(x)=0$. علّل.

ب. معطى أنّ $\int_7^9 K dx=8$ ، K هو البارامتر المشار إليه على المحور y في الرسم.
جد قيمة الدالّة $f(x)$ في النقطة التي فيها $x=9$.

ج. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا لدالّة المشتقّة $f'(x)$ في المجال $2\le x\le 6$.

د. جد المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ والمحور x، في المجال $2\le x\le 4$ (قيمة عدديّة).

شتاء 2015

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{3}{\sqrt{x+2}}$.

أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة.

(2) هل يقطع الرسم البيانيّ للدالّة المحورين ؟ علّل.

(3) حسب البندين الفرعيّين السابقين، ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالّة، إذا كان معطى أنّ الدالّة تنازليّة في كلّ مجال تعريفها.

ب. (1) أضِف المستقيم $y=3x+2$ والمستقيم $x=4$ إلى الرسم البيانيّ التقريبيّ الذي رسمتَه.

(2) احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمستقيمين اللذين أضفتّهما والمحور x والمحور y.

www.xmath.online

صيف 2014 موعد ب

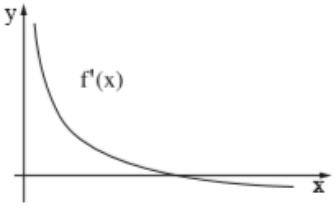
يعرض الرسم الذي أمامك الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة : $f'(x)=\frac{4}{\sqrt{x}-1}$ ، $x>0$.

أ. جد الإحداثيّ x لنقطة تقاطّع $f'(x)$ مع المحور x.

ب. جد الإحداثيّ x للنقطة القصوى الداخليّة للدالّة $f(x)$ ، وحدِّد نوع هذه النقطة القصوى. علّل.

ج. معلوم أنّ الإحداثيّ y للنقطة القصوى الداخليّة لِـ $f(x)$ هو 0. جد $f(x)$.

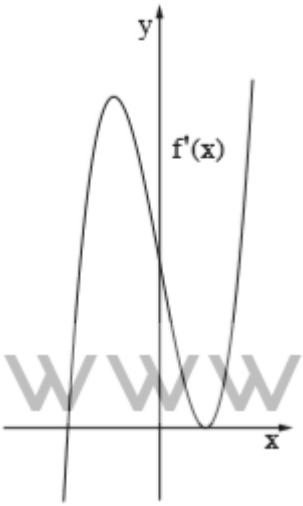
د. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ ، والمستقيم $x=4$ والمستقيم $x=25$ والمحور x.



صيف 2014 موعد أ

$f(x)$ هي دالّة معرَّفة لكلّ x. الرسم الذي أمامك يعرض الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f(x)$.

الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ يمرّ عبر النقطتين: $(-2,0)$ ، $(1,0)$.



أ. (1) حسب الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ ، جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

(2) ما هو الإحداثيّ x للنقطة القصوى للدالّة $f(x)$ ، وما هو نوع النقطة القصوى ؟ علّل.

(3) معطى أنّ دالّة المشتقّة هي $f'(x)=4x^3-12x+8$ الإحداثيّ y للنقطة القصوى للدالّة $f(x)$ هو -10. جد الدالّة $f(x)$.

www.xmath.online

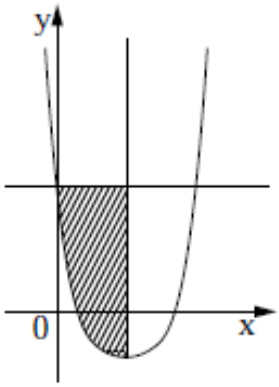
ب. جد إحداثيّات النقاط التي فيها ميل المماسّ للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ هو 0.

شتاء 2014

معطاة الدالّة $f(x) = (2x-2)^4 - 3$

عبر نقطة النهاية الصغرى للدالة مرّروا مستقيما يعامد المحور x .

عبر نقطة تقاطع الرسم البياني للدالّة مع المحور y مرّروا مستقيما يوازي المحور x (انظر الرسم)

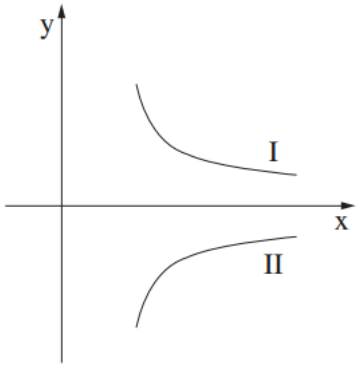


أ. ما هو مجال تعريف الدالة ؟

ب. جد معادلة العمودي ومعادلة الموازي

ج. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة والعمود والموازي، المساحة المخططة في الرسم.

صيف 2013 موعد ب



الرسمان البيانيان في الرسم هما للدالتين:

$$f(x)=\frac{2}{\sqrt{2x-3}}$$

$$g(x)=-\frac{2}{\sqrt{2x-3}}$$

أ.(1) جد مجال تعريف كل واحدة من الدالتين.

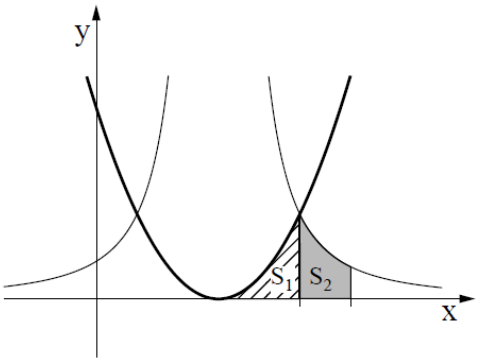
(2) ما هو خط التقارب العمودي لكل واحدة من الدالتين ؟

ب.أي رسم بياني هو للدالة $f(x)$, و أي رسم بياني هو للدالة $g(x)$ ؟ علل.

www.xmath.online

ج.المستقيم $y=2$ يقطع الرسم البياني الأول في النقطة A. المستقيم $y=-2$ يقطع الرسم البياني الثاني في النقطة B. جد المساحة المحصورة بين المستقيم AB والرسمين البيانيين للدالتين والمستقيم $x=3$.

صيف 2013 موعد أ



يعرض الرسم الذي أمامك الرسمين البيانيّين للدالّتين:

$$f(x)=(x-a)^2$$
$$g(x)=\frac{16}{(x-a)^2}$$

A هو بارامتر أكبر من 0.

أ. جد خطوط التقارب الموازية للمحورين للدالة (عبر بدلالة a إذا دعت الحاجة).
إحدى نقاط التقاطع بين الرسمين البيانيّين للدالّتين هي النقطة التي فيها x=a+2.

S_1 هي المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ و المحور x و المستقيم x=a+2 .(المساحة المخططة في الرسم).

www.xmath.online

S_2 هي المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ x و المحور و المستقيم x=a+2 .(المساحة الرمادية في الرسم).

ب. احسب النسبة $\frac{S_1}{S_2}$

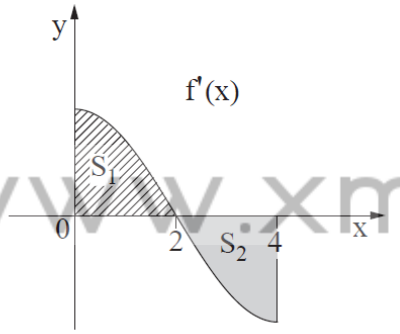
هذا السؤال تابع لـ**صيف 2013 موعد أ**

يعرض الرسم الذي أمامك الرسم البياني لدالة المشتقة $f'(x)$ في المجال $0 \le x \le 4$.

الرسم البياني ل $f'(x)$ يقطع محور x في النقطة التي فيها x=2.

S_1 هي المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ والمحورين (المساحة المخطّطة في الرسم) .

S_2 هي المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ والمحورx والمستقيم x=4 (المساحة الرمادية في الرسم).



أ. (1) معطى أن: $f(0)=0, S_1=4$ احسب $f(2)$

(2) معطى أيضا أن: $S_2=4$ احسب $f(4)$

www.xmath online

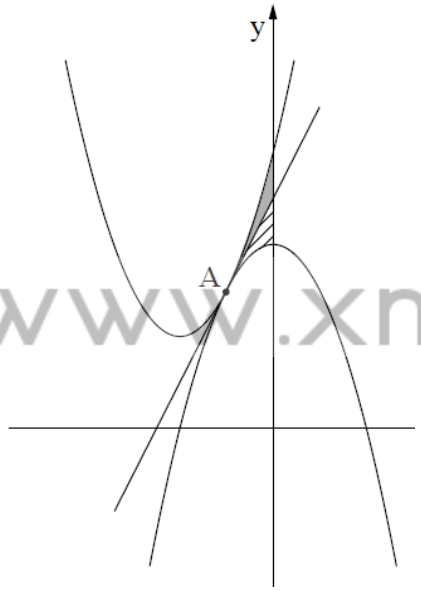
ب. جد احداثيات النقطة القصوى الداخلية للدالة $f(x)$ في المجال المعطى، وحدد نوع هذه النقطة. علل.

ج. ارسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة $f(x)$ في المجال المعطى.

شتاء 2013

يعرض الرسم الذي أمامك قطعين مكافئين: $f(x)=x^2+4x+6$ و $g(x)=-x^2+c$

c هو بارامتر.



يمس القطعان المكافئان أحدهما الآخر في النقطة A.

مرروا عبر النقطة A مماسا مشتركا للقطعين المكافئين

(أنظر الرسم).

www.xmath.online

أ. (1) ارمز ب t الى الاحداثي الx للنقطة A, وعبر بدلالة t

عن ميل المماس المشترك ، عبر بطريقتين.

(2) جد احداثيات النقطة A.

(3) جد قيمة البارامتر c.

ب. المماس المشترك يقسم المساحة المحصورة بين القطعين المكافئين والمحور y الى مساحتي (المساحة الرمادية والمساحة المخططة في الرسم). عوض قيمة البارامتر C التي وجدتها، وبين أن المساحتين متساويتين.

صيف 2012 موعد ب

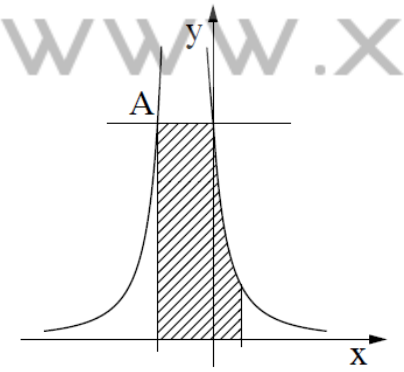
يعرض الرسم الذي أمامك الرسم البياني للدالة $f(x)=\frac{4}{(2x+1)^2}$.

أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد خطوط تقارب الدالة، المعامدة للمحورين.

ج. مرروا عبر نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور y مستقيما يوازي المحور x يقطع هذا المستقيم الرسم البياني للدالة في نقطة اضافية، A (أنظر الرسم).

(1) جد احداثيات النقطة A.



www.xmath.online

(2) مرروا عبر النقطة A عمودا على المحور x. جد المساحة المحصورة بين العمود والمستقيم الموازي والرسم البياني للدالة والمستقيم $x=\frac{1}{2}$ والمحور x (المساحة المخططة في الرسم).

صيف 2012 موعد أ

معطاة الدالتان: $f(x)=\sqrt{12-3x}$
$g(x)=-\sqrt{12-3x}$

أ. جد مجال تعريف الدالتين.

ب. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة (إذا وجدت مثل هذه المجالات).

ج. جد نقاط تقاطع كل واحدة من الدالتين مع المحورين.

د. ارسم في هيئة محاور واحدة بخط متواصل (ـــ) رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة f(x), وارسم بخط متقطع (- - - -) رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة g(x) .

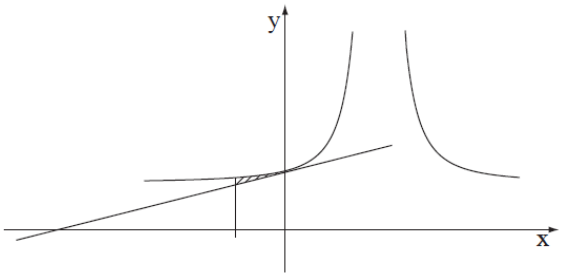
هـ- مرروا مستقيما يمس الرسم البياني للدالة f(x) في النقطة التي فيها x=1 , ومرروا مستقيما اخر يمس الرسم البياني للدالة g(x) في النقطة التي فيها x=1.

www.xmath.online

(1) جد إحداثيات نقطة التقاء المماسين.

(2) جد مساحة المثلث المحصور بين المماسين والمستقيم x=1.

صيف 2011 موعد ب



معطاة الدالة: $f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+a$ (أنظر الرسم).

a هو بارامتر.

أ. جد مجال تعريف الدالة، وخطوط تقارب الدالة،

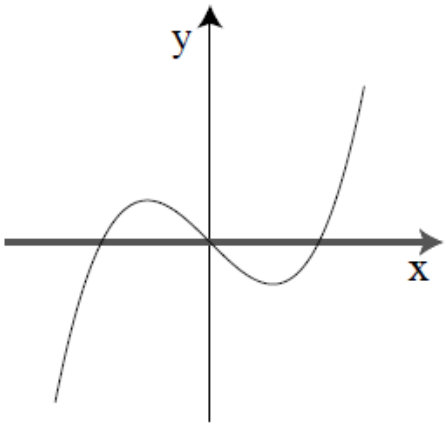
الموازية للمحورين (عبر بدلالة a حسب الحاجة).

ب. مرروا مستقيما يمس الرسم البياني للدالة في نقطة تقاطعها مع محور y.

(1) عبر بدلالة a عن الاحداثي y لنقطة التماس, و عن معادلة المماس.

(2) جد المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة f(x) و المماس و المستقيم x=-1
(المساحة المخططة في الرسم) جد قيمة عددية

شتاء 2011



معطاة الدالة $f(x)=x^3-ax$ (أنظر الرسم). a هو بارامتر.

أ. المستقيم الذي يمس الرسم البياني للدالة f(x) في النقطة التي فيها $x=\frac{\sqrt{3}}{3}$, يوازي المحور x. جد قيمة a.

عوض قيمة a التي وجدتها، وأجب عن البندين " ب " و " ج ".

ب. (1) جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة f(x) مع المحور x.

(2) حسب الرسم البياني للدالة f(x), حدد المجلات التي تكون فيها f(x) سالبة والمجلات التي تكون تكون فيها f(x) موجبة.

www.xmath.online

(3) مشتقة الدالة g(x) تحقق: $g'(x)=f(x)$ (f(x) هي مشتقة g(x)) جد الاحداثيات x للنقاط القصوى للدالة g(x), و حدد نوعها . علل.

ج. المستقيم y=-7 يمس الرسم البياني للدالة g(x) في نقطة نهايتها العظمى جد الدالة g(x).

صيف 2010 موعد ب

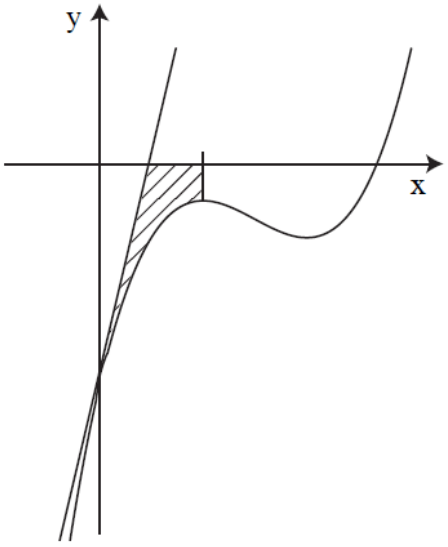
يعرض الرسم الذي أمامك رسما تقريبيا للدالة $f(x)=2x^3-9x^2+12x-a$, a هو بارامتر.

أ. جد الاحداثي x للنقطتين القصويين للدالة f(x), و برهن أن إحداهما هي نهاية عظمى وأن الأخرى هي نهاية صغرى.

ب. معطى أن المستقيم $y = -8x + 14$ يمر عبر نقطة النهاية الصغرى للدالة f(x). جد قيمة البارامتر a.

ج. يمررون مماسا للرسم البياني للدالة f(x) في نقطة تقاطع الرسم البياني مع المحور y, ويمررون عمودا على المحور x عبر نقطة النهاية العظمى للدالة. عوض قيمة a التي وجدتها في البند " ب ", واحسب المساحة المحصورة بين المماس والعمود والرسم البياني للدالة f(x) والمحور x (المساحة المخططة في الرسم).

www.xmath.online



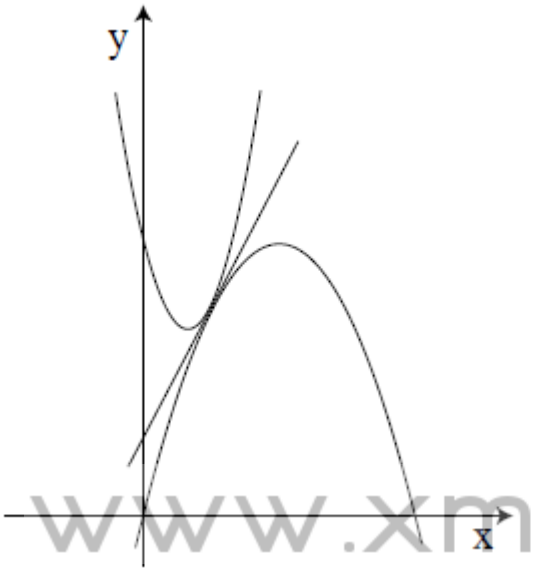
صيف 2010 موعد أ

معطاة الدالتان:

$$f(x) = 3x^2 - 4x + c$$
$$g(x) = -x^2 + bx$$

b و c هما بارامتران.

هناك مستقيم يمس الرسمين البيانين للدالتين في النقطة المشتركة لهما التي فيها x=1 (أنظر الرسم).



www.xmath.online

أ. (1) جد قيمة b.

(2) جد قيمة c.

عوض قيمة b وقيمة c اللتين وجدتهما في البند " أ ", وأجب عن البندين " ب " و " ج ".

ب. جد معادلة المماس المشترك للرسمين البيانيين.

ج. S_1 هي المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة f(x), و المماس المشترك والمحور y.

S_2 هي المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة g(x) , و المماس المشترك والمحور y.

جد النسبة $\frac{S_1}{S_2}$

www.xmath.online

www.xmath.online

إجابات تمارين

التكامل $\int x$

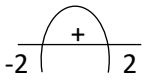
www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

أ. مجال التعريف $4-x^2 \geq 0$ $\quad 4-x^2=0$

$x^2=4$

$x=\pm 2$



ب. (1) التقاطع مع محور x $\quad y=0$

$0=x\cdot\sqrt{4-x^2}$

$x=0$ أو $\sqrt{4-x^2}=0$

$4-x^2=0$

$x^2=4$

$x=\pm 2$

$(2,0)$

$(-2,0)$

$(0,0)$

التقاطع مع محور y $\quad x=0$

$f(0)=0\cdot\sqrt{4-0^2}$

$f(0)=0$

$(0,0)$

www.xmath.online

(2)

$$f'(x)=1\cdot\sqrt{4-x^2}+x\cdot\frac{1\cdot(-2x)}{2\sqrt{4-x^2}}$$

$$f'(x)=\sqrt{4-x^2}-\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$$

$f'(x)=0$

$$\sqrt{4-x^2}-\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}=0 \qquad /\cdot\sqrt{4-x^2}$$

$4-x^2-x^2=0$

$4-2x^2=0$

$-x^2=2$

$x^2=\pm\sqrt{2}$

x	∕	-2	-1.5	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	1.5	2	∕
$f'(x)$	∕		$-$	0	$+$	0	$-$		∕
$f(x)$	∕		↘	Min	↗	Max	↘		∕

النقاط القصوى :

أطراف مجال $x=-2 \Rightarrow f(-2)=(-2)\cdot\sqrt{4-(-2)^2}=0$ $(-2,0)$

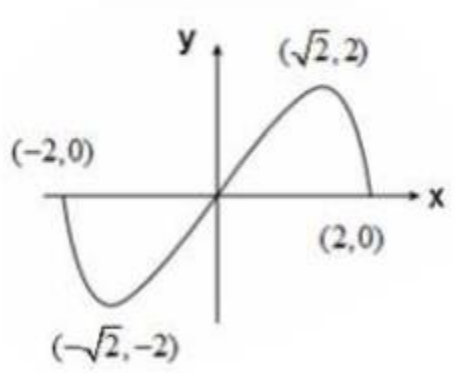
www.xmathonline

$x=-\sqrt{2} \Rightarrow f(-\sqrt{2})=(\sqrt{2})\cdot\sqrt{4-(-\sqrt{2})^2}=(-\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}=-2$ $(-\sqrt{2},-2)Min$

$x=\sqrt{2} \Rightarrow f(\sqrt{2})=(\sqrt{2})\cdot\sqrt{4-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=2$ $(\sqrt{2},2)Max$

أطراف مجال $x=2 \Rightarrow f(2)=2\cdot\sqrt{4-2^2}=0$ $(2,0)$

ج. الرسم



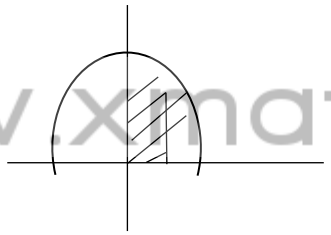
د. الرسم المناسب هوIV

وذلك لأن المجال الموجب في الدالة $f'(x)$ هو مجال التصاعد في $f(x)$

والمجال السالب في $f'(x)$ هو مجال تنازل في $f(x)$

و ذلك يتطابق مع IV فقط .

ه. المساحة المطلوبة:



www.xmath.online

$$S = \int_0^1 f'(x)dx = f(x)\Big]_0^1$$

$$S = f(1) - f(0)$$

$$S = 1\cdot\sqrt{4-1^2} - 0\cdot\sqrt{4-0^2}$$

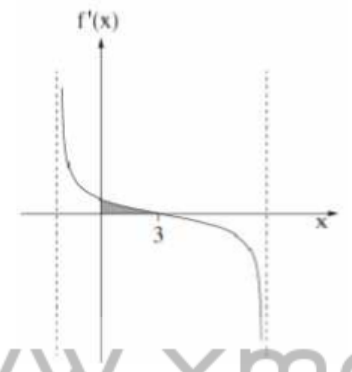
$$S = \sqrt{3} - 0$$

$$S = \sqrt{3}$$

شتاء 2017

أ. (1) حسب رسم المشتقة في تقاطع المشتقة مع محور x هي النقطة القصوى $x=3$.

(2) حسب الفرع السابق $f'(3)=0$.

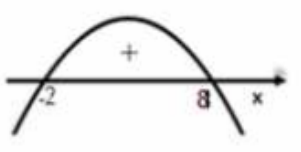


$$f'(x)=\frac{-2x+b}{2\sqrt{-x^2+bx+16}}$$
$$0=-2\cdot 3+b$$
$$\boxed{b=6}$$

www.xmath.online

ب. مجال التعريف .

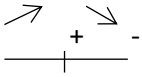
$$-x^2+6x+16\geq 0$$
$$-2\leq x\leq 8$$



$$-x^2+6x+16=0$$
$$x=8$$
$$x=-2$$

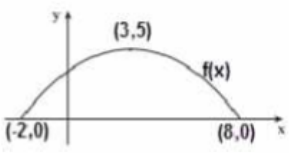
ج. النقاط القصوى .

$$f(3)=\sqrt{-3^2+6\cdot 3+16}=5\rightarrow(3;5)$$

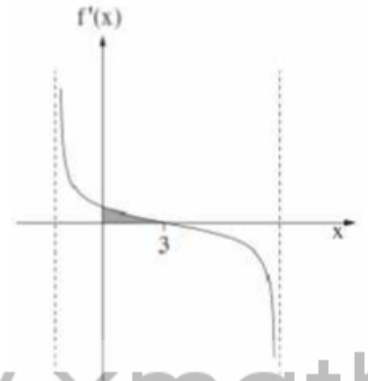
وهي نقطة max لأن حسب رسمة المشتقة 

أما أطراف المجال $\begin{matrix}f(-2)=0\\f(8)=0\end{matrix}$ وهي نقاط min .

د.



ه. المساحة المطلوبة.



$$S=\int_0^3 f'(x)dx=f(x)\Big|_0^3$$
$$S=f(3)-f(0)$$
$$S=5-(\sqrt{-0^2+6\cdot 0+16}$$
$$S=5-4$$
$$\boxed{S=1}$$

www.xmath.online

صيف 2016 موعد ب

أ. نجد قيمة $f(4)$.

$$f(4)=4^2-6\cdot 4+5=-3\rightarrow C(4,-3)$$

نعوض $(4,-3)$ في $g(x)$

$$-3=4^2-10\cdot 4+a\rightarrow \boxed{a=21}$$

ب. تقاطع $g(x)$ مع محور y هو $(0,21)$

تقاطع $f(x)$ مع محور y هو $(0,5)$

لذلك الدالة $f(x)$ هي التي على اليسار و معادلة المستقيم الموازي هي $y=5$.

نقسم المساحة لمساحتين

$$5=x^2-10x+21$$
$$0=x^2-10x+16$$
$$x=2 \qquad x=8$$

$\boxed{x=2}$ هي احداثي x للتقاطع مع $g(x)$

S_1 : هي المساحة بين الدالتين من $x=2$ و حتى $x=4$.

S_2 : هي المساحة بين $y=5$ و $f(x)$ من $x=0$ و حتى $x=2$.

$$S_1=\int_2^4 (x^2-10x+21-(x^2-6x+5))dx$$

$$S_1=\int_2^4 (x^2-10x+21-x^2+6x-5)dx$$

$$S_1=\int_2^4 (-4x+16)dx$$

$$S_1=\frac{-4x^2}{2}+16x]_2^4$$

$$S_1=(-2\cdot 4^2+16\cdot 4)-(2\cdot 2^2+16\cdot 2)$$

$$S_1=(32)-(24)$$

$$\boxed{S_1=8}$$

$$S_2=\int_0^2 (5-(x^2-6x+5))dx$$

$$S_2=\int_0^2 (5-x^2-6x+5)dx$$

$$S_2=\int_0^2 (-x^2-6x)dx$$

$$S_2=\frac{-x^3}{3}+\frac{6x^2}{2}]_0^2$$

$$S_2=(\frac{-2^3}{3}+3\cdot 2^2)-(\frac{-0^3}{3}+3\cdot 0^2$$

$$S_2=(9\frac{1}{3})-(0)$$

$$\boxed{S_2=9\frac{1}{3}}$$

www.xmath.online

صيف 2016 موعد أ

أ. (1) احداثيات النقاط القصوى للدالة $f(x)$.

$$0=3x^2-12x+9$$

$$x_1=1,\quad x_2=3$$

	1		3		x
+		-	0	+	$f'(x)$
↗	Max	↘	Min	↗	$f(x)$

نوع النقاط القصوى $\begin{matrix} Min: x=3 \\ Max: x=1 \end{matrix}$

(2) بما أن $y=4$ يمس الدالة في النهاية العظمى إذا (1,4) تقع على الدالة.

$$f(x)=\int(3x^2-12x+9)dx$$

$$f(x)=\frac{3x^2}{3}-\frac{12x^2}{2}+9x+c$$

نعوض $f(1)=4$ $\quad 4=1^3-6\cdot1^2+9\cdot1+c$

$$c=0$$

الدالة $\boxed{f(x)=x^3-6x^2+9x}$

www.xmath.online

ب. (1) محور y $\quad x=0$ $\quad f(0)=0^3-6\cdot0^2+9\cdot0 \rightarrow \boxed{(0,0)}$

محور x $\quad y=0$

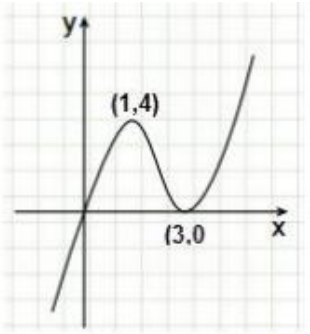
$$0=x^3-6x^2+9x$$

$$0=x(x^2-6x+9)$$

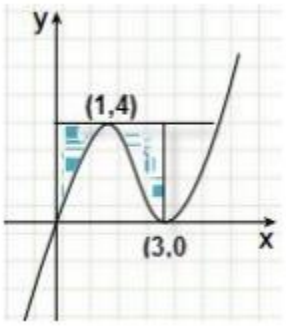
$$0=x(x-3)^2$$

$\boxed{(0,0)}$ $\qquad$ $\boxed{(3,0)}$

(2)



ج.



حسب المطلوب المساحة المطلوبة

www.xmath.online

$$S=\int_0^3(4-(x^3-6x^2+9x))dx$$

$$S=\int_0^3(4-x^3+6x^2-9x)dx$$

$$S=4x-\frac{x^4}{4}+\frac{6x^3}{3}-\frac{9x^2}{2}]_0^3$$

$$S=(4\cdot3-\frac{3^4}{4}+2\cdot3^3-\frac{9\cdot3^2}{2})-(4\cdot0-\frac{0^4}{4}+2\cdot0^3-\frac{9\cdot0^2}{2})$$

$$S=(5.25)+(0)$$

$$S=5.25$$

شتاء 2016

أ. (1) بما أن المستقيم يوازي محور x يكون الميل يساوي صفر وذلك يتحقق في النقطة القصوى أي $(0,16)$

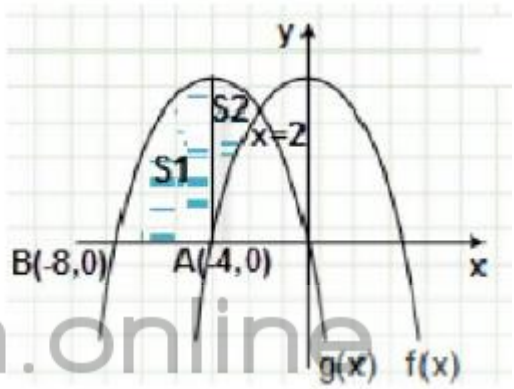
إذا المعادلة $y=16$

(2) بما أن المستقيم يمس الدالة $g(x)$ في $x=-4$ إذا $(-4,16)$تقع على الدالة.

ب. (1) تقاطع الدالة $f(x)=-x^2+16$ مع المحاور $(0,16)$ و $(4,0),(-4,0) \leftarrow -x^2+16=0$

تقاطع الدالة $g(x)=-x^2-8x$ مع المحاور $(0,16)$ و $(8,0),(0,0) \leftarrow -x^2-8x=0$

(2)



www.xmath.online

ج. نجد احداثيات التقاطع بين الدالتين

نقسم المساحتين

S_1 المساحة بين الدالة $g(x)$ ومحور x من $x=-8$ الى $x=-4$.

S_2 المساحة بين الدالتين من $x=-4$ الى $x=-2$.

$$S_1=\int_{-8}^{-4}(-x^2-8x-0)dx$$

$$S_1=-\frac{x^3}{3}-\frac{8x^2}{2}\Big]_{-8}^{-4}$$

$$S_1=(-\frac{(-4)^3}{3}-4\cdot(-4)^2)-(-\frac{(-8)^3}{3}-4\cdot(-8)^2)$$

$$S_1=(-\frac{128}{3})-(-\frac{256}{3})$$

$$\boxed{S_1=42\frac{2}{3}}$$

$$S_2=\int_{-4}^{-2}(-x^2-8x-(-x^2+16)dx$$

$$S_2=\int_{-4}^{-2}(-8x-16)dx$$

$$S_2=-\frac{8x^2}{2}-16x\Big]_{-4}^{-2}$$

$$S_2=(16\cdot(-4)+4\cdot(-4)^2)-(16\cdot(-2)+4\cdot(-2)^2)$$

$$S_2=(0)-(-16)$$

$$\boxed{S_2=16}$$

صيف 2015 موعد أ

أ. احداثيات نقطة التماس $(-2,3) \Leftarrow \begin{matrix} y=-2\cdot-2-1 \\ y=3 \end{matrix}$

بما أن ميل المماس يساوي $f'(-2)=-2 \Leftarrow -2$

$$f'(x)=2x+a$$
$$f'(-2)=-2$$
$$2\cdot(-2)+a=-2$$

$$\boxed{a=2}$$

$$f(-2)=3$$
$$(-2)^2+2\cdot(-2)+b=3$$

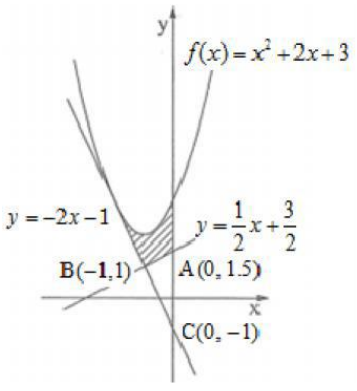
$$\boxed{b=3}$$

www.xmath.online

ب. نحسب المساحة عن طريق طرح مساحة المثلث ABC من المساحة بين الدالة و المماس

نحسب احداثيات B :

$$\begin{cases} y=-2x-1 \\ y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \end{cases}$$
$$\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}=-2x-1$$
$$2.5x=-2.5$$
$$x=-1 \rightarrow B(-1,1)$$



احداثيات A $x_A=0 \rightarrow A(0,1.5)$

احداثيات C $x_C=0 \rightarrow C(0,-1)$

نحسب المساحة بين الدالة و المماس من $x=-2$ الى $x=0$

$$S = \int_{-2}^{0} (x^2 = 2x + 3 - (-2x - 1))dx = \int_{-2}^{0} (x^2 = 2x + 3 + 2x + 1))dx$$

$$S = \int_{-2}^{0} (x^2 + 4x + 4)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{4x^2}{3} + 4x \Big]_{-2}^{0}$$

$$S = (0) - (2\frac{2}{3}) \rightarrow S = \boxed{2\frac{2}{3}}$$

نطرح مساحة المثلث $2\frac{2}{3} - 1.25 = 1\frac{5}{12}$

www.xmath.online

أ. حسب الرسم يكون مجال تصاعد $f(x)$ هو مجال $f'(x) > 0$ و مجال تنازل $f(x)$ هو مجال $f'(x) < 0$ و النقاط القصوى هي تحقق $f'(x) = 0$

(1) $f'(x) < 0$, $4 < x < 6$ أو $1 < x < 2$

(2) $f'(x) > 0$, $6 < x < 7$ أو $2 < x < 4$

(3) $f'(x) = 0$

$7 < x < 10$ أو $x = 6$ أو $x = 4$ أو $x = 2$

(ملاحظة في المجال $7 < x < 10$ الدالة $f(x)$ ثابتة لذلك $f'(x) = 0$)

ب. معطى $\int_{7}^{9} k\,dx = 8$

$$8 = \int_{7}^{9} k\,dx$$

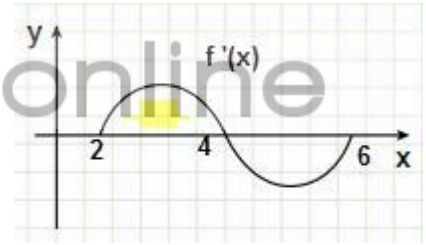
$$8 = k\,x\Big]_{7}^{9}$$

$$8 = 9k - 7k$$

$$8 = 2k$$

$$k = 4 \rightarrow f(9) = 4$$

ج. رسم بياني للدالة $f'(x)$ في المجال $2 \le x \le 6$



www.xmath.online

د. المساحة بين الدالة $f'(x)$ و محور x من $x = 2$ و حتى $x = 4$

$$S = \int_{2}^{4} (f'(x) - 0)dx = f(x)\Big]_{2}^{4}$$

$$S = f(4) - f(2) = 4.5 - 1$$

$$S = 3.5$$

شتاء 2015

أ. (1) مجال تعريف الدالة $x > 0$

(2) مع محور x: $\frac{3}{\sqrt{x}} + 2 = 0$ إذا لا يوجد تقاطع لأن وضعية الجذر

$3 + 2\sqrt{x} = 0 \Leftarrow \sqrt{x} = -\frac{3}{2}$

موجبة.

مع محور y لا يوجد تقاطع لأن $x > 0$.

(3) حسب ما سبق ومعطى أن الدالة تنازلية يكون الرسم (مع اضافة $y = 3x + 2$ و $x = 4$ من فرع ب (1))

ب. (1)

www.xmath.online

(2) نحسب التقاطع بين المستقيم $y = 3x + 2$ والدالة.

$$\frac{3}{\sqrt{x}} + 2 = 3x + 2$$

$$\frac{3}{\sqrt{x}} = 3x \to \frac{1}{\sqrt{x}} = x \quad ()^2$$

$$\frac{1}{x} = x^2 \to 1 = x^3 \to 1 = x \to \frac{1}{\sqrt{1}} = 1 \to 1 = 1 o.k.$$

(1,5) نقطة التقاطع.

نقسم المساحة لإثنين:

$S_1 = \frac{(2+5)\cdot(1-0)}{2} = 3.5$ (S_1 المساحة بين المستقيم $y = 3x + 2$ ومحور x من $x = 0$ حتى $x = 1$ و هي مساحة شبه المنحرف)

$$S_2 = \int_1^4 (\frac{3}{\sqrt{x}} + 2 - 0)dx$$

$$S_2 = 3 \cdot 2\sqrt{x} + 2x \Big]_1^4$$

$$S_2 = (6 \cdot \sqrt{4} + 2 \cdot 4) - (6 \cdot \sqrt{1} + 2 \cdot 1)$$

$$S_2 = (20) - (8)$$

$$S_2 = \boxed{12}$$

(S_2 هي المساحة بين $f(x)$ ومحور x من $x=1$ حتى $x=4$)

المساحة المطلوبة:

$$S = 3.5 + 12 = 15.5$$

www.xmath.online

صيف 2014 موعد ب

أ.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 4$$

$$\Downarrow$$

$$x = 16$$

ب. وجدنا أنّ $f'(16) = 0$ وحسب الرسم البيانيّ لِـ $f'(x)$ ينتج:

x	$0 < x < 16$	16	$x > 16$
f'(x)	+	0	−
f(x)	↗		↘

$$\Downarrow$$

لـ $f(x)$ نهاية عظمى في $x = 16$

ج. $f(x)$ هي دالّة أصليّة لِـ $f'(x)$ ، لذلك: $f(x)=\int\left(\frac{4}{\sqrt{x}}-1\right)dx=2\cdot 4\sqrt{x}-x+C$

إحداثيّات النقطة القصوى لِـ $f(x)$ هي: $(16,0)$

نعوّض النقطة $(16,0)$ في معادلة $f(x)$ ، و ينتج: $2\cdot 4\sqrt{16}-16+C=0$

$\Downarrow$

$C=-16$

من هنا الدالّة $f(x)$ هي: $f(x)=8\sqrt{x}-x-16$

www.xmath.online

د. المساحة المطلوبة مكوّنة من مساحتين:

إحداهما فوق المحور x والأخرى تحت المحور x ،

لذلك المساحة المطلوبة هي

$$S=\int_4^{16} f'(x)dx-\int_{16}^{25} f'(x)dx[f(16)-f(4)]-[f(25)-f(16)]$$

$\Downarrow$

$$S=(0+4)-(-1-0)=5$$

صيف 2014 موعد أ

أ. (1) حسب الرسم البياني المعطى، دالة المشتقة $f'(x)$

تساوي صفرا في النقطتين اللتين إحداثيهما الـ x

هو $x=1$ و $x=-2$.

تركيز إشارات $f'(x)$ في جدول:

x	$x<-2$	-2	$-2<x<1$	1	$x>1$
$f'(x)$	-	**0**	+	**0**	+
$f(x)$	↘	نقطة نهاية صغرى	↗		↗

$f'(x)\geq 0$ في المجال $x>-2$ ، $f'(x)<0$ في المجال $x>-2$

www.xmath.online

لذلك الدالة $f(x)$ تنازلية في المجال $x>-2$، الدالة $f(x)$ تصاعدية في المجال $x>-2$

(2)الإحداثي x للنقطة القصوى للدالة $f(x)$ هو: $x=-2$ هذه هي نقطة نهاية صغرى، لأن الدالة تنازلية في المجال $x>-2$

وتصاعدية في المجال $x>-2$

إحداثيات النقطة القصوى هي: $(-2,-10)$

(3) الدالة $f(x)$ هي دالة أصلية لـ $f'(x)$

لذلك يتحقق: $f(x)=\int(4x^3-12x+8)dx$

$$\Downarrow$$

$$f(x)=x^4-6x^2+8x+C$$

الرسم البياني للدالة $f(x)$ يمر عبر
نقطة النهاية الصغرى $(-2,-10)$

لذلك يتحقق: $-10=(-2)^4-6(-2)^2+8(-2)+C$

$$\Downarrow$$

$$C=14$$

الدالة $f(x)$ هي: $f(x)=x^4-6x^2+8x+14$

ب. ميل المماس للرسم البياني للدلة $f(x)$ هو 0 بالنسبة للنقاط التي تساوي فيها دالة المشتقة $f'(x)$ صفرا.

النقطتان هما : $(-2,-10)$, $(1,17)$

www.xmath.online

شتاء 2014

أ. الدالة f(x) معرفة لكل x .

ب. مشتقة الدالة f(x): $f'(x)=4(2x-2)^3.2=8(2x-2)^3$

اعتماداً على الرسم البياني للدالة

الإحداثي x لنقطة النهاية الصغرى: $x=1 \Rightarrow 2x-2=0 \Rightarrow f'(x)=0$

$$\Downarrow$$

معدلة العمود: $x=1$

$$f(0)=(-2)^4-3=13$$

$$\Downarrow$$

معادلة الموازي: $y=13$

ج. $S = \int_0^1 [13 - f(x)]dx = \int_0^1 [13 - (2x-2)^4 + 3]dx = \left[16x - \frac{1}{2}(2x-2)^5 . \frac{1}{5}\right]_0^1$

$\Downarrow$

S=12.8

صيف 2013 موعد ب

أ . (1) يجب أن يتحقق $2x - 3 > 0$

إذا مجال تعريف لكلتا الدالتين:

www.xmath.online

$$2x - 3 > 0$$
$$\Downarrow$$
$$x > \frac{2}{3}$$

(2)خط التقارب العمودي لكلتا الدالتين: $x = \frac{2}{3}$

ب.الرسم البياني الأول يلائم الدالة $f(x)$ لأن $f(x) > 0$ لكل x في مجال التعريف.

الرسم البياني الأول يلائم الدالة $g(x)$ لأن $g(x) < 0$ لكل x في مجال التعريف.

ج- نقاطع الدالة $f(x)$ مع المستقيم $y = 2$:

$$2=\frac{2}{\sqrt{2x-3}}$$
$$\Downarrow$$
$$\sqrt{2x-3}=1$$
$$\Downarrow \text{ (بعد ضرب تبادلي، تربيع الطرفين، وفحص الجواب قبل التربيع)}$$
$$2x-3=1$$
$$\Downarrow$$
$$x=2$$

نقاطع الدالة $g(x)$ مع المستقيم $y=-2$:

$$-2=\frac{-2}{\sqrt{2x-3}}$$
$$\Downarrow$$
$$\sqrt{2x-3}=1$$
$$\Downarrow \text{(بعد ضرب تبادلي، تربيع الطرفين، وفحص الجواب قبل التربيع)}$$
$$2x-3=1$$
$$\Downarrow$$
$$x=2$$

www.xmath.online

إذا المساحة هي:

$$S=\int_2^3[f(x)-g(x)]dx=\int_2^3\left[\frac{4}{\sqrt{2x-3}}\right]dx=\int_2^3(2x-3)^{-0.5}dx$$
$$S=\left[\frac{4\cdot(2x-3)^{0.5}}{0.5\cdot 2}\right]_2^3=\left[4\cdot\sqrt{2x-3}\right]_2^3=4\sqrt{3}-4$$

صيف 2013 موعد أ

أ. خطوط التقارب:

x=a (المقام لا يساوي صفر) - العمودي

$\lim_{x\to\infty} = \frac{16}{(x-a)^2} = 0$ y=0 -الافقي

ب.نقطة التقاطع مع المحور x:

www.xmath.online

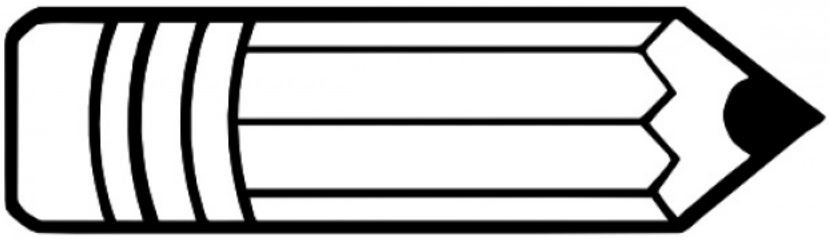
$f(x) = 0 \Rightarrow x = a$

$\Downarrow$

$$S_1 = \int_a^{a+2} (x-a)^2 dx = \left[\frac{(x-a)^3}{3}\right]_a^{a+2} = \frac{2^3}{3} - \frac{0}{3} = \frac{8}{3}$$

$$S_2 = \int_{a+2}^{a+3} \frac{16}{(x-a)^2} dx = \left[-\frac{16}{x-a}\right]_{a+2}^{a+3} = -\frac{16}{3} + \frac{16}{2} = \frac{8}{3}$$

النسبة هي: $\frac{S_1}{S_2} = 1$



أ.(1)

حسب المعطى: $S_1 = 4, f(0) = 0$

إذا:

$$S_1 = \int_0^2 f'(x)dx = [f(x)]_0^2 = f(2) - f(0)$$
$$\Downarrow$$
$$4 = f(2) - 0$$
$$\Downarrow$$
$$f(2) = 4$$

www.xmath.online

(2)

حسب المعطى $S_2 = 4$, ووجدنا ان : $f(2) = 4$ ينتج:

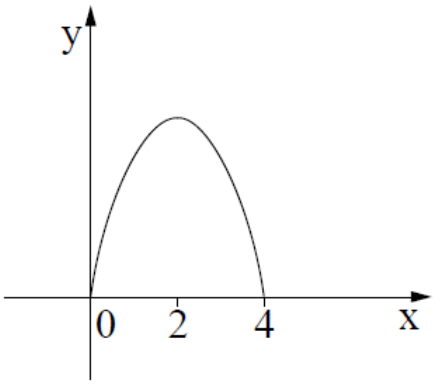
$$S_2 = -\int_2^4 f'(x)dx = -[f(x)]_2^4 = -[f(4) - f(2)]$$
$$\Downarrow$$
$$4 = f(4) - f(2), f(2) = 4$$
$$\Downarrow$$
$$f(4) = 0$$

ب. حسب الرسم البياني ينتج:

x	$0 \leq x < 2$	2	$2 < x \leq 4$
f'(x)	+	0	−
f(x)	↗		↘

لذلك للدالة نهاية عظمى في النقطة: (2,4)

ج. حسب نتائج البندين السابقين:



شتاء 2013

أ.(1) $x_A = t$

$f'(x) = 2x + 4 \quad g'(x) = -2x$

$f'(t) = 2t + 4 \quad g'(t) = -2t$,

www.xmath.online

(2) $f'(t) = g'(t)$ - المماس مشترك

$2t + 4 = -2t$

$t = -1$

$f(-1) = 1 - 4 + 6 = 3$

$A(-1,3)$

(3)النقطة $A(-1,3)$ تقع على $g(x)$

إذا:

$g(-1) = 3$

$-1 + c = 3$

$c = 4$

ب . نجد معادلة المماس أولاً:

الميل: $m = g'(-1) = -2 \cdot (-1) = 2$, النقطة $A(-1,3)$

المعادلة:

$$y-3=2(x-(-1))$$
$$y-3=2x+2$$
$$y=2x+5$$

S_1 : هي المساحة المحصورة بين $f(x)$ والمماس

$$S_1=\int_{-1}^{0} x^2+4x+6-(2x+6)dx$$
$$S_{1=}\int_{-1}^{0}(x^2+2x+1)dx$$

www.xmath.online

S_2: هي المساحة المحصورة بين $g(x)$ والمماس

$$S_2=\int_{-1}^{0}(2x+5)-(-x^2+4)dx$$
$$S_2=\int_{-1}^{0}(x^2+2x+1)dx$$

ينتج: $S_1=S_2$ (حصلنا على تكاملين متساويين فلا حاجة لحساب قيمة التكامل).

صيف 2012 موعد ب

أ.مجال التعريف

$$(2\,x+1)^2\neq 0$$
$$(2x+1)\neq 0$$
$$x\neq -\frac{1}{2}$$

ب.خط التقارب العمودي $x=-\frac{1}{2}$

خط التقارب الافقي $y=0$

لأن $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$

ج.(1) نحسب التقاطع مع محور $x=0 \Leftarrow y$

$f(0)=4$

اذا A هي نقطة التقاطع f(x)مع y=4

$$\frac{4}{(2x+1)^2}=4$$
$$(2x+1)^2=1$$
$$4x^2+4x+1=1$$
$$4x^2+4x=0$$
$$4x(x+1)=0$$
$$x=0, x=-1$$
$$\Downarrow$$
$$A(-1,4)$$

www.xmath.online

(2) S_1 : هي المساحة المحصورة بين محور x و محور y و المستقيم y=4

من $x=-1 \to x=0$

وهي تعبر عن مساحة مستطيل $S_1=1\cdot 4=4$

S_2: هي المساحة المحصورة بين الدالة و بين محور x و محور y

من $x=0 \to x=\frac{1}{2}$

$$S_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{4}{(2x+1)^2}\,dx = \int_0^{\frac{1}{2}} 4(2x+1)^{-2}\,dx$$

$$S_2 = \frac{4(2x+1)^{-1}}{-1\cdot 2}\Big]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$S_2 = \frac{-2}{(2x+1)}\Big]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$S_2 = (\frac{-2}{2\cdot\frac{1}{2}+1}) - (\frac{-2}{2\cdot 0+1})$$

$$S_2 = -1+2 = 1$$

$$S = S_1 + S_2$$

$$\Downarrow$$

$$S = 1+4 = 5$$

www.xmath.online

صيف 2012 موعد أ

أ.مجال التعريف:

$$12-3x \geq 0$$
$$-3x \geq 12$$
$$x \leq -4$$

ب.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{12-3x}}\cdot(-3)$$

$$f'(x) = \frac{-3}{2\sqrt{12-3x}}$$

تنازلية لكل x بالمجال $x \leq -4$, لا يوجد مجال تصاعد .

$$g'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{12-3x}} \cdot (-3)$$
$$g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{12-3x}}$$

تصاعدية لكل x بالمجال $x \le -4$, لا يوجد مجال تنازل .

ج. f(x):

التقاطع مع محور y : $x = 0$

$$f(0) = \sqrt{12 - 3 \cdot 0} = \sqrt{12}$$
$$(0, \sqrt{12})$$

www.xmath.online

التقاطع مع محور x: $y = 0$

$$\sqrt{12-3x} = 0$$
$$12 - 3x = 0$$
$$x = -4$$
$$(-4, 0)$$

g(x):

التقاطع مع محور y : $x = 0$

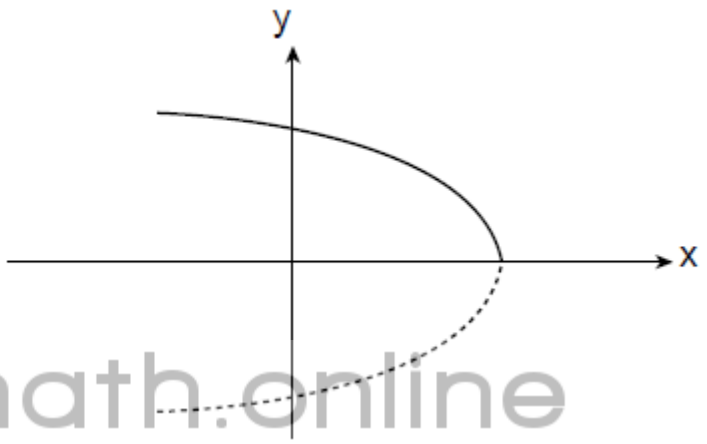
$$f(0) = -\sqrt{12 - 3 \cdot 0} = -\sqrt{12}$$
$$(0, -\sqrt{12})$$

التقاطع مع محور x : $y = 0$

$$-\sqrt{12-3x} = 0$$
$$12 - 3x = 0$$
$$x = -4$$
$$(-4, 0)$$

د.

الرسم:



www.xmath.online

هـ . (1) نحسب معادلة المماس في $x=1$ للدالة $f(x)$

$$f(1)=\sqrt{12-3}=\sqrt{9}=3$$

$$(1,3)$$

$$m=f'(1)=\frac{-3}{2\sqrt{9}}=-\frac{1}{2}$$

المعادلة:

$$y-3=-\frac{1}{2}(x-1)$$

$$y=-\frac{1}{2}x+3\frac{1}{2}$$

نحسب معادلة المماس في $x=1$ للدالة $g(x)$

$$g(1)=-\sqrt{12-3}=-3$$
$$(1,-3)$$
$$m=g'(1)=\frac{3}{2\sqrt{9}}=\frac{1}{2}$$

المعادلة:

$$y-(-3)=\frac{1}{2}(x-1)$$
$$y=\frac{1}{2}x-3\frac{1}{2}$$

www.xmath.online

التقاطع:

$$-\frac{1}{2}x+3\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x-3\frac{1}{2}$$
$$x=7$$
$$y=0$$
$$(7,0)$$

(2)المساحة:

$$S=\int_1^7(-\frac{1}{2}x+3\frac{1}{2})-(\frac{1}{2}x-3\frac{1}{2})\,\mathrm{dx}$$
$$\mathrm{S}=\int_1^7(-x+7)dx$$
$$S=\frac{-x^2}{2}+7x\Big]_1^7$$
$$S=(\frac{-49}{2}+49)-(-\frac{1}{2}+7)$$
$$S=18$$

صيف 2011 موعد ب

أ.

$$(x-2)^2 \neq 0$$
$$x-2 \neq 0$$
$$x \neq 2$$

عمودية: $x=2$

أفقية: لا يوجد لأنه:

$$y = \lim_{x\to\infty} = \frac{1}{(x-2)^2} + a = "\infty"$$

www.xmath.online

ب. (1)+(2) نقطة تقاطع مع محور $y \Leftarrow x=0$:

$$f(0) = \frac{1}{(0-2)^2} + a = \frac{1}{4} + a$$
$$(0, \frac{1}{4} + a)$$

نحسب الميل لحساب المعادلة:

$$f'(x) = \frac{0\cdot(x-2)^2 - 1\cdot 2(x-2)}{(x-2)^2} + 0$$
$$f'(x) = \frac{-2(x-2)}{(x-2)^4}$$
$$m = f'(0) = \frac{-2(0-2)}{(0-2)^4} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$
$$m = \frac{1}{4}$$
$$(0, \frac{1}{4} + a)$$

المعادلة: $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} + a$

$$\Downarrow$$

$$S=\int_{-1}^{0}\frac{1}{(x-2)^2}+a-(\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}+a)dx$$

$$S=\int_{-1}^{0}(\frac{1}{(x-2)^2}-\frac{1}{4}x-\frac{1}{4})dx$$

$$S=\frac{(x-2)^{-1}}{-1}-\frac{1}{4}\cdot\frac{x^2}{2}-\frac{1}{4}x\Big|_{-1}^{0}$$

$$S=\frac{-1}{(x-2}-\frac{x^2}{8}-\frac{x}{4}\Big|_{-1}^{0}$$

$$S=(\frac{-1}{(0-2)}-\frac{0^2}{8}-\frac{0}{4})-(\frac{-1}{(-1-2)}-\frac{(-1)^2}{8}-\frac{(-1)}{4})$$

www.xmath.online

$$S=\frac{1}{2}-\frac{11}{24}=\frac{1}{24}$$

شتاء 2011

أ. المماس يوازي محور x : $m=0$

$$f'(\frac{\sqrt{3}}{3})=0$$

$$f'(\mathrm{x})=3\mathrm{x}^2-a$$

$$f'(\frac{\sqrt{3}}{3})=3\cdot(\frac{\sqrt{3}}{3})^2-a=0$$

$$3\cdot\frac{1}{3}-a=0$$

$$a=1$$

ب.(1)

$$f(\mathrm{x})=\mathrm{x}^3-x\Leftarrow a=1$$

التقاطع مع x : $y=0$

$$x^3 - x = 0$$
$$x(x^2 - 1) = 0$$
$$x_1 = 0 \Rightarrow (0,0)$$
$$x_2 = 1 \Rightarrow (1,0)$$
$$x_3 = -1 \Rightarrow (-1,0)$$

(2) موجبة عندما: $f(x) > 0$

سالبة عندما: $f(x) < 0$

موجبة: $x > 1, -1 < x < 0$

www.xmath.online

سالب: $0 < x < 1, x < -1$

(3) حسب "ب" — (2):

عندما: $f(x) > 0 \Rightarrow g'(x) > 0 \Rightarrow x > 1, -1 < x < 0 \Rightarrow g(x)$

$g(x)$ تصاعدية.

عندما: $f(x) < 0 \Rightarrow g'(x) < 0 \Rightarrow 0 < x < 1, x < -1 \Rightarrow g(x)$

$g(x)$ تنازلية.

$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
x	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5
$f(x)$	تنازل	min	تصاعد	max	تنازل	min	تصاعد

$x=0 \Rightarrow \max$

$x=1 \Rightarrow \min$

$x=-1 \Rightarrow \min$

ج. بما أن: $g'(x)=f(x)$

$\Downarrow$

$g(x)=\int f(x)dx$

$g(x)=\int (x^3-x)dx=\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}+C$

www.xmath.online

وبما أن: $y=-7$ يمس $g(x)$ في نقطة $\max$

أي في $x=0 \Leftarrow (0,-7)$ تمر بالدالة: $g(x)$

$g(0)=\frac{0^4}{4}-\frac{0^2}{2}+C=-7$

$\Downarrow$

$C=-7$

$\Downarrow$

$g(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}-7$

صيف 2010 موعد ب

أ.

$$f'(x)=6x^2-18x+12$$
$$f'(x)=0$$
$$6x^2-18x+12=0$$
$$x_{1,2}=\frac{18\pm 6}{12}$$
$$x_1=2$$
$$x_2=1$$

www.xmath.online

نستخدم المشتقة الثانية

$$f''(2)=12\cdot 2-18=6>0\Rightarrow x=2\,|\,\min$$
$$f''(1)=12\cdot 1-18=-6<0\Rightarrow x=1\,|\,\max$$

ب. نحسب الاحداثي Y لنقطة نهاية صغرى أي $x=2$

بالتعويض في $y=-8x+14$

$$y=-8\cdot 2+14=-2$$

إذا (2,-2) نقطة النهاية الصغرى و هي تقع على f(x)

$$\Downarrow$$
$$f(2)=-2$$
$$2\cdot 2^3-9\cdot 2^2+12\cdot 2-a=-2$$
$$a=6$$

ج.

$$f(x)=2x^3-9x^2+12x-6$$

نحسب معادلة المماس :

نحسب نقطة تقاطع مع محور y : $x=0$

$$f(0)=-6$$
$$(0,-6)$$

الميل للمماس في: $x=0$

$$f'(0)=6\cdot 0^2-18\cdot 0+12=12$$
$$m=12$$

المعادلة:

$$y-(-6)=12(x-0)$$
$$y=12x-6$$

www.xmath.online

المساحة المطلوبة يمكن حسابها عن طريق حساب المساحة بين الدالة ومحور x

من $x=0\leftarrow x=1$ (نقطة النهاية الصغرى)

ثم طرح مساحة المثلث الموجودة بين المماس ومحور x.

S_1 : المساحة بين f(x) و محور x من $x=0\leftarrow x=1$

S_2 : المساحة بين المماس ومحور x من $x=0\leftarrow x=\frac{1}{2}$

** x = 0.5 هي تقاطع المماس و محور xx

** $0=12x-6\Rightarrow x=\frac{1}{2}$

$$S_2 = \frac{6 \cdot 0.5}{2} = 1.5$$

$$S_1 = \left| \int_0^1 (2x^3 - 9x^2 + 12x - 6)dx \right|$$

$$S_1 = -\int_0^1 (2x^3 - 9x^2 + 12x - 6)dx$$

$$S_1 = -\left[\frac{2x^4}{4} - \frac{9x^3}{3} + \frac{12x^2}{2} - 6x \right]_0^1$$

$$S_1 = -\left[\frac{x^4}{2} - 3x^3 + 6x^2 - 6x \right]_0^1$$

$$S_1 = -\left[(\frac{1^4}{2} - 3 \cdot 1^3 + 6 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1) - (\frac{0^4}{2} - 3 \cdot 0^3 + 6 \cdot 0^2 - 6 \cdot 0 \right]$$

$$S_1 = 2.5$$

www.xmath.online

$$S = S_1 - S_2 = 2.5 - 1.5 = 1$$

صيف 2010 موعد أ

أ. (1) + (2): بما أن للدالتين توجد نفس نقطة التماس و المماس فإنه يتحقق

$$f(1) = g(1)$$
$$f'(1) = g'(1)$$

$$f'(x) = 6x - 4$$
$$g'(x) = -2x + b$$

$$6 \cdot 1 - 4 = -2 \cdot 1 + b$$
$$6 - 4 = -2 + b$$
$$4 = b$$

$4 = b$,
$$3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + c = -1^2 + b \cdot 1$$
$$3 - 4 + c = -1 + 4$$
$$c = 4$$

إذا:

$$f(x)=3x^2-4x+4 \Rightarrow f'(x)=6x-4$$
$$g(x)=-x^2+4x \Rightarrow g'(x)=-2x+4$$

ب. نقطة التماس:

$$g(1)=-1^2+4\cdot 1=3$$
$$(1,3)$$

ميل المماس:

$$m=g'(1)=-2\cdot 1+4=2$$
$$y-3=2(x-1)$$
$$y=2x+1$$

www.xmath.online

ج. نحسب S_1, S_2 :

$$S_1=\int_0^1 (3x^2-4x+4-(2x+1)dx=\int_0^1 (3x^2-6x+3)dx$$
$$S_1=x^3-3x^2+3x\Big|_0^1$$
$$S_1=(1^3-3\cdot 1^2+3\cdot 1)-(0)=1$$

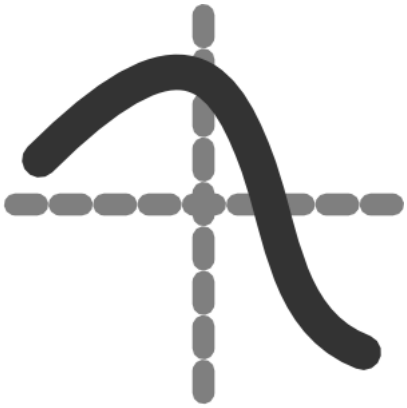
$$S_2=\int_0^1 (2x+1)-(-x^2+4x)dx=\int_0^1 -2x+1+x^2dx$$
$$S_2=-x^2+x+\frac{x^3}{3}\Big|_0^1$$
$$S_2=(-1^2+1+\frac{1^3}{3})-(0)=\frac{1}{3}$$

ينتج:

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{\frac{1}{3}}=3$$

الجزء الثامن

www.xmath.online



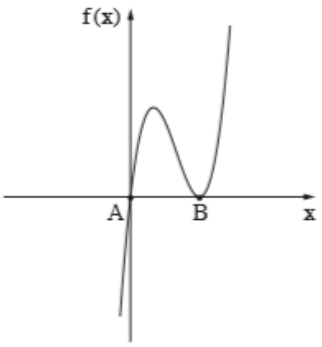
المسائل القصوى

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

أمامك الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)=x^3-6x^2+9x$.

أ.جد إحداثيّات النقطتين A وّ B ، نقطتي تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x . النقطة C تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.



معطى أنّ : $x_A<x_C<x_B$.
(الإحداثيّ x للنقطة C يقع بين الإحداثيّ x للنقطة A والإحداثيّ x للنقطة B).

ب.جد إحداثيّات النقطة C التي بالنسبة لها مساحة المثلّث ABC هي أكبر ما يمكن.

www.xmath.online

ج.هل النقطة C هي نقطة قصوى للدالّة $f(x)$ ؟ فسّر.

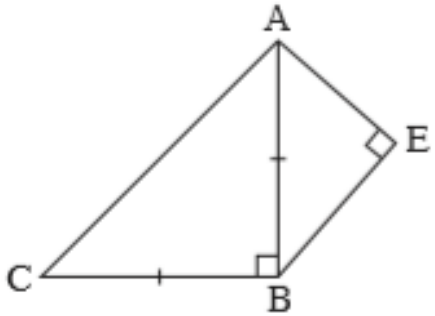
صيف 2017 موعد أ

ABC هو مثلّث قائم الزاوية ومتساوي الساقين ($\measuredangle ABC=90°$). بنوا على الضلع AB مثلّثًا قائم الزاوية AEB بحيث يكون AB الوتر في المثلّث AEB ، كما هو موصوف في الرسم.

معطى أنّ مجموع طوليّ الضلعين القائمين في المثلّث AEB هو 6سم. نرمز إلى طول الضلع AE بِـ x .

أ. عبّر بدلالة x عن مساحة المثلّث ABC .

ب. بالنسبة لأيّة قيمة لِـ x تكون مساحة الشكل الرباعيّ $AEBC$ أصغر ما يمكن ؟



شتاء 2017

معطى المستطيل $ABCD$. النقطة F هي منتصف الضلع BC. E هي نقطة على الضلع AD بحيث EF يعامد AD. النقطة K تقع على EF بحيث

$EK = KC =$ 10سم (انظر الرسم).

$FC = x$.

أ. عبّر عن FK بدلالة x.

ب. احسب طول ضلع المستطيل BC الذي بالنسبة له محيط المستطيل $ABCD$ هو أكبر ما يمكن.
(بإمكانك إبقاء جذر في إجابتك .)

www.xmath.online

صيف 2016 موعد أ

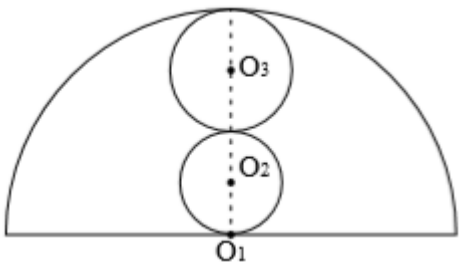
في نصف دائرة مركزها O_1 ونصف قطرها 10سم، محصورة دائرتان مركزهما O_2 و O_3. الدوائر تمسّ بعضها البعض، كما هو موصوف في الرسم.

(المراكز الثلاثة تقع على مستقيم واحد).

أ. جد ماذا يجب أن يكون طول نصف قطر الدائرة التي مركزها O_2 ونصف قطر الدائرة التي مركزها O_3، حتّى يكون مجموع مساحتّي الدائرتين O_2 وّ O_3 أصغر ما يمكن.

ب. عندما يكون مجموع مساحتّي الدائرتين O_2 وّ O_3 أصغر ما يمكن، جد مجموع محيطّي هاتين الدائرتين.

معطى أنّ : مساحة الدائرة $=\pi R^2$ محيط الدائرة $=2\pi R$.



شتاء 2016

معطى مثلّث متساوي الأضلاع طول ضلعه x سم، ومعطى مربّع. مجموع محيطّي المربّع والمثلّث المتساوي الأضلاع هو 9 سم.

أ. عبّر بدلالة x عن طول ضلع المربع.

ب. (1) عبر بدلالة x عن مساحة المثلّث وعن مساحة المربّع.

(2) جد ماذا يجب أن تكون قيمة x، حتّى يكون مجموع مساحتّي المربّع والمثلّث أصغر ما يمكن.

ج. جد عندما يكون مجموع المساحتين أصغر ما يمكن، محيط أيّ من الشكلين أكبر : المربّع أم المثلّث ؟ علّل.

www.xmath.online

في إجابتك بإمكانك إبقاء ثلاثة أرقام بعد الفاصلة العشريّة.

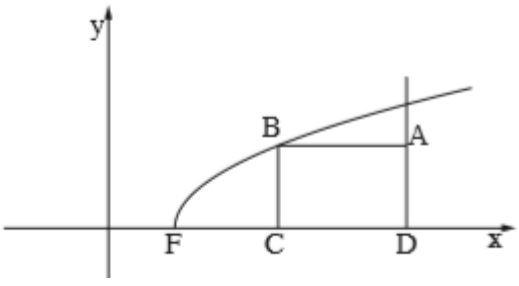
صيف 2015 موعد ب

الرأس B في المستطيل $ABCD$ يقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)=\sqrt{2x-4}$. الضلع AD موضوع على المستقيم $x=10$ والضلع DC موضوع على المحور x (انظر الرسم).

أ. ماذا يجب أن تكون إحداثيّات النقطة B حتّى تكون مساحة المستطيل أكبر ما يمكن ؟

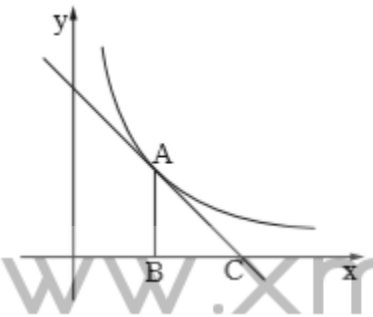
ب. الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يقطع المحور x في النقطة F (انظر الرسم). جد مساحة المثلّث BFC عندما تكون مساحة المستطيل $ABCD$ أكبر ما يمكن.

ملاحظة :بإمكانك إبقاء جذر في إجابتك.



شتاء 2015

يعرض الرسم الذي أمامك الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)=\frac{4}{x}$ في الربع الأوّل. عبر النقطة A التي على الرسم البيانيّ للدالّة مرّروا مماسّا للرسم البيانيّ للدالّة، ومرّروا عمودًا على المحور x. المماسّ يقطع المحور x في النقطة C، والعمود يقطع المحور x في النقطة B (انظر الرسم). نرمز إلى الإحداثيّ x للنقطة A بِـ t.



أ. (1) عبّر بدلالة t عن ميل المماسّ.

(2) عبّر بدلالة t عن معادلة المماسّ.

(3) عبّر بدلالة t عن طول القطعة BC.

ب. جد قيمة t التي بالنسبة لها مجموع القطعتين $AB+BC$ هو أصغر ما يمكن.

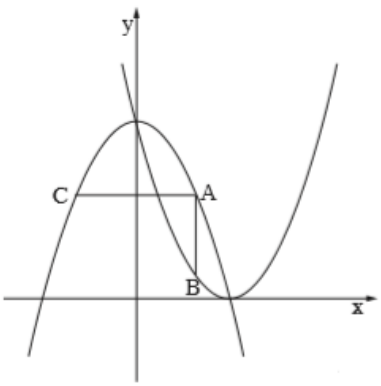
www.xmath.online

صيف 2014 موعد ب

يعرض الرسم الذي أمامك الرسمين البيانيّين للدالّتين

$$f(x)=-x^2+9 \quad g(x)=(x-3)^2$$

النقطة A تقع في الربع الأوّل على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$. مرّروا من النقطة A مستقيمين : أحد المستقيمين يوازي المحور y ويقطع الرسم البياني للدالّة $g(x)$ في النقطة B، والمستقيم الآخر يوازي المحور x ويقطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في النقطة C (انظر الرسم). نرمز بِـ t إلى الإحداثيّ x للنقطة A.



أ. عبِّر بدلالة t عن إحداثيّات النقاط A و B و C.

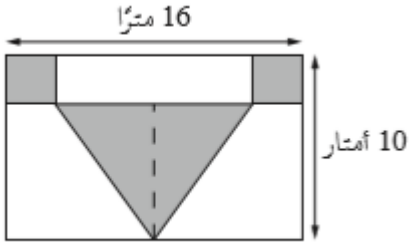
ب. جد قيمة t التي بالنسبة لها مساحة المثلّث ABC هي أكبر ما يمكن.

صيف 2014 موعد أ

طول حائط شكله مستطيل هو 16 مترًا،
وارتفاع الحائط 10 أمتار.
يريدون تغطية قسم من الحائط بالكرميكا.القسم الذي يريدون تغطيته يشمل :

- مربّعين متطابقين في زاويتَي المستطيل
- مثلّثًا متساوي الساقين قاعدته موازية لضلع المستطيل

(المساحات الرماديّة في الرسم).



ارمز بِـ x إلى طول ضلع المربّع، وأجب عن البنود "أ" – "ج".

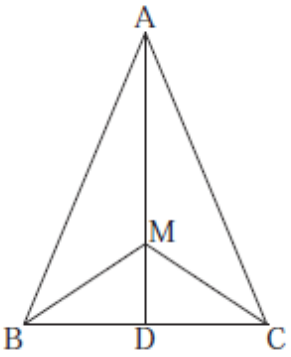
أ. عبّر بدلالة x عن الارتفاع على قاعدة المثلّث المتساوي الساقين.

www.xmath.online

ب. ماذا يجب أن يكون x، حتّى يكون مجموع المساحات التي يريدون تغطيتها بالكرميكا أصغر ما يمكن ؟

ج. بالنسبة لِـ x الذي وجدته في البند " ب "، احسب النسبة المئويّة من مساحة الحائط، التي تشكّل القسم الذي يريدون تغطيته بالكرميكا.

شتاء 2014



معطى المثلث المتساوي الساقين ABC (AB=AC) الذي فيه طول الارتفاع AD على القاعدة BC هو 12سم، وطول القاعدة BC هو 10سم
M هي نقطة ما على الارتفاع AD نرمز: MD= x

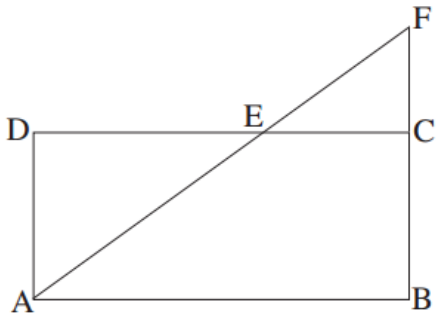
أ. جد بالنسبة لأية قيمة لِ x يكون مجموع القطع AM + MB + MC أصغر ما يمكن. بإمكانك إبقاء جذر في إجابتك

ب. احسب مقدار الزاوية BMC بالنسبة لقيمة x التي وجدتها في البند "أ".

www.xmath.online

صيف 2013 موعد ب

معطى المستطيل $ABCD$ الذي طولا ضلعيه هما: $AB=9, AD=4$ النقطة E تقع على الضلع CD (بين C و D)امتداد AE يقطع امتداد BC في النقطة F (انظر الرسم).



أ.برهن أن: $\triangle ADE \sim \triangle FCE$.

ب.ارمز $DE=x$, وجد ماذا يجب أن يكون طول DE حتى يكون مجموع مساحتي المثلثين ADE و FCE أصغر ما يمكن.

بإمكانك ابقاء الجذر في اجابتك.

شتاء 2013

أ. من بين جميع المستطيلات التي مساحتها k سم مربع، عبر بدلالة k عن أضلاع المستطيل الذي محيطه أصغر ما يمكن.

ب. معطى أن قطر الدائرة التي تحصر المستطيل الذي محيطه أصغر ما يمكن، هو 8 سم.
جد قيمة k.

صيف 2012 موعد ب

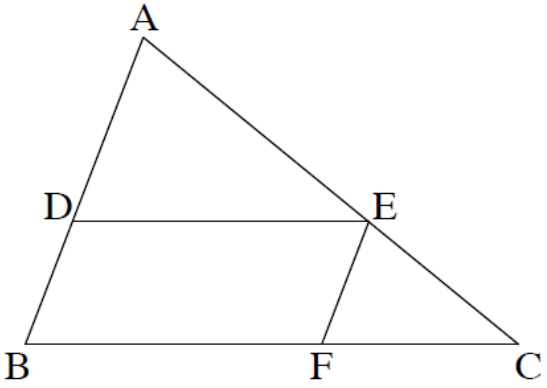
معطى متوازي الأضلاع DEFB الذي طولا ضلعيه هما: BD=40سم , DE=90سم
النقطة A تقع على امتداد الضلع BD والنقطة C تقع على امتداد الضلع BF بحيث يمر المستقيم AC عبر النقطة E (أنظر الرسم).

www.xmath.online

أ. نرمز: AD=x. استعن بتشابه المثلثات، وعبر بدلالة x عن طول القطعة FC.

ب. جد x الذي يكون بالنسبة له مجموع الضلعين AB وBC هو أقل ما يمكن.

ج. جد أقل مجموع ممكن للضلعين AB وBC.



صيف 2012 موعد أ

تسافر شاحنة 100 كم بسرعة ثابتة مقدارها x كم /الساعة .

أ. عبر بدلالة x عن عدد ساعات سفر الشاحنة. تكلفة سفر الشاحنة هي دالة لسرعتها.

تكلفة ساعة السفر الواحدة بسرعة X هي ($16+\frac{x^2}{400}$) شيقل.

ب.(1) ماذا يجب أن تكون قيمة x حتى تكون تكلفة سفر الشاحنة اقل ما يمكن ؟

(2) احسب اقل تكلفة ممكنة للسفر.

www.xmath.online

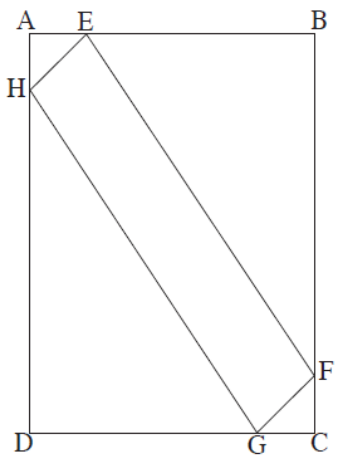
شتاء 2012

مجموع الضلعيين القائمين في مثلث قائم الزاوية هو 20 سم.

أ. من بين جميع المثلثات التي تحقق هذا الشرط، جد طولي الضلعين القائمين في المثلث الذي فيه طول المستقيم المتوسط للوتر هو أصغر ما يمكن.

ب.جد طولي المستقيمين المتوسطين للضلعين القائمين في المثلث الذي وجدت ضلعيه القائمين في البند أ.

صيف 2011 موعد أ



في المستطيل ABCD طول الضلع AD هو 10 سم,

وطول الضلع AB هو a سم.

النقاط E , F , G ,H موجودة على الأضلاع

المستطيل بحيث AE=AH=CF=CG=x.

(أنظر الرسم).

أ. (1) عبر بدلالة a وx عن مجموع مساحة المثلث

BEF و مساحة المثلث AEH.

www.xmath.online

(2) عبر بدلالة a عن قيمة x التي بالنسبة لها مساحة الشكل الرباعي EFGH هي أكبر ما يمكن.

ب. عندما تكون مساحة الشكل الرباعي EFGH أكبر ما يمكن، طول القطعة DH هو 6 سم. جد قيمة a.

شتاء 2010

معطاة الدالة $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-1}}$

أ. جد مجال التعريف للدالة.

ب. جد على الرسم البياني للدالة f(x) نقطة، حاصل ضرب إحداثيها الـ x بإحداثيها الـ y هو أصغر ما يمكن.

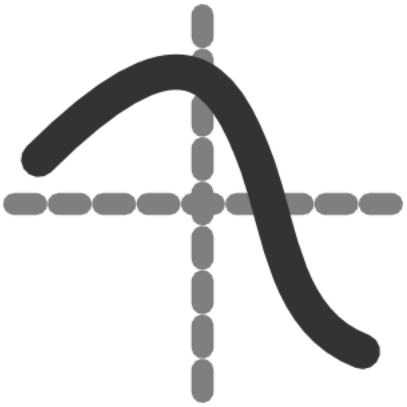
ج. معطاة الدالة $g(x)=\frac{x}{\sqrt{x-1}}$

استعن بإجابتيك عن البند " أ " وعن البند " ب ", وارسم رسما تخطيطيا للرسم البياني للدالة g(x).

www.xmath.online

www.xmath.online

إجابات تمارين



المسائل القصوى

www.xmath.online

صيف 2017 موعد ب

أ. احداثيات A, B $x^3 - 6x^2 + 9x = 0$

$$x(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$A(0,0)$ $x = 0$ $x^2 - 6x + 9 = 0$

$B(3,0)$ $(x-3)^2 = 0$

$x = 3$

ب. دالة الهدف $S_{\Delta ABC} = \dfrac{AB \cdot h_C}{2}$

$$h_C = y_C = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{3 \cdot (x^3 - 6x^2 + 9x)}{2}$$

www.xmath.online

$$S' = \frac{3(3x^2 - 12x + 9)}{2}$$

$$S' = 0$$

$$\frac{3(3x^2 - 12x + 9)}{2} = 0$$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{36}}{6}$$

$$x_1 = \frac{12+6}{6} = 3$$

$$x_2 = \frac{12-6}{6} = 1$$

وبما أن $x_A < x_C < x_B$

$$\Downarrow$$

$$0 < x_C < 3$$

$$\boxed{x_C = 1}$$

نفحص حسب $S"$

$$S" = \frac{3(6x - 12)}{2}$$

$$S"(1) = \frac{3(6 \cdot 1 - 12)}{2} < 0$$

$$\Downarrow$$

عندما يكون $x_C = 1$ Max

$C(1,4)$ $\quad y_C = 1^3 - 6\cdot 1^2 + 9\cdot 1 = 4$

ج. نفحص $f'(x)$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$
$$f'(1) = 3\cdot 1^2 - 12\cdot 1 + 9 = 0$$

إذا C هي نقطة قصوى.

صيف 2017 موعد أ

www.xmath.online

أ. نرمز بـ $AE = x$.

معطى $AE + BE = 6$ لذلك $BE = 6 - x$

نحسب طول AB حسب فيثاغورس في ΔAEB.

$$(AE)^2 = x^2 + (6-x)^2$$
$$(AE)^2 = x^2 + 36 - 12x + x^2$$
$$(AE)^2 = 2x^2 + 36 - 12x$$
$$(AE) = \sqrt{2x^2 + 36 - 12x}$$

ΔABC قائم ومتساوي الساقين.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB\cdot BC}{2} = \frac{AB\cdot AB}{2} = \frac{1}{2}(AB)^2$$
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(2x^2 + 36 - 12x)$$

$$\boxed{S_{\Delta ABC} = x^2 - 6x + 18}$$

ب. دالة الهدف هي مساحة الشكل الرباعي $AEBC$.

$$S_{AEBC} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta AEB}$$
$$S_{AEBC} = x^2 - 6x - 18 + \frac{x(6-x)}{2}$$
$$S_{AEBC} = x^2 - 6x + 18 + 3x - 0.5x^2$$

$$\boxed{S_{AEBC} = 0.5x^2 - 3x + 18}$$

$$\boxed{(S_{AEBC})' = x - 3}$$

$$x - 3 = 0$$
$$x = 3$$
$$(S_{AEBC})'' = 1 > 0 \rightarrow Min$$

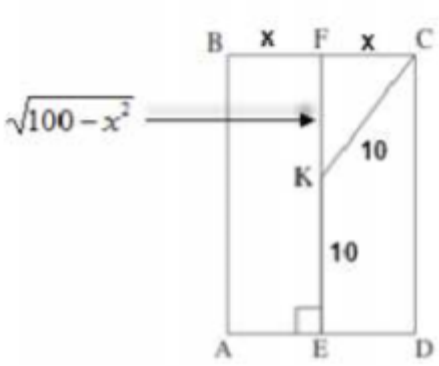
عندما يكون $x = 3$ ، تكون مساحة $AEBC$ أصغر ما يمكن.

www.xmath.online

شتاء 2017

أ. نرمز $FC = x$

نحسب FK حسب فيثاغورس في ΔFKC.



$$(KC)^2 + x^2 = 10^2$$
$$(KC)^2 = 100 - x^2$$
$$KC = \sqrt{100 - x^2}$$

ب. طول BC :

$BC = 2x$ لأن F منصف BC.

$FE = 10 + \sqrt{100 - x^2}$ ، $CD = 10 + \sqrt{100 - x^2}$ (لأن $FCDE$ مستطيل).

$$P = 2 \cdot 2x + 2 \cdot (10 + \sqrt{100 - x^2}$$

$$\boxed{P = 4x + 20 + 2\sqrt{100 - x^2}}$$

$$P' = 4 - \frac{2 \cdot 2x}{2\sqrt{100 - x^2}}$$

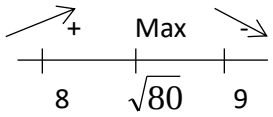
$$\boxed{P' = \frac{4\sqrt{100 - x^2} - 2x}{\sqrt{100 - x^2}}}$$

$$0 = 4\sqrt{100 - x^2} - 2x$$
$$x = 2\sqrt{100 - x^2} \quad ()^2$$
$$x^2 = 4(100 - x^2)$$
$$5x^2 = 400$$
$$x^2 = 80$$

$$\boxed{x = \sqrt{80}}$$

www.xmath.online

$$\left.\begin{aligned} P'(8) &= \frac{4\sqrt{100 - 8^2} - 2 \cdot 8}{+} = \frac{8}{+} > 0 \\ P'(9) &= \frac{4\sqrt{100 - 9^2} - 2 \cdot 9}{+} = \frac{-0.56}{+} < 0 \end{aligned}\right\} x = \sqrt{80} \ \ Max$$



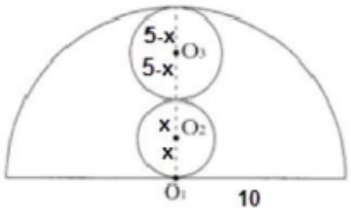
طول BC عندما يكون محيط $ABCD$ أكبر ما يمكن $BC = 2\sqrt{80}$.

صيف 2016 موعد أ

أ. نرمز بـ x لنصف قطر الدائرة $O_2 \Leftarrow$ طول قطر O_2 هو $2x$

وبما أن نصف قطر الدائرة الكبيرة 10 ، يكون طول قطر الدائرة $O_1 : 10 - 2x$

نصف قطر الدائرة $O_1 : 5 - x$



دالة الهدف (مجموع مساحتي الدائرتين)

$$S = x^2 + (5-x)^2$$
$$S = (x^2 + (5-x)^2)$$
$$S = (x^2 + 25 - 10x + x^2)$$

$$\boxed{S = (2x^2 + 25 - 10x)}$$

www.xmath.online

(حسب المشتقة الثانية)

$$0 = 4x - 10$$
$$x = 2.5$$
$$S'' = 4 > 0 \rightarrow x = 2.5 \ , Min$$
$$r_{O_2} = 2.5 \rightarrow r_{O_2} = 5 - 2.5 = 2.4$$

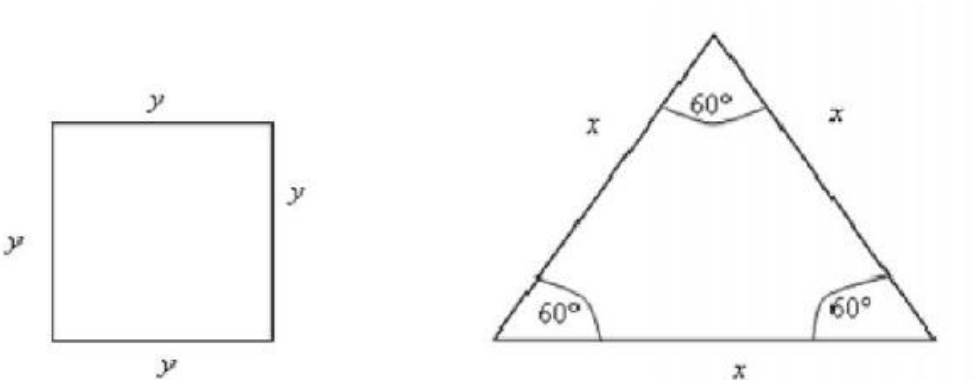
ب. عندما يكون $x = 2.5$ يكون محيط الدائرتين

$$P_1 = 2 \cdot \pi \cdot (2.5) = 5\pi$$
$$P_1 = 2\pi(2.5) = 5\pi$$

ومجموع المحيطين 10π

شتاء 2016

أ. نرمز بـ x لطول ضلع مثلث، y طول ضلع مربع.



www.xmath.online

حسب المعطى أن مجموع محيطي الشكلين يساوي 9

$$3x + 4y = 9$$
$$4y = 9 - 3x$$
$$y = 2.25 - 0.75x$$

ب. (1) مساحة المثلث $\frac{x \cdot x \cdot \sin 60}{2} = 0.433x^2$

مساحة المربع $(2.25 - 0.75x)^2 = 5.0625 - 3.375x + 0.5625x^2$

(2) دالة الهدف مجموع مساحتي المربع والمثلث أقل ما يمكن.

$$S = 5.0625 - 3.375x + 0.5625x^2 + 0.433x^2$$

$$\boxed{S = 5.0625 - 3.375x + 0.9955x^2}$$

$$\boxed{S' = -3.375 + 1.0991x}$$

$$0 = -3.375 + 1.991x$$
$$1.991x = 3.375$$

$$\boxed{x = 1.695}$$

$$S'' = 1.991 > 0 \rightarrow Min$$

ج. حسب $x = 1.695$ محيط المثلث $1.695 \cdot 3 = 5.085$، ومحيط المربع

$$(32.25 - 0.75 \cdot 1.695) \cdot 4 = 3.915$$

⇐محيط المربع أكبر.

صيف 2015 موعد ب

www.xmath.online

أ. نرمز بـ t لإحداثي y للنقطة B

$$t = \sqrt{2x-4}$$
$$t^2 = 2x - 4$$
$$t^2 +' = 2x$$
$$0.5t^2 + 2 = x$$

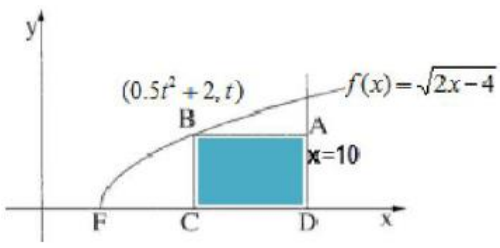
تكون احداثيات B :

$$B(0.5t^2 + 2, t)$$

طول AB : $x_A - x_B = 10 - (0.5t^2 + 2) = 8 - 0.5t^2$

دالة المساحة (دالة الهدف).

$$S(t) = t(8 - 0.5t^2)$$



$$\boxed{S(t) = 8t - 0.5t^3}$$

$$\boxed{S'(t)=8-1.5t^2}$$

$$8-1.5t^2=0$$

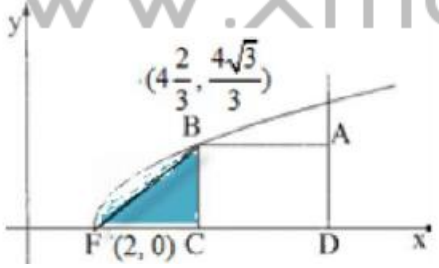
$$t^2=\frac{8}{1.5}\rightarrow t=\frac{4\sqrt{3}}{3}\approx 2.31$$

$$S''(t)=-3t<0\leftarrow(t>0)\rightarrow Max$$

$$x_B=0.5\cdot\frac{8}{1.5}+2=4\frac{2}{3}\rightarrow\boxed{B(4\frac{2}{3},\frac{4\sqrt{3}}{3})}$$

تكون المساحة أكبر ما يمكن.

www.xmath.online



ب. بما أن الدالة $f(x)$ تقطع محور x في النقطة

$y_F=0$ إذا F

$$\sqrt{2x-4}=0$$

$$x=2$$

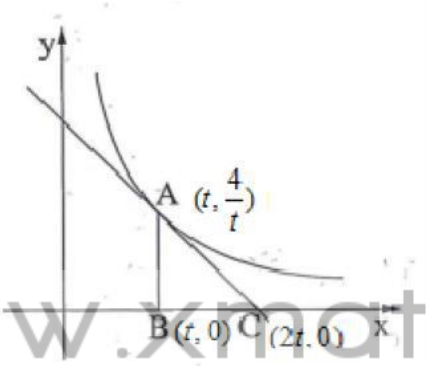
$$F(2,0)$$

$$S_{\Delta BFC}=\frac{FC\cdot BC}{2}=\frac{(4\frac{2}{3}-2)\cdot(\frac{4\sqrt{3}}{3}-0)}{5}=\frac{16\sqrt{3}}{9}\approx 3.079$$

شتاء 2015

أ. (1) احداثيات A هي $(t,\frac{4}{t})$

الميل $f'(t)$



$$f'(x)=-\frac{4}{x^2}$$

$$m(t)=f'(t)=-\frac{4}{t^2}$$

(2) معادلة المماس:

www.xmath.online

$$y-\frac{4}{t}=-\frac{4}{t^2}(x-t)$$

$$y-\frac{4}{t}=-\frac{4}{t^2}x+\frac{4}{t}$$

$$\boxed{y=-\frac{4}{t^2}x+\frac{8}{t}}$$

(3) نحسب تقاطع المماس مع محور x

$$0=--\frac{4}{t^2}x+\frac{8}{t}\rightarrow 0=-4x+8t\rightarrow x=2t\rightarrow C(2t,0)$$

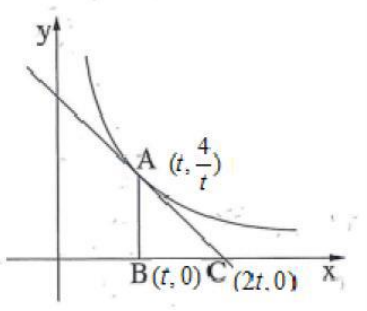
طول BC : $BC=x_C-x_B=2t-t=t$

ب. $AB=y_A-y_B=\frac{4}{t}-0=\frac{y}{t}$

دالة الهدف : $g(t)=AB+BC$

$$\boxed{g(t)=t+\frac{4}{t}}$$

لإيجاد النقاط القصوى:



$$g'(t)=1-\frac{4}{t^2}$$

$$g'(t)=\frac{t^2-4}{t^2}$$

$$0=\frac{t^2-4}{t^2}$$

$$0=t^2-4\rightarrow t^2=4\rightarrow t=\pm 2$$

$t=-2$ ملغى لأن A في الربع الأول

$$g'(t)=1^2-4=-3<0$$

$$g'(3)=3^2-4=5>0$$

www.xmath.online

0		2		x
	-		+	y'
	↘	Min	↗	

تكون قيمة $AB+BC$ أصغر ما يمكن عندما يكون $t=2$

صيف 2014 موعد ب

أ. على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في الربع الأوّل،

لذلك إحداثيّات A هي: $A(t,-t^2+9)$

AC يوازي المحور x ، لذلك: $y_A=y_C$

و القطع المكافئ متماثل بالنسبة للمحور y ، لذلك: $x_A=-x_C$

من هنا إحداثيّات النقطة C هي: $C(-t,-t^2+9)$

B على الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في الربع الأوّل

بحيث AB يوازي المحور x ، لذلك: $x_A = x_B = t$

نعوّض $x_B = t$ في الدالّة $g(x)$ و ينتج: $y_B = (t-3)^2$

لذلك إحداثيّات النقطة B هي: $B(t,(t-3)^2)$

ب. مساحة المثلّث ABC الذي فيه $AC \perp AB$ هي $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB$

www.xmath.online

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(x_A - x_C) \cdot (y_A - y_B)$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(t-(-t)) \cdot (-t^2+9-(t-3)^2)$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta ABC} = -2t^3 + 6t^2 = S(t)$$

$$\Downarrow$$

$$S'(t) = -6t^2 + 12t$$

$$S'(t) = 0 \Rightarrow 6t(2-t) = 0$$

$$\Downarrow$$

A في الربع الأوّل، لذلك $t \neq 0$ ، و لذلك: $t = 2$

فحص نهاية عظمى $S''(t) = -12t + 12$

$$\Downarrow$$

$$S''(2) = -12 \cdot 2 + 12 < 0$$

$$\Downarrow$$

نهاية عظمى في $t = 2$

صيف 2014 موعد أ

أ. الارتفاع على القاعدة في المثلث المتساوي الساقين هو : $10-x$, $0<x<10$

ب. مساحة كل واحد من المربعين هي: $S_{\square}=x^2$

طول القاعدة في المثلث المتساوي الساقين هو: $(16-2x)$, $0<x<8$

مساحة المثلث المتساوي الساقين هي: $S_{\Delta}=\frac{(16-2x)\cdot(10-x)}{2}$

مجموع المساحات التي يريدون تغطيتها بالكرميكا هو

مربعان متطابقان و مثلث،

www.xmath.online

لذلك مجموع المساحات هو: $S(x)=2x^2+\frac{(16-2x)(10-x)}{2}$

مشتقة $S(x)$ هي :

$$0<x<8\ ,\ S(x)=3x^2-18x+80$$
$$S'(x)=6x-18$$

إشارة المشتقة

x	2	3	4
$S'(x)$	-	**0**	+
$S(x)$	↘	نقطة نهاية صغرى	↗

$\Downarrow$

مجموع المساحات هو أصغر ما يمكن بالنسبة لـ: أمتار $x=3$

ج. مساحة كل الحائط هي: $160-10\cdot 16$ م^2

بالنسبة لـ $x=3$ مجموع المساحات

التي يريدون تغطيتها بالكرميكا هو: $S(3)=3\cdot 3^2-18\cdot 3+80=53$

$$\frac{53}{160}\cdot 100\approx 33.125\%$$

المساحة التي يريدون تغطيتها بالكرميكا

هي 33.125% من مساحة الحائط

www.xmath.online

شتاء 2014

أ. من المعطيات ينتج: $BD=\frac{1}{2}BC=5$

في المثلث القائم الزاوية BDM يتحقق: $MB^2=MD^2+BD^2=x^2+5^2$

$\Downarrow$

$MB=\sqrt{x^2+5^2}$

MD هو ارتفاع ومستقيم متوسط في المثلث BMC, لذلك: $MC=MB$

$AM=AD-MD$

$\Downarrow$

$AM=12-x$

نرمز: $S(x)=AM+MB+MC$

وينتج أن مجموع القطع هو: $S(x)=12-x+2\sqrt{x^2+5^2}$

$\Downarrow$

$$S'(x) = -1 + \frac{2(2x)}{2\sqrt{x^2+5^2}} = \frac{2x-\sqrt{x^2+25}}{\sqrt{x^2+25}}$$

$$S'(x)=0 \Rightarrow 2x - \sqrt{x^2+25} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$(2x)^2 = x^2 + 25 \ , \ x > 0$$

$$\Downarrow$$

مجموع القطع هو أصغر ما يمكن بالنسبة لِـ: $x = \frac{5}{\sqrt{3}}$

فحص نهاية صغرى:

www.xmath.online

x	2	$\frac{5}{\sqrt{3}}$	3
$f'(x)$	-0.257	0	0.029
$f(x)$	↘		↗

ب. في المثلث القائم الزاوية BDM يتحقق: $tg(\frac{1}{2} \measuredangle BMC) = \frac{BM}{MD}$

وجدنا في البند "أ" أن: $BD = 5 \ , \ MD = \frac{5}{\sqrt{3}}$

$$\Downarrow$$

$$tg(\frac{1}{2} \measuredangle BMC) = \frac{\frac{5}{5}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\Downarrow$$

$$\measuredangle BMC = 120°$$

صيف 2013 موعد ب

أ . $\sphericalangle DEA = \sphericalangle FEC$, بالتقابل بالرأس

$$\sphericalangle EDA = \sphericalangle FCE = 90^\circ$$

اذاً حسب ز.ز $\triangle ADE \sim \triangle FCE$

ب.

من التشابه في الفرع أ:

وبما أن $DE = x$ فإن $EC = 9 - x$

www.xmath.online

$$\frac{AD}{FC} = \frac{DE}{EC}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{4}{FC} = \frac{x}{9-x}$$

ينتج: $FC = \frac{4(9-x)}{x}$

نعبر عن مساحة المثلث ADE :

$$S_{\triangle ADE} = \frac{DE \cdot AD}{2} = \frac{4x}{2} = 2x$$

نعبر عن مساحة المثلث FCE :

$$S_{\triangle FCE} = \frac{FC \cdot EC}{2} = \frac{\frac{4(9-x)}{x} \cdot (9-x)}{2} = \frac{162 - 36x + 2x^2}{x}$$

$$f(x) = S_{VADE} + S_{VFCE}$$

$$\Downarrow$$

المجموع:

$$f(x) = 2x + \frac{162 - 36x + 2x^2}{x}$$

$$\Downarrow$$

$$f(x) = \frac{162 - 36x + 4x^2}{x}$$

$$\Downarrow$$

$$f(x) = \frac{162}{x} - 36 + 4x$$

www.xmath online

نبحث عن القيمة الصغرى عن طريق المشتقة:

$$f'(x) = \frac{-162}{x^2} + 4$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{-162}{x^2} + 4 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 = \frac{81}{2}, \sqrt{\ }$$

$$\Downarrow$$

$$x_{1,2} = \pm\frac{9}{\sqrt{2}}$$

الجواب السالب ملغي لأنه طول ضلع في مستطيل.

نفحص إذا كانت $x = \frac{9}{\sqrt{2}}$ نقطة نهاية صغرى باستخدام المشتقة الثانية

$$f''(x)=\frac{324}{x^3}$$
$$\Downarrow$$
$$f''\left(\frac{9}{\sqrt{2}}\right)=\frac{324}{\left(\frac{9}{\sqrt{2}}\right)^3}>0$$

إذا النقطة $x=\frac{9}{\sqrt{2}}$ هي نقطة نهاية صغرى.

شتاء 2013

www.xmath.online

أ.نفرض أحد أضلاع المستطيل x

فيكون الثاني $\frac{k}{x}$

دالة المحيط:

$$f(x)=2x+\frac{2k}{x}$$

$$f'(x)=2-\frac{2k}{x^2}$$
$$f'(x)=0$$
$$\Downarrow$$
$$2-\frac{2k}{x^2}=0$$
$$\Downarrow$$
$$2=\frac{2k}{x^2}$$
$$\Downarrow$$
$$x^2=k$$
$$x=+\sqrt{k}$$
$$x=-\sqrt{k}$$

نستثني $-\sqrt{k}$ لأن الطول يجب أن يكون موجباً.

باستخدام المشتقة الثانية:

$$f''(x)=\frac{4k}{x^3}$$

$$f''(\sqrt{k})=\frac{4k}{(\sqrt{k})^3}>0 \quad \Leftarrow \quad \text{الأضلاع التي تحقق محيط أصغر ما يمكن هي: } \sqrt{k},\sqrt{k}$$

$$\Downarrow$$

$$MIN$$

ب.المستطيل الذي أضلاعه $\sqrt{k},\sqrt{k}$ ومساحته K هو مربع.

قطر الدائرة التي تحصر المربع هو قطر المربع (لأن الزاوية المحيطية القائمة تقابل قطر الدائرة)

www.xmath.online

اعتماداً على المثلث الفضي الذي نسب أضلاعه: $1:1:\sqrt{2}$

$$8=\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}$$
$$64=2k$$
$$32=k$$

صيف 2012 موعد ب

أ.نشابه المثلثين: $\triangle ABC, \triangle EFC$

$$\frac{FC}{BC}=\frac{EF}{AB}\Rightarrow\frac{FC}{FC+90}=\frac{40}{40+x}$$
$$FC(40+x)=40(FC+90)$$
$$40FC+x\cdot FC=40FC+3600$$
$$FC=\frac{3600}{x}$$

www.xmath.online

ب.دالة المجموع: $f(x)=AB+BC$

$$AB=40+x \quad , \quad f(x)=40+x+90+\frac{3600}{x}$$
$$BC=90+\frac{3600}{x} \quad , \quad f(x)=x+\frac{3600}{x}+130$$

$$f'(x)=1-\frac{3600}{x^2}$$
$$f'(x)=0$$
$$\Downarrow$$
$$-1+\frac{3600}{x^2}=0$$
$$\frac{3600}{x^2}=1$$
$$x^2=3600$$
$$x=\pm 60$$
$$x=60$$
$$x=-60$$

الجواب $x=-60$ يستثنى لأنه سالب والطول موجب.

باستخدام المشتقة الثانية:

$$f''(x)=\frac{7200}{x^3}$$
$$\Downarrow$$
$$f''(60)>0$$
$$\Downarrow$$
$$x=60\Rightarrow MIN$$

ج. $f(60)=60+\frac{3600}{60}+130=250$

www.xmath.online

صيف 2012 موعد أ

أ. $T=\frac{X}{V}=\frac{100}{x}$

ب.(1)

$$f(x)=\frac{100}{x}\cdot(16+\frac{x^2}{400})$$
$$f(x)=\frac{1600}{x}+\frac{x}{4}$$
$$\Downarrow$$
$$f'(x)=\frac{-1600}{x^2}+\frac{1}{4}$$
$$f'(x)=0$$
$$\frac{-1600}{x^2}+\frac{1}{4}=0$$
$$\frac{1}{4}=\frac{1600}{x^2}$$
$$x^2=6400$$
$$x=\pm 80$$
$$x=80, x=-80$$

$x=-80$ ملغي لانه سالب

نفحص باستخدام المشتقة الثانية:

$$f''(x) = \frac{3200}{x^3}$$
$$f''(80) > 0$$

إذا $x = 80$ نهاية صغري أي هي اقل سرعة تكون عندها التكلفة اقل ما يمكن.

$$f(80) = \frac{100}{80}(16 + \frac{80^2}{400}) = 40 \quad (2)$$

شتاء 2012

www.xmath.online

أ. طول المستقيم المتوسط $= f(x)$

طول المستقيم المتوسط للوتر في مثلث قائم الزاوية يساوي نصف الوتر.

$$\Downarrow$$

نجد طول الوتر

$$z^2 = x^2 + (20 - x)^2$$

نرمز ب z للوتر $\quad z^2 = x^2 + 400 - 40x + x^2$

$$z = \sqrt{2x^2 - 40x + 400}$$

$$\Downarrow$$

$$f(x)=\frac{z}{2}=\frac{\sqrt{2x^2-40x+400}}{2}$$

$$f'(x)=\frac{(4x-40)}{2\cdot 2\sqrt{2x^2-40x+400}}=\frac{(4x-40)}{4\sqrt{2x^2-40x+400}}$$

$$f'(x)=0$$

$$\frac{(4x-40)}{4\sqrt{2x^2-40x+400}}=0$$

$$4x-40=0$$

$$x=10$$

$f'(x)$	-	**0**	+
x	**1**	**10**	**11**
$f(x)$	تنازل	min	تصاعد

www.xmath.online

$$x=10\rightarrow \min$$

أطوال الأضلاع: 10 , 10

ب. في كلتا الحالتين ينتج مثلث اطوال اضاعه القائمة: 10,5

(لأن الضلعان متساويان)

فعلينا حساب الوتر لهذا المثلث

$$y^2=5^2+10^2$$

$$y^2=125\,|\sqrt{\ }$$

$$y=11.18$$

صيف 2011 موعد أ

أ. (1)بما أن

$$BC = AD = 10$$

$$AB = a \quad \Downarrow$$

$$BE = a - x \quad BF = 10 - x$$

,

$$\Downarrow$$

$$S_{\triangle AEH} + S_{\triangle BEF} = \frac{x \cdot x}{2} + \frac{(a-x)\cdot(10-x)}{2}$$

$$S_{\triangle AEH} + S_{\triangle BEF} = \frac{x^2 + 10a - ax - 10x + x^2}{2}$$

$$S_{\triangle AEH} + S_{\triangle BEF} = \frac{2x^2 - ax - 10x + 10a}{2}$$

www.xmath.online

(2) وبما أن

$$\triangle BEF \cong \triangle DGH, \triangle AEH \cong \triangle CGF$$

$$\Downarrow$$

$$S_{EFGH} = f(x) = 10 \cdot a - 2\frac{2x^2 - ax - 10x + 10a}{2}$$

$$f(x) = 10a - 2x^2 + ax + 10x - 10a$$

$$f(x) = -2x^2 + ax + 10x$$

نحسب النقطة الحرجة:

$$f'(x) = -4x + a + 10$$

$$f'(x) = 0$$

$$-4x + a + 10 = 0$$

$$4x = a + 10$$

$$x = 0.25a + 2.5$$

باستخدام المشتقة الثانية:

$$f''(x) = -4$$
$$f''(0.25a + 2.5) = -4 < 0$$
$$\Downarrow$$
$x = 0.25a + 2.5$ نهاية عظمى

ج.

$$DH = 6$$
$$\Downarrow$$
$x = 10 - 6 = 4$ عندما تكون S_{EFGH} أكبر ما يمكن

www.xmath.online

إذا:

$$4 = 0.25a + 2.5$$
$$\Downarrow$$
$$a = 6$$

شتاء 2010

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

أ. مجال التعريف: $x-1>0$

$x>1$

ب.

$$g(x)=x\cdot\frac{1}{\sqrt{x-1}}=\frac{x}{\sqrt{x-1}}$$

$$g'(x)=\frac{1\cdot\sqrt{x-1}-x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x-1}}}{(x-1)}$$

www.xmath.online

$$g'(x)=\frac{\sqrt{x-1}-\frac{x}{2\sqrt{x-1}}}{(x-1)}$$

$$g'(x)=0$$

$$\frac{\sqrt{x-1}-\frac{x}{2\sqrt{x-1}}}{(x-1)}=0$$

$$\sqrt{x-1}=\frac{x}{2\sqrt{x-1}}$$

$$2(x-1)=x$$

$$2x-2=x$$

$$x=2$$

$f'(x)$	-	0	+
x	1.9	2	2.1
$f(x)$	تنازل	min	تصاعد

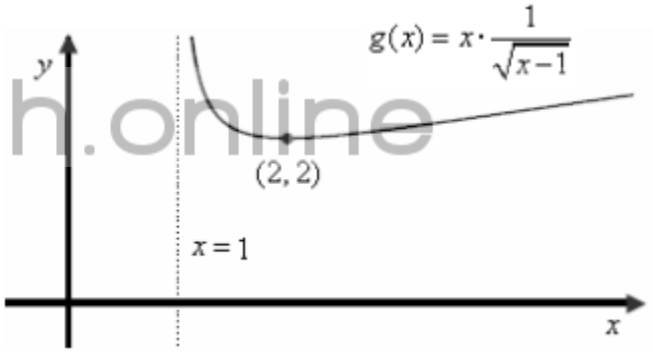
في $x=2$ حاصل ضرب احداثي x ل $f(x)$ باحداثي y ل $f(x)$ أصغر ما يمكن.

$$f(2)=1$$

$(2,1)$

ج. نقطة النهاية الصغرى ل $g(x)=\frac{x}{\sqrt{x-1}}$ هي:

$$x=2$$
$$\Downarrow$$
$$g(2)=\frac{2}{\sqrt{2-1}}=2$$
$$(2,2)$$



www.xmath.online

محتويات الكتاب

الجزء الأول : المسائل الكلامية

الأسئلة :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء الأول : المسائل الكلامية

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء الثاني : الهندسة التحليلية

الأسئلة :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء الثاني : الهندسة التحليلية

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء الثالث : الاحتمال

الأسئلة :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء الثالث : الاحتمال

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء الرابع : الهندسة المستوية

الأسئلة :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء الرابع : الهندسة المستوية

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء الخامس : حساب المثلثات

الأسئلة :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء الخامس : حساب المثلثات

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء السادس : التفاضل وبحث الدوال

الأسئلة :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء السادس : التفاضل وبحث الدوال

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء السابع : التكامل

الأسئلة :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء السابع : التكامل

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء الثامن : المسائل القصوى

الأسئلة :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online

الجزء الثامن : المسائل القصوى

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	
2	صيف 2017 موعد أ	
3	شتاء 2017	
4	صيف 2016 موعد ب	
5	صيف 2016 موعد أ	
6	شتاء 2016	
7	صيف 2015 موعد ب	
8	صيف 2015 موعد أ	
9	شتاء 2015	
10	صيف 2014 موعد ب	
11	صيف 2014 موعد أ	
12	شتاء 2014	
13	صيف 2013 موعد ب	
14	صيف 2013 موعد أ	
15	شتاء 2013	
16	صيف 2012 موعد ب	
17	صيف 2012 موعد أ	
18	شتاء 2012	
19	صيف 2011 موعد ب	
20	صيف 2011 موعد أ	
21	شتاء 2011	
22	صيف 2010 موعد ب	
23	صيف 2010 موعد أ	
24	شتاء 2010	

www.xmath.online