المساعد العربي في بجروت

الرياضيات

نموذج 35803

تأليف : هلال الهندي

إصدار مجموعة X-Math

الطبعة الأولى 2018

محتويات الكتاب

الجزء الأول : المسائل الكلامية

الأسئلة :

الجزء الأول : المسائل الكلامية

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	28
2	صيف 2017 موعد أ	29
3	شتاء 2017	30
4	صيف 2016 موعد ب	31
5	صيف 2016 موعد أ	32
6	شتاء 2016	33
7	صيف 2015 موعد ب	33
8	صيف 2015 موعد أ	34
9	شتاء 2015	35
10	صيف 2014 موعد ب	36
11	صيف 2014 موعد أ	37
12	شتاء 2014	38
13	صيف 2013 موعد ب	39
14	صيف 2013 موعد أ	40
15	شتاء 2013	41
16	صيف 2012 موعد ب	43
17	صيف 2012 موعد أ	44
18	شتاء 2012	45
19	صيف 2011 موعد ب	46 سؤالين
20	صيف 2011 موعد أ	48
21	شتاء 2011	49
22	صيف 2010 موعد ب	49
23	صيف 2010 موعد أ	50
24	شتاء 2010	50

الجزء الثاني : الهندسة التحليلية

الأسئلة :

ملاحظة : في هذا الفصل، يوجد سؤالين في كل سنة

الجزء الثاني : الهندسة التحليلية

الإجابات :

ملاحظة : في هذا الفصل، يوجد سؤالين في كل سنة

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	78
2	صيف 2017 موعد أ	80
3	شتاء 2017	82
4	صيف 2016 موعد ب	84
5	صيف 2016 موعد أ	86
6	شتاء 2016	87
7	صيف 2015 موعد ب	89
8	صيف 2015 موعد أ	92
9	شتاء 2015	95
10	صيف 2014 موعد ب	98
11	صيف 2014 موعد أ	103
12	شتاء 2014	106
13	صيف 2013 موعد ب	109
14	صيف 2013 موعد أ	113
15	شتاء 2013	117
16	صيف 2012 موعد ب	120
17	صيف 2012 موعد أ	124
18	شتاء 2012	127
19	صيف 2011 موعد ب	130
20	صيف 2011 موعد أ	132
21	شتاء 2011	134
22	صيف 2010 موعد ب	137
23	صيف 2010 موعد أ	140
24	شتاء 2010	144

الجزء الثالث : التفاضل وبحث دوال

الأسئلة :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	150
2	صيف 2017 موعد أ	150
3	شتاء 2017	151
4	صيف 2016 موعد ب	151
5	صيف 2016 موعد أ	152
6	شتاء 2016	152
7	صيف 2015 موعد ب	153
8	صيف 2015 موعد أ	153
9	شتاء 2015	154
10	صيف 2014 موعد ب	154
11	صيف 2014 موعد أ	155
12	شتاء 2014	155
13	صيف 2013 موعد ب	156
14	صيف 2013 موعد أ	156
15	شتاء 2013	157
16	صيف 2012 موعد ب	157
17	صيف 2012 موعد أ	158
18	شتاء 2012	158
19	صيف 2011 موعد ب	159
20	صيف 2011 موعد أ	159 مع تكامل
21	شتاء 2011	160
22	صيف 2010 موعد ب	160
23	صيف 2010 موعد أ	162
24	شتاء 2010	162

الجزء الثالث : التفاضل وبحث دوال

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	164
2	صيف 2017 موعد أ	165
3	شتاء 2017	166
4	صيف 2016 موعد ب	167
5	صيف 2016 موعد أ	168
6	شتاء 2016	169
7	صيف 2015 موعد ب	170
8	صيف 2015 موعد أ	171
9	شتاء 2015	172
10	صيف 2014 موعد ب	173
11	صيف 2014 موعد أ	175
12	شتاء 2014	177
13	صيف 2013 موعد ب	178
14	صيف 2013 موعد أ	180
15	شتاء 2013	182
16	صيف 2012 موعد ب	183
17	صيف 2012 موعد أ	185
18	شتاء 2012	187
19	صيف 2011 موعد ب	189
20	صيف 2011 موعد أ	190
21	شتاء 2011	191
22	صيف 2010 موعد ب	193
23	صيف 2010 موعد أ	195
24	شتاء 2010	196

الجزء الرابع : التكامل

الأسئلة :

الجزء الرابع : التكامل

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	214
2	صيف 2017 موعد أ	215
3	شتاء 2017	216
4	صيف 2016 موعد ب	218
5	صيف 2016 موعد أ	219
6	شتاء 2016	220
7	صيف 2015 موعد ب	221
8	صيف 2015 موعد أ	222
9	شتاء 2015	223
10	صيف 2014 موعد ب	224
11	صيف 2014 موعد أ	224
12	شتاء 2014	225
13	صيف 2013 موعد ب	226
14	صيف 2013 موعد أ	227
15	شتاء 2013	228
16	صيف 2012 موعد ب	229
17	صيف 2012 موعد أ	230
18	شتاء 2012	231
19	صيف 2011 موعد ب	232
20	صيف 2011 موعد أ	233
21	شتاء 2011	234
22	صيف 2010 موعد ب	235
23	صيف 2010 موعد أ	236
24	شتاء 2010	237

الجزء الخامس : المسائل القصوى

الأسئلة :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	240
2	صيف 2017 موعد أ	240
3	شتاء 2017	241
4	صيف 2016 موعد ب	241
5	صيف 2016 موعد أ	242
6	شتاء 2016	242
7	صيف 2015 موعد ب	243
8	صيف 2015 موعد أ	243
9	شتاء 2015	244
10	صيف 2014 موعد ب	244
11	صيف 2014 موعد أ	245
12	شتاء 2014	245
13	صيف 2013 موعد ب	246
14	صيف 2013 موعد أ	246
15	شتاء 2013	246
16	صيف 2012 موعد ب	246
17	صيف 2012 موعد أ	247
18	شتاء 2012	247
19	صيف 2011 موعد ب	248
20	صيف 2011 موعد أ	248
21	شتاء 2011	249
22	صيف 2010 موعد ب	249
23	صيف 2010 موعد أ	249
24	شتاء 2010	250

الجزء الخامس : المسائل القصوى

الإجابات :

رقم السؤال	سنة الامتحان	رقم الصفحة
1	صيف 2017 موعد ب	252
2	صيف 2017 موعد أ	253
3	شتاء 2017	254
4	صيف 2016 موعد ب	255
5	صيف 2016 موعد أ	256
6	شتاء 2016	257
7	صيف 2015 موعد ب	258
8	صيف 2015 موعد أ	259
9	شتاء 2015	260
10	صيف 2014 موعد ب	261
11	صيف 2014 موعد أ	262
12	شتاء 2014	263
13	صيف 2013 موعد ب	264
14	صيف 2013 موعد أ	265
15	شتاء 2013	266
16	صيف 2012 موعد ب	267
17	صيف 2012 موعد أ	268
18	شتاء 2012	270
19	صيف 2011 موعد ب	271
20	صيف 2011 موعد أ	271
21	شتاء 2011	273
22	صيف 2010 موعد ب	274
23	صيف 2010 موعد أ	275
24	شتاء 2010	276

% الجزء الأول

المسائل الكلامية %

صيف 2017 موعد ب

طلب صاحب بقالة علب بوظة في شهر تمّوز وفي شهر آب. دفع صاحب البقالة في شهر تمّوز 24 شيكل مقابل كلّ علبة بوظة. في شهر آب ارتفع السعر، ودفع صاحب البقالة 27 شيكل مقابل كلّ علبة بوظة. طلب صاحب البقالة x عُلب بوظة في شهر تمّوز و $2x$ علب بوظة في شهر آب.

دفع صاحب البقالة مبلغًا كلّيًّا قدره 6162 شيكل.

أ. كم علبة طلب صاحب البقالة في شهر تمّوز؟

ب. ما هي النسبة المئويّة التي ارتفع بها سعر علبة البوظة في شهر آب بالمقارنة مع سعرها في شهر تمّوز؟

ج. (1) ما هو المبلغ الكلّيّ الذي دفعه صاحب البقالة مقابل جميع ُعَلب البوظة التي طلبها في شهر آب؟

(2) بكم ضعف كان المبلغ ّ الكليّ الذي دفعه صاحب البقالة مقابل ُعَلب البوظة التي طلبها في شهر آب أكبر من المبلغ ّ الكليّ الذي دفعه مقابل َعُلب البوظة التي طلبها في شهر تمّوز؟

صيف 2017 موعد أ

في محلّ لبيع الدرّاجات الهوائيّة يُباع نوعان من الدرّاجات الهوائيّة : درّاجات هوائيّة عاديّة ودرّاجات هوائيّة جبليّة. سعر الدرّاجة الهوائيّة الجبليّة هو أعلى بِـ 300 شيكل من سعر الدرّاجة الهوائيّة العاديّة. في أعقاب تغيّرات في الأسعار، ارتفع سعر الدرّاجة الهوائيّة الجبليّة بِـ 12% ، بينما انخفض سعرالدرّاجة الهوائيّة العاديّة بِـ 18%.

المبلغ الذي ازداد به سعر الدرّاجة الهوائيّة الجبليّة (بالشواكل) يساوي المبلغ الذي انخفض به سعر الدرّاجة الهوائيّة العاديّة (بالشواكل).

أ. جد سعر الدرّاجة الهوائيّة العاديّة قبل التخفيض.

ب. بعد التغيّرات في الأسعار، بِكم شيكل أصبحت الدرّاجة الهوائيّة الجبليّة أغلى من الدرّاجة الهوائيّة العاديّة؟

شتاء 2017

الشركة "أ" والشركة "ب" هما شركتان لتأجير السيّارات.
في الشركة "أ" يدفعون x شواكل مقابل ّكل كيلومتر سفر، وبالإضافة إلى ذلك يدفعون مبلغًا ثابتًا قدره y شواكل.
استأجر داني سيّارة من الشركة "أ". سافر داني 100 كم ودفع مبلغًا كليًّا قدره 120 شيكل.
في الشركة "ب" يدفعون مقابل ّكل كيلومتر سفر 10%ّ أقل من المبلغ الذي يدفعونه في الشركة "أ"، وبالاضافة إلى ذلك يدفعون مبلغًا ثابتًا أعلى بِـ 4 شواكل من المبلغ الثابت الذي يدفعونه في الشركة "أ".
استأجر أمجد سيّارة من الشركة "ب". سافر أمجد 100 كم ودفع مبلغً ا كلّيًّا قدره 116 شيكل

أ. جد x وَ y.

ب. ما هو مبلغ الدفع مقابل ّكل كيلومتر سفر في الشركة "ب"، وما هو المبلغ الثابت الذي يدفعونه في الشركة "ب"؟

ج. ترغب شادية في استئجار سيّارة والسفر 80 كم. من أيّة شركة من الشركتين يجدر بها استئجار السيّارة؟ علل إجابتك.

صيف 2016 موعد ب

أراد داني شراء ما مجموعه 20 قلم رصاص و قلم حبر. سعر كلّ قلم رصاص هو 10 شواكل، وسعر كلّ قلم حبر أكبر بِـ 20% من سعر قلم الرصاص . الثمن الكلّيّ لأقلام الرصاص و لأقلام الحبر هو 214 شيكلا .

أ. كم قلم حبر و كم قلم رصاص أراد داني شراءها ؟

ب. عندما أراد داني الدفع ، اتّضح أنّ بحوزته 200 شيكل فقط . اقترحت البائعة على داني تخفيضا بنسبة 9% على أقلام الرصاص . هل بعد هذا التخفيض ستكفي داني الـ 200 شيكل التي بحوزته ، و سيستطيع شراء جميع أقلام الرصاص و أقلام الحبر التي أراد شراءها ؟

صيف 2016 موعد أ

اشترى أحد التجّار نوعين من المنتَجات: طاولات وكراسيّ .
سعر كلّ طاولة كان 300 شيكل، وسعر كلّ كرسيّ كان 100 شيكل. اشترى التاجر ما مجموعه 75 منتَجًا.
دفع التاجر 600 شيكل مقابل النقل.
مجموع ما صرفه التاجر كان 11,100 شيكل.

أ.كم طاولة، وكم كرسيًّا اشترى التاجر؟

ب. باع التاجر الطاولات بسعر أعلى بِـ 20% من سعر شرائها، وباع الكراسيّ بسعر أعلى بِـ 35% من سعر شرائها.
جد النسبة المئويّة لربح التاجر بالمقارنة مع ما صرفه. (في إجابتك أَبقِ رقمين بعد الفاصلة العشريّة)

شتاء 2016

في دكّان الملابس "أ" سعر الفستان هو 1.5 ضعف سعر القميص .
اشترت دانا 4 قمصان و 3 فساتين ، و دفعت مبلغا كليا قدره 382.5 شيكل .

أ. جد سعر القميص الواحد وسعر الفستان الواحد في دكان الملابس "أ" .

ب. في نهاية الموسم انخفض سعر الفستان في الدّكان "أ" بنسبة 40% .اعضاء نادي المشترين في الدكّان "أ" حصلوا على تخفيض إضافي بنسبة 20% من سعر الفستان في نهاية الموسم .
كم كان سعر الفستان في نهاية الموسم لأعضاء نادي المشترين في الدكّان "أ" ؟

ج.في دكّان الملابس "ب" كان سعر الفستان قبل نهاية الموسم كسعر الفستان في الدكان "أ" قبل نهاية الموسم .

في نهاية الموسم انخفض سعر الفستان في الدكّان "ب" بنسبة 60% .
ادّعت سناء أنّه في نهاية الموسم سيدفع أعضاء نادي المشترين في الدكّان "أ" نفس السعر كما في الدكّان "ب" مقابل الفستان .هل سناء على حق ؟ علّل .

صيف 2015 موعد ب

ثمن التذكرة لعرض الروك أغلى بِـ 80% من ثمن التذكرة للمسرحيّة.
اشترى أمجد تذكرة واحدة لعرض الروك وتذكرة واحدة للمسرحيّة.
دفع أمجد مبلغًا كليا قدره 252 شيكل.

أ. جد ثمن التذكرة للمسرحيّة

ثمن التذكرة للفيلم أرخص بِـ 54 شيكالً من ثمن التذكرة للمسرحيّة.

ب. جد النسبة المئويّة التي يشكلها ثمن التذكرة للفيلم من ثمن التذكرة للمسرحيّة.

صيف 2015 موعد أ

تريد مديرة مدرسة شراء 80 وسيلة تعليميّة.
قسم من الوسائل التعليميّة هو حواسيب والباقي ألواح ذكيّة .
سعر كل حاسوب هو 1200ّ شيكل، وسعر كل لوح ذكيّ هو 2000 شيكل.
يجب دفع 144000 شيكل مقابل كل الشروة.

أ.كم حاسوبًا تريد مديرة المدرسة أن تشتري؟

المبلغ الذي خُصِّص لشراء الوسائل التعليميّة هو 130000 شيكل.
لذلك قرّرت مديرة المدرسة أن تقلّص بِـ 15% عدد الحواسيب، وأن تقلّص بِـ 10% عدد األلواح الذكيّة التي تريد شراءَها.

ب.ما هو المبلغ الماليّ الذي سيتبقّى من المبلغ الذي خُصِّص لشراء الوسائل التعليميّة بعد تقليص عددها؟

شتاء 2015

سعر زجاجة عصير البرتقال في دكّان معيّن أصغر بِـ 20% من سعر زجاجة عصير المنچة
اشترى داني من هذا الدكّان زجاجات عصير من النوعين.
عدد زجاجات عصير البرتقال التي اشتراها أكبر بِـ 3 من عدد زجاجات عصير المنچة التي اشتراها.
دفع داني مقابل زجاجات عصير المنچة مبلغًا كلّيًّا قدره 135 شيكل،
ودفع مقابل زجاجات عصير البرتقال مبلغًا كلّيًّا قدره 129.6 شيكل.

أ. جد سعر زجاجة عصير المنچة.

ب. جد بِكم شيكل سعر زجاجة عصير المنچة أكبر من سعر زجاجة عصير البرتقال.

صيف 2014 موعد ب

عرض أحد المطاعم لائحتيّ طعام لوجبتين جماعيّتين.
لائحة طعام نباتيّة بسعر 34 شيقل للشخص.
لائحة طعام من اللحوم بسعر 68 شيقل للشخص.
وصلت إلى المطعم مجموعتان: المجموعة "أ" والمجموعة "ب". المجموعة "أ" اختارت اللائحة النباتيّة، والمجموعة "ب" اختارت لائحة من اللحوم. عدد الأشخاص في المجموعة "ب" كان أصغر بِـ 10 من عدد الاشخاص في المجموعة "أ".
السعر الكلي الذي دفعته المجموعة "ب" كان 75% من السعر الكلي الذي دفعته المجموعة "أ" .

أ. جد كم شخصًا كان في كل مجموعة.

ب. جد السعر الكليّ الذي كانت ستدفعه المجموعة "ب" لو كان عدد الاشخاص فيها مساوياً لعدد الاشخاص في المجموعة "أ" .

صيف 2014 موعد أ

يعرض تاجر للبيع نوعين مختلفين للعبة معيّنة، النوع "أ" والنوع "ب"
سعر اللعبة من النوع "أ" كان أكبر بـ 20 شيقل من سعر اللعبة من النوع "ب"
رفع التاجر من سعر اللعبة من النوع "أ" بـ 10شيقل ، ورفع سعر اللعبة من النوع "ب" بـ3 شيقل
بعد ارتفاع سعرهما، كان سعر اللعبة من النوع "ب" 55% من سعر اللعبة من النوع "أ"

أ. جد سعر اللعبة من النوع "أ" وسعر اللعبة من النوع "ب" قبل ارتفاع اسعارهما.

ب. ما هي النسبة المئوية التي ارتفع بها سعر اللعبة من النوع "ب" ؟

شتاء 2014

اشترى صاحب دكّان للملابس x ّ قمصان بثمن كليّ قدره 2500 شيقل
20 من القمصان كانت تالفة، ولذلك لم تُبَع.
باقي القمصان بيعت بربح نسبته 60%
ربح صاحب الدكّان في هذه الصفقة 860 شيقل

أ. احسب كم قميصًا اشترى صاحب الدكّان

ب. احسب كم دفع صاحب الدكّان مقابل القميص الواحد

ج. بكم شيقل باع صاحب الدكّان كلّ قميص؟

صيف 2013 موعد ب

يتقاضى أحد العمال في الشهر اجرا أساسيا ثابتا ، و علاوات ثابتة أخرى .
أجره الكلي في الشهر 6600 شاقل .
في شهر معين , رفع صاحب المصنع الأجر الشهري الأساسي للعامل ب15% ، و خفض العلاوات الثابتة ب 10% .
بعد هذه التغييرات , كان الأجر الكلي للعامل في الشهر 7440 شيقل .
جد كم كان الأجر الأساسي للعامل قبل التغييرات .

صيف 2013 موعد أ

إشترى احد التجار x خواتم متطابقة , و دفع مقابلها مبلغا قدره 3600 شاقل .
ضاعت 5 خواتم ، و باع التاجر باقي الخواتم بسعر متساو لكل خاتم ، و كان هذا السعر
أعلى ب 50% من سعر شراء كل واحد من الخواتم .
الربح الذي جناه التاجر في هذه الصفقة كان 1200 شاقل .
احسب كم خاتما اشترى التاجر .

شتاء 2013

اشترى صاحب مطعم بيتسا 5 كيلوغرام من الجبنه الصفراء و 10 كيلوغرام من الدقيق .
معلوم ان سعر الكيلوغرام الواحد من الجبنة الصفراء أكبر ب 50 شاقل من سعر الكيلوغرام الواحد من الدقيق .
حصل صاحب المطعم على تخفيض بنسبة 20% عن كل كيلوغرام واحد من الجبنة الصفراء , و على تخفيض بنسبة 25 % عن كل كيلوغرام واحد من الدقيق .
بعد التخفيض دفع صاحب المطعم 315 شاقل مقابل ما اشتراه .

أ. كم كان سعر الكيلوغرام الواحد من الجبنة الصفراء ، و كم كان سعر الكيلوغرام الواحد من الدقيق قبل التخفيض ؟

ب. معلوم أن كل بيتسا تباع بنفس السعر ، و من أجل تحضيرها هناك حاجة ل 250 غرام من الجبنة الصفراء و 500 غرام من الدقيق .يرغب صاحب المطعم في استغلال جميع المركبات التي اشتراها .
جد كم بيتسا عليه أن ينتج . فصل حساباتك .

صيف 2012 موعد ب

طلب أحد التجار كمية معينة من القمصان بسعر x شيقل للقميص , و دفع مبلغا كليا مقداره 1200 شيقل .
في الطلبية التالية ، زاد التاجر كمية لقمصان التي اشتراها ب20 قميصا , و لذلك حظي بتخفيض نسبته 10% عن كل قميص .
مبلغ الدفع الكلي مقابل الطلبية الثانية كان أكبر ب420 شيقل من مبلغ الدفع الكلي مقابل الطلبية الاولى .

أ. عبر بدلالة x عن كمية القمصان التي اشتراها التاجر في الطلبية الأولى .

ب. ماذا كان سعر القميص قبل التخفيض ؟

صيف 2012 موعد أ

طلب أحد التجار 20 قنينة زيت , و دفع x شاقل مقابل كل قنينة .
في الطلبية التالية , زاد التاجر كمية القناني ب10 قنان , و لذلك حصل على تخفيض بنسبة 20% مقابل كل قنينة .
كان المبلغ الكلي الذي دفعه التاجر مقابل هذه الطلبية أكبر ب100 شاقل من المبلغ الكلي الذي دفعه مقابل الطلبية الأولى .

أ. عبر بدلالة x عن :

(1) المبلغ الذي دفعه التاجر مقابل قناني الزيت ال20 في الطلبية الأولى .

(2) سعر قنينة الزيت الواحدة بعد التخفيض .

ب. جد كم قنينة الزيت في الطلبية الأولى .

شتاء 2012

اشترى أحد التجار طاولات بسعر x شيقل للطاولة .
دفع التاجر مقابل الطاولات مبلغا كليا قدره 2400 شيقل .
بعد ذلك باع التاجر جميع الطاولات التي اشتراها .
باع 5 طاولات بخسارة نسبتها 10% للطاولة , و باع باقي الطاولات بربح نسبته 20% للطاولة .
المبلغ الكلي الذي جناه التاجر من بيع الطاولات هو 2700 شيقل .

أ. جد السعر الذي جناه التاجر من بيع كل طاولة .

ب. جد عدد الطاولات التي اشتراها التاجر .

صيف 2011 موعد ب

سعر الوجبة في مطعم معين هو 80 شيقل لكل فرد .
التزم صاحب المطعم لشركة رحلات أنه إذا وصل الى المطعم أكثر من 30 فردا , فإنه سيخفض سعر الوجبة بنسبة 5% لكل واحد من الأفراد .
التزمت الشركة من جانبها أنه إذا وصل الى المطعم 30 فردا او أقل فإنها ستدفع لصاحب المطعم إضافة بنسبة مئوية معينة مقابل وجبة كل فرد .

أ. وصل الى المطعم أكثر من 30 فردا .
(1) جد ماذا كان سعر الوجبة لكل فرد .
(2) دفعت الشركة مبلغا كليا مقداره 3268 شيقل مقابل وجبات جميع الأفراد .
كم فردا وصل الى المطعم ؟

ب. لو وصل الى المطعم 15 فردا , كان على الشركة ان تدفع لصاحب المطعم 1344 شيقل مقابل جميع الأفراد معا .
ما هي النسبة المئوية التي التزمت الشركة باضافتها الى سعر وجبة كل فرد ؟

خرج قطاران الواحد باتجاه الآخر في نفس الوقت و بسرعة ثابتة . خرج القطار I من المحطة A و القطارII من المحطة B . البعد بين المحطتين A و B هو 900 كم .
سرعة القطار I هي V كم/الساعة , و سرعة القطار II هي ضعف سرعة القطار .

أ. جد V إذا كان معطى أن البعد بين القطارين بعد مرور 3 ساعات هو 90 كم .

ب. بعد أن وصل القطار I الى المحطة B , بدأ طريقه عائدا الى المحطة A بسرعة ثابتة . الوقت الذي احتاجه القطار I للعودة الى المحطة A كان أطول بنسبة 20% من الوقت الذي حتاجه للوصول الى المحطة B .
ماذا كانت سرعة القطار في طريق عودته الى المحطة A ؟ فصل حساباتك .

صيف 2011 موعد أ

يبيعون في بقالة معينة ; علب شوكولاطة من نوعين : شوكولاطة اعتيادية و شوكولاطة مميزة . سعر علبة الشوكولاطة الاعتيادية هو x شيقل . ذهب سامي و داني الى البقالة لشراء شوكولاطة .اشترى سامي علبتين من الشوكولاطة المميزة, و دفع مقابل كل واحدة منهما %50 أكثر من سعر علبة الشوكولاطة الاعتيادية .

أ. عبر بدلالة x عن المبلغ الكلي الذي دفعه سامي .

اشترى داني علبتين من الشوكولاطة الاعتيادية بتخفيض , و دفع مقابل كل واحدة منهما %20 أقل من السعر العادي لعلبة الشوكولاطة الاعتيادية .

ب. عبر بدلالة x عن المبلغ الذي دفعه داني .

معلوم ان سامي و داني دفعا معا ثلاثة شواقل اكثر من سعر أربع علب شوكولاطة اعتيادية (لا يوجد عليها تخفيض) .

ج. جد السعر العادي لعلبة الشوكولاطة الاعتيادية .

شتاء 2011

اشترت خبيرة تجميل 60 علبة كريم بسعر x شيقل للعلبة الواحدة .

باعت خبيرة التجميل 30 علبة بنفس السعر , أي ب xشيقل للعلبة الواحدة .

و باعت 25 علبة بربح نسبته %18 .

و باعت باقي العلب بربح نسبته %6 .

باعت خبيرة التجميل جميع العلب بمبلغ كلي قدره 6480 شيقل .

جد السعر x الذي دفعته خبيرة التجميل مقابل علبة الكريم الواحدة .

صيف 2010 موعد ب

خرج شخصان مشيا على الاقدام الواحد باتجاه الآخر , من مكانين البعد بينهما 25 كم :
الشخص "أ" و الشخص "ب" .
خرج الشخص "أ" في الساعة 7:00 صباحا ,و خرج الشخص "ب" في الساعة 7:30 صباحا . كانت سرعة الشخص "أ" أكبر ب1 كم\الساعة من سرعة الشخص "ب" (سرعتا الشخصين ثابتتين) . التقى الشخصان في الساعة 9:30 صباحا .
جد سرعة كل واحد من الشخصين .

صيف 2010 موعد أ

سافر راكب دراجة هوائية من المدينة "أ" الى المدينة "ب" في شارع معبد بسرعة ثابتة مقدارها 20 كم/الساعة . في طريق عودته سافر الراكب بسرعة ثابتة في شارع التفافي أطول ب 1.25 ضعف من الشارع المعبد . كانت سرعة راكب الدراجة في الشارع الالتفافي أصغر ب 5 كم\الساعة من سرعته في الشارع المعبد . زمن سفر الراكب في الشارع الالتفافي كان أطول بساعتين من زمن سفره في الشارع المعبد .
جد طول الشارع المعبد بين المدينة "أ" و المدينة "ب" .

شتاء 2010

اشترى محل لبيع الملابس 20 قميصا مصنوعا من القطن و 60 قميصا مصنوعا من الكتان.

سعر قميص الكتان كان أقل ب15% من سعر قميص القطن .

دفع المحل مقابل جميع قمصان الكتان 2550 شيقل .

أ. ماذا كان سعر قميص القطن ؟

ب. كم شيقل دفع المحل مقابل جميع قمصان القطن ؟

% إجابات تمارين

المسائل الكلامية %

صيف 2017 موعد ب

أ.

	سعر علبة البوضة	عدد علب البوضة	المجموع
تموز	24	x	24x
آب	27	2x	27 . 2x=54x

لدينا $24x+54x=6162$

$78x=6162 \quad / :78$

إذن عدد علب البوظة x= 79

ب.ثمن علبة البوضة زاد بـ $27-24=3$

أي بالنسبة المئوية : $\frac{3}{24}\cdot 100\% = 12.5\%$.

ج. (1) المبلغ الكلي الذي دفع في شهر آب هو :

بما أن عدد العلب : $2x=2\cdot 79=158$.

فإن سعر العلب : $27\cdot 158=4266$.

(2) في شهر تموز دفع صاحب البقالة : $27\cdot 158=4266$.

إذن السعر الذي دفعه في آب أكبر بـ 2.25 ضعف ما دفعه في تموز هو: $\frac{4266}{1896}=2.25$

.

صيف 2017 موعد أ

أ.نفرض سعر الدراجة العادية هو x .

سعر الدراجة الجبلية هو x+300 .

إذن سعر الدراجة العادية بعد انخفاض %18 هو : 0.82x .

و سعر الدراجة الجبلية بعد ارتفاع %12 هو : $1.12(x+300)$.

إذن المبلغ الذي قلّ به ثمن الدراجة العادية هو : $x-0.82x=0.18x$

والمبلغ الذي زاد به ثمن الدراجة الجبلية :

$$0.12(x+300)-(x+300)$$
$$=1.12x+336-x-300$$
$$=0.12x+36$$

وبما ان الزيادة تساوي الإنخفاض :

فإن
$$0.18x=0.12x+36$$
$$0.06x=36$$
$$x=600$$

ب.ثمن الدراجة الجبلية الجديد هو :

$$1.12(600+30)=1008$$

و بالتالي ثمن الدراجة العادية الجديد هو :

$$0.82\cdot 600=492$$

الدراجة الجبلية أغلى بـ 516 من الدراجة العادية :

$$1008-492=516$$

شتاء 2017

أ. ما دفعه داني لقطعه مسافة 100 كم في شركة " أ " هو : $100x+y=120$

و ما يدفعه مقابل كل كم في شركة " ب " هو : $\frac{100-10}{100}\cdot x=0.9x$.
و ما يدفعه في الشركة " ب " كمبلغ ثابت y+4 .

و ما دفعه أمجد لقطع مسافة 100 كم في" ب " هو :
$100\cdot 0.9x+y+4=116 \quad \rightarrow 90x+y=112$.
حل المعادلتين :

$$\begin{cases}100x+y=120\\ 90x+y=112 & \cdot(-1)\end{cases}$$

$$+\begin{cases}100x+y=120\\ -90x-y=-112\end{cases}$$

$$10x=8 \quad /:10$$

إذن $x=0.8$

$$100\cdot 0.8+y=120$$

$$80+y=120$$

و بالتالي $y=40$

ب. حسب الفرع السابق المبلغ في لكل كم في شركة " ب " هو : $0.9\cdot 0.8=0.72$.
و المبلغ الثابت في شركة " ب " $40+4=44$.

ج. ستدفع شادية في الشركة " أ " مبلغ $80\cdot 0.8+40=104$.
ستدفع شادية في الشركة " ب " مبلغ $80\cdot 0.72+44=101.6$.
أي أن الشركة "ب" أفضل .

صيف 2016 موعد ب

أ. نفرض أن عدد أقلام الرصاص هو x ، ومنه يكون عدد أقلام الحبر $20-x$.
وسعر القلم الرصاص 10 لذلك ثمن كل أقلام الرصاص $10x$

سعر قلم الحبر الواحد هو $12 = \frac{100+20}{100}\cdot 10 = 1.2\cdot 10 = 12$.

سعر كل أقلام الحبر هو : $12(20-x)$.

اذا :

$$10x+12(20-x)=214$$
$$10x+240-12x=214$$
$$-2x=-26 \quad / : (-2)$$

عدد أقلام الرصاص هو $x=13$
عدد أقلام الحبر هو $20-13=7$

ب. التخفيض الذي حصل عليه داني لكل قلم رصاص هو .

$$\frac{9}{100}\cdot 10 = 0.09\cdot 10 = 0.9$$

يعني التخفيض الكلي هو : $0.9\cdot 13 = 11.7$
و لكنه ينقصه 14 شيكل لأن معه 200 وعليه دفع 214 .لذلك لن تكفيه.

صيف 2016 موعد أ

أ. نرمز بـ x لعدد الطاولات

ومنه يكون $75-x$ عدد الكراسي

و ثمن الطاولات يكون $300x$

و ثمن الكراسي يكون $100(75-x)$

$$300x+100(75-x)+600=11100$$
$$300x+7500-100x+600=11100$$
$$200x+8100=11100$$
$$200x=3000$$

عدد الطاولات هو $x=15$

عدد الكراسي هو $75-x=60$

ب.ثمن الطاولة بعد زيادة بـ 20% . $\frac{100+20}{100}\cdot300=1.2\cdot300=360$.

و ثمن الكرسي بعد زيادة 35% . $\frac{100+35}{100}\cdot100=1.35\cdot100=135$.

للذلك يكون الثمن الذي أخذه التاجر هو . $360\cdot15+15\cdot60=13,500$

إذن الربح $13500-11100=2,400$.

و بالتالي النسبة المئوية لربح التاجر $\frac{2400}{11100}\cdot100=21.62\%$.

شتاء 2016

أ. نرمز بـ x لثمن القميص في الدكان "أ" لذلك يكون ثمن الفستان $1.5x$ في ذات الدكان .

حسب المعطى : $4x+3\cdot1.5x=382.5$.

$$4x+4.5x=382.5$$

$$8.5x=382.5 \quad /:8.5$$

ثمن القميص $x=45$.

ثمن الفستان $1.5x=1.5\cdot45=67.5$.

ب. ثمن الفستان في نهاية الموسم تخفيض 40% إذن:

$$\frac{100-40}{100}\cdot67.5=0.6\cdot67.5=40.5$$

ثمن الفستان بعد التخفيض لأعضاء النادي 20% إذن:

$$\frac{100-20}{100}\cdot40.5=0.8\cdot40.5=32.4$$

ج. ثمن الفستان في الدكان "ب" هو 67.5 (كما في الدكان أ).

إذن بعد التخفيض 60% يكون السعر :

$$\frac{100-60}{100}\cdot67.5=0.4\cdot67.5=27$$

لذلك سناء ليست على حق.

صيف 2015 موعد ب

أ. نرمز بـ x لسعر تذكرة المسرحية .

سعر تذكرة عرض الروك هو $\frac{100+80}{100}\cdot x=1.8x$.

اذا يكون ثمنها سوية هو : $x+1.8x=252$.

$$x+1.8x=252$$

$$2.8x=252 \quad \rightarrow /:2.8$$

سعر تذكرة المسرحية $x=90$

ب. سعر تذكرة الفيلم أقل بـ 54 شيكل من سعر تذكرة المسرحية هو : $90-54=36$.

لذلك $\frac{36}{90}=0.4$.

أي سعر تذكرة الفيلم يشكل 40% من سعر تذكرة المسرحية .

صيف 2015 موعد أ

أ. نرمز بـ x لعدد الحواسيب المراد شراؤها .

اذا يكون عدد الألواح الذكية هو $(80 - x)$.

ثمن كل حاسوب هو 1200

ثمنها كلها هو $1200x$.

ثمن كل لوح ذكي هو 2000

ثمنها كلها هو $(80 - x) \cdot 2000$

$$1200x + 2000 \cdot (80 - x) = 144000$$
$$1200x + 160000 - 2000x = 144000$$
$$-800x = -16000$$
$$x = 20$$

عدد الحواسيب المراد شراؤها 20

ب. عدد الحواسيب بعد التقليص:

$$\frac{100-15}{100}.20 = 0,85.20 = 17$$

عدد الألواح قبل التقليص 80-20=60 .

عدد الألواح بعد التقليص:

$$\frac{100-10}{100}.60 = 0,9.60 = 54$$

سعر الحواسيب و الألواح هو $1200.17 + 2000.54 = 128400$.

إذن المبلغ المتبقي هو $130000 - 128400 = 1600$.

شتاء 2015

أ. نرمز ب x لسعر زجاجة المانجو اذا $\frac{100-20}{100}.x=0,8.x$ هو سعر زجاجة البرتقال .
نرمز بـ y لعدد زجاجات المانجو التي اشتراها داني ، اذا $y+3$ هو عدد زجاجات البرتقال .

دفع داني لزجاجات المانجو 135 اذا $x.y=135$

و بالتالي دفع داني 129.6 شيكل ثمن زجاجات البرتقال اذا $0.8x(y+3)=129.6$.

نقوم بحل المعادلتين بالتعويض :

$$x.y=135 \rightarrow y=\frac{135}{x}$$
$$0.8x(\frac{135}{x}+3)=129.6$$
$$108+2.4x=129.6 \quad /-108$$
$$2.4x=21.6 \quad /:2.4$$

سعر زجاجة المانجو $x=9$

ب. ثمن زجاجة البرتقال هو $0.8 . 9=7.2$.
إذن الفرق هو : $9-7.2=1.8$
و بالتالي نستنتج أن ثمن زجاجة المانجو اكبر بـ 1.8 شيكل من ثمن زجاجة البرتقال .

صيف 2014 موعد ب

أ. نرمز: x عدد الاشخاص في المجموعة "أ"
لذلك عدد الاشخاص في المجموعة "ب" هو: $x-10$
و السعر الكليّ الذي دفعته المجموعة "أ" هو : $34x$
و السعر الكليّ الذي دفعته المجموعة "ب" هو: $68(x-10)$
لدينا
75% من السعر الكليّ الذي دفعته المجموعة "أ" هو ما دفعته المجموعة "ب"
لذلك يتحقق :

$$68(x-10) = 0.75 \cdot 34x$$
$$\Downarrow$$
$$68x - 680 = 25.5x$$
$$\Downarrow$$
$$x = 16$$

و بالتالي
عدد الاشخاص في المجموعة "أ" هو : 16 شخصاً
عدد الاشخاص في المجموعة "ب" هو : 6 أشخاص

ب- السعر الكليّ الذي كانت ستدفعه المجموعة "ب" لو كان عدد الاشخاص فيها 16 هو :
$16 \cdot 68 = 1088$ شيكل

صيف 2014 موعد أ

أ. نرمز بـ x الى سعر اللعبة من النوع "ب"

سعر اللعبة من النوع "أ" هو: $x+20$ شيقل

سعر اللعبة من النوع "أ" بعد رفع السعر هو: $x+30$ شيقل

سعر اللعبة من النوع "ب" بعد رفع السعر هو: $x+3$ شيقل

بعد رفع السعرين سعر اللعبة من النوع "ب" أصبح سعرها %55 من سعر اللعبة من النوع "أ"،

لذلك يتحقق: $x+3 = 0.55 .(x-30)$

$$\Downarrow$$

$$0.45x = 13.5$$

$$\Downarrow$$

$$x = 30$$

سعر اللعبة من النوع "ب" هو: 30 شيقل

سعر اللعبة من النوع "أ" هو: 50 شيقل

ب. سعر اللعبة من النوع "ب" ارتفع ب %10 $\frac{3}{30}.100 = 10\%$

شتاء 2014

أ. نفرض x عدد القمصان

	عدد القمصان	سعر القميص (شيقل)	المجموع (شيقل)
الشراء	x	$\frac{2500}{x}$	2500
التالفة	20	–	–
المباعة بربح 60%	$x-20$	$\left(\frac{100+60}{100}\right)\cdot\frac{2500}{x}=1.6\frac{2500}{x}=\frac{4000}{x}$	$\frac{4000(x-20)}{x}$

ربح التاجر 860 شيقل ودفع مبلغ 2500 شيقل

باع بمبلغ

$$2500+860=3360$$ شيقل

مجموع المباعة بربح 60%

$$\frac{4000(x-20)}{x}=3360$$

$$4000(x-20)=3360x$$

$$4000x-80000=3360x$$

$$640x=80000 \quad /:640$$

$$\Downarrow$$

$$x=125$$ قميص

ب. ثمن القميص الواحد هو شيقل $20 = \frac{2500}{125}$

ج. صاحب الدكان باع كل قميص ب $32 = 20 \cdot 1.6$

صيف 2013 موعد ب

نفرض الأجر الأساسي للعامل هو x و العلاوة الثابتة y

أي أن $x + y = 6600$

بعد رفع صاحب المصنع الأجر الأساسي ب 15% يصبح الأجر الاساسي هو $(1 + \frac{15}{100}) \cdot x = 1.15x$

بعد تخفيض العلاوة ب 10% تصبح العلاوة ب $(1 - \frac{10}{100}) \cdot y = 0.9y$

أي أن $1.15x + 0.9y = 7440$

نحل المعادلتين

$$x + y = 6600 \Rightarrow y = 6600 - x$$
$$1.15x + 0.9y = 7440$$
$$\Downarrow$$
$$1.15x + 0.9(6600 - x) = 7440$$
$$1.15x + 5940 - 0.9x = 7440$$
$$0.25x = 1500$$
$$x = 6000$$

الاجر الأساسي هو: 6000 شيقل

صيف 2013 موعد أ

سعر شراء الخاتم هو $\frac{3600}{x}$

بعد ضياع 5 خواتم يصبح عدد الخواتم هو $(x-5)$

سعر $(x-5)$ خواتم بعد زيادة 50% ربح هو

$$(1+\frac{50}{100})\cdot\frac{3600}{x}\cdot(x-5)$$
$$=1.5\cdot\frac{3600}{x}\cdot(x-5)=\frac{5400}{x}\cdot(x-5)$$
$$=5400-\frac{27000}{x}$$

(الربح = سعر البيع - سعر الشراء)

$$5400-\frac{27000}{x}-3600=1200$$
$$1800-\frac{27000}{x}=1200$$
$$600=\frac{27000}{x}$$
$$600x=27000$$
$$x=45$$

عدد الخواتم هو : $x=45$

شتاء 2013

أ. نفرض سعر كيلوغرام جبنه صفراء x
و كيلوغرام دقيق y

حسب المعطى لدينا $x = 50 + y$

(سعر الجبنه الصفراء أكبر ب50 شيقل من سعر الدقيق) .

ومنه سعر الجبنه الصفراء بعد التخفيض هو $(1-\frac{20}{100})\cdot x = 0.8x$

وسعر الدقيق بعد التخفيض هو $(1-\frac{25}{100})\cdot y = 0.75y$

$$5\cdot 0.8x + 10\cdot 0.75y = 315$$
$$4x + 7.5y = 315$$

نحل المعادلتين (بالتعويض)

$$x = 50 + y$$
$$4x + 7.5y = 315$$

$$\Downarrow$$

$$4(50+y) + 7.5y = 315$$
$$200 + 4y + 7.5y = 315$$
$$11.5y = 115$$
$$y = 10$$

$$\Downarrow$$

$$x = 50 + 10 = 60$$

إذن سعر كيلوغرام جبنه صفراء هو $x = 60$

ب. نحول الوحدات أولا, إذن

$$250_g = \frac{250}{1000} = 0.25_{kg}$$
$$500_g = \frac{500}{1000} = 0.5_{kg}$$

لدينا معطى أنه اشترى 5_{kg} جبنه صفراء إذن

$$\frac{5}{0.25} = 20$$

أي كافية لعمل 20 بيتسا

لدينا معطى أنه اشترى 10_{kg} دقيق

$$\frac{10}{0.5} = 20$$

أي كافية لعمل 20 بيتسا

اذا 5kg جبته صفراء و 10kg دقيق كافية لعمل 20 بيتسا .

صيف 2012 موعد ب

أ. معطى أن ثمن القميص الواحد في الطلبية الاولى هو x

و قد دفع مقابل كل القمصان 1200

و بالتالي فيكون عدد القمصان $\frac{1200}{x}$

ب. عدد القمصان في الطلبية الثانية هو $\frac{1200}{x}+20$

سعر القميص في الطلبية الثانية هو $(1-\frac{10}{100})x = 0.9x$

و مبلغ الدفع الكلي في الطلبية الثانية هو $1200+420=1620$

$$0.9x(\frac{1200}{x}+20)=1620$$

$$1080+18x=1620$$

$$18x=540$$

$x=30$ ثمن القميص الواحد في الطلبية الاولى

صيف 2012 موعد أ

أ. (1) في الطلبية الأولى عدد القناني هو 20 سعر القنينة هو x

إذن ثمن كل القناني $20x$

(2) في الطلبية الثانية

سعر القنينة (بعد تخفيض 20%) هو $(1-\frac{20}{100})\cdot x = 0.8x$

ب. دفع مقابل الطلبية الأولى $20x$

دفع مقابل الطلبية الثانية $(20+10)\cdot 0.8x = 24x$

حسب المعطى (أنه دفع مقابل الطلبية الثانية أكثر ب100 شيقل) .

$$20x+100=24x$$

$$100=4x$$

$$x=25$$ سعر القنينة هو

شتاء 2012

أ. سعر الشراء هو x

إذن سعر مع خسارة 10% : $(1-\frac{10}{100})x = 0.9x$

ومنه سعر مع ربح 20% : $(1+\frac{20}{100})x = 1.2x$

سعر الكل	سعر الواحدة	كمية	
2400	x	$\frac{2400}{x}$	شراء
$5\cdot 0.9x = 4.5x$	$0.9x$	5	بيع بخسارة
$(\frac{2400}{x}-5)\cdot 1.2x$	$1.2x$	$\frac{2400}{x}-5$	بيع بربح

$\Downarrow$

$$4.5x + (\frac{2400}{x}-5)\cdot 1.2x = 2700$$
$$4.5x + 2880 - 6x = 2700$$
$$-1.5x = -180$$

سعر الشراء هو $x = 120$

ب. عدد الطاولات التي اشتراها التاجر طاولة $\frac{2400}{120} = 20$

صيف 2011 موعد ب

أ. (1) إذا وصل أكثر من 30 فرد يكون سعر الوجبة هو

$$(1-\frac{5}{100})\cdot 80 = 0.95\cdot 80 = 76$$

(2) بما أن الشركة دفعت 3268 و كل فرد يدفع 76 لأنهم اكثر من 30 فرد فان عدد الافراد هو

$$\frac{3268}{76} = 43$$

ب. اذا وصل 15 فرد و الشركة دفعت 1344 تكون دفعت على الفرد الواحد هو :

$$\frac{1344}{15} = 89.6$$

أي 9.6 أكثر من السعر الأساسي الذي هو 80 :

$$(89.6-80) = 9.6$$

فتكون النسبة هو: $\frac{9.6}{80}\cdot 100 = 12\%$

أ. نرمز ب v لسرعة القطار الاول

و ب v_2 لسرعة القطار الثاني

اذا

مسافة	سرعة	زمن	قطار
$3v$	v	3	الاول
$6v$	$2v$	3	الثاني

بما أن المسافة بينهما بعد مرور 3 ساعات هي 90 كم
اذا فقد قطع كلا القطارين مسافة :

$$900-90=810$$
$$\Downarrow$$
$$3v+6v=810$$
$$9v=810$$
$$v=90$$ سرعة القطار الاول

ب. الوقت الذي احتاجه القطار الاول في طريقه من A الى B هو :

$$\frac{900}{90}=10$$

اذا الوقت الذي سيحتاجه للعودة (أكبر ب20%):

$$(1+\frac{20}{100})\cdot 10=1.2\cdot 10=12$$ ساعة

اذ فالسرعة الجديدة (سرعة العودة لA):

$$\frac{900}{12}=75$$

صيف 2011 موعد أ

أ. سعر علبة الشوكولاطة العادية هو x

و سعر علبة الشوكولاطة المميزة هو $(1+\frac{50}{100})\cdot x = 1.5x$

$$2\cdot 1.5x = 3x$$

ب. سعر علبة الشوكولاطة العادية بعد التخفيض هو

$$(1-\frac{20}{100})x = 0.8x$$

سعر العلبتين هو :

$$2(0.8x) = 1.6x$$

ج. سعر أربعة علب شوكولاطة اعتيادية هو $4x$

و سامي و راني دفعا معا $3x+1.6x$

بحيث أن ما دفعاه أكثر ب 3 شيقل من ثمن أربع علب عادية .

$$3x+1.6x = 4x+3$$

$$4.6x = 4x+3$$

$$0.6x = 3$$

$x = 5$ سعر علبة الشوكولاطة العادية هو

شتاء 2011

السعر بعد ربح 18% هو: $(1+\frac{18}{100})\cdot x = 1.18x$

السعر بعد ربح 6% هو : $(1+\frac{6}{100})\cdot x = 1.06x$

$$30x + 25(1.18x) + 5(1.06x) = 6480$$
$$30x + 29.5x + 5.3x = 6480$$
$$64.8x = 6480$$
$$x = 100$$

صيف 2010 موعد ب

أ. نرمز لسرعة الأول x

سرعة الثاني $x+1$

	سرعة	زمن	مسافة
الثاني	$x+1$	2.5	$2.5(x+1)$
الاول	x	2	$2x$

مجموع المسافتين اللتان قطعهما أ و ب

$$2.5(x+1) + 2x = 25$$
$$2.5x + 2.5 + 2x = 25$$
$$4.5x = 22.5$$
$$x = 5$$

سرعة الأول: 5 كم/ ثانية

سرعة الثاني: 6 كم/ ثانية

صيف 2010 موعد أ

نفرض البعد من "أ" الى "ب" هو x

السرعة في طريقه من "ب" الى "أ" في الطريق الالتفافي هي: $1.25 \cdot x = 1.25x$

	سرعة	زمن	مسافة
من "أ" الى "ب"	20	$\frac{x}{20}$	x
من "ب" الى "أ"	15	$\frac{1.25x}{15}$	$1.25x$

و حسب المعطى أن السفر في الشارع الالتفافي أطول بساعتين من الشارع المعبد

$$\frac{1.25x}{15} = \frac{x}{20} + 2$$

$$3x + 120 = 5x$$

$$-2x = -120$$

البعد من "أ" الى "ب" هو $x = 60$

شتاء 2010

أ. نفرض سعر قميص القطن هو x

اذا سعر قميص الكتان هو $(1 - \frac{15}{100})x = 0.85x$

$$60 \cdot 0.85x = 51x$$

$$51x = 2550$$

إذن سعر قميص الكتان هو $x = 50$

ب. ثمن جميع قمصان القطن هو $20 \cdot 50 = 1000$

الجزء الثاني

الهندسة التحليلية

صيف 2017 موعد ب

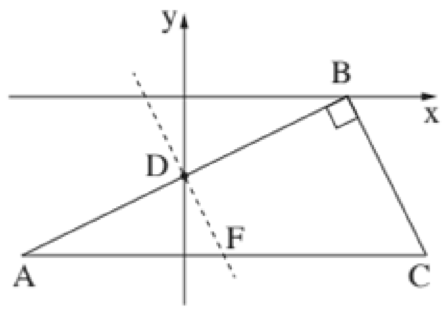
ABC هوّ مثلث قائم الزاوية ($ABC=90°$)
الضلع AC يوازي المحور x.
معادلة الضلع AB هي $y = \frac{1}{2}x - 4$
المستقيم AB يقطع المحور x في النقطة B
والمحور y في النقطة D(انظر الرسم)

أ. جد إحداثيّات النقطتين B وَ D.

النقطة D هي منتصف الضلع AB.

ب. جد إحداثيّات النقطة A.

ج. يمرّ في النقطة D مستقيم يوازي الضلع BC(المستقيم المتقطّع في الرسم)
جد معادلة هذا المستقيم.



المستقيم الذي وجدتَ معادلته في البند "جـ" (المستقيم المتقطّع في الرسم) يقطع الضلع AC في النقطة F.

د. (1)جد إحداثيّات النقطة F.
(2)احسب مساحةّ المثلث ADF.

معطاة دائرة مركزها في النقطة M ومعادلتها هي $(x - 3)^2 + y^2 = 25$
الدائرة تقطع المحور x في النقطتين A وَ B، كما هو موصوف في الرسم.

أ. جد إحداثيّات النقطتين A وَ B.

النقطة C تقع على محيط الدائرة في الربع الثالث،وإحداثيّها الـ x هو1-

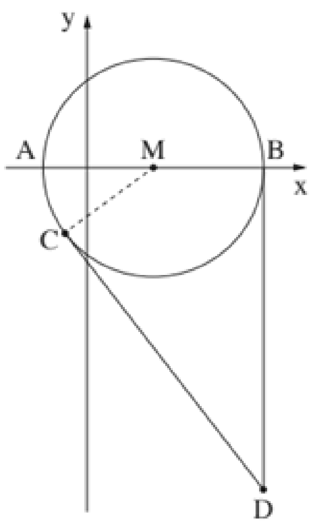
ب. جد الاحداثيّ y للنقطة C.

مرّروا مستقيمًا يمسّ الدائرة في النقطة C.

ج. جد معادلة المماسّ .

مرّروا في النقطة B مستقيمًا يوازي المحور y.
المستقيم والمماسّ يتقاطعان في النقطة D(انظر الرسم)

د. احسب محيط الشكل الرباعيّ BMCD.

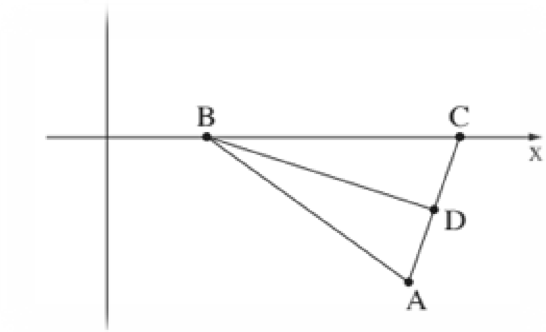


صيف 2017 موعد أ

في المثلث ABC الضلع BC موضوع على المحور x ، كما هو موصوف في الرسم.

معطى أنّ : BC= 10، الرأس A يقع في النقطة (6- , 12)،

معادلة الضلع AB هي $y = \frac{-3}{4}x + 3$



أ. (1) جد إحداثيّات الرأس B.

(2)جد إحداثيّات الرأس C.

BD هو مستقيم متوسّط في المثلّث ABC

ب. جد معادلة BD.

جـ. بيّن أنّ BD يعامد AC.

د. جد مساحة المثلث ABC.

هـ. بِكم ضعف مساحة المثلث ABC أكبر من مساحة المثلث BCD ؟علل.

معطاة دائرة مركزها في النقطة M (4,5)

D هي نقطة مشتركة بين الدائرة والمحور x بحيث MD يعامد المحور x(انظر الرسم).

أ. (1)جد طول MD ، نصف قطر الدائرة.

(2)اكتب معادلة الدائرة.

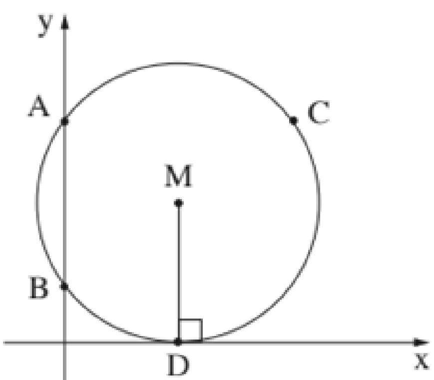
النقطتان A وَ B هما نقطتا تقاطع الدائرة مع المحور y ، كما هو موصوف في الرسم.

ب. جد إحداثيّات النقطتين A وَ B.

BC هو قطر في الدائرة.

جـ. جد إحداثيّات النقطة C.

د. جد محيط المثلّث CMD.



شتاء 2017

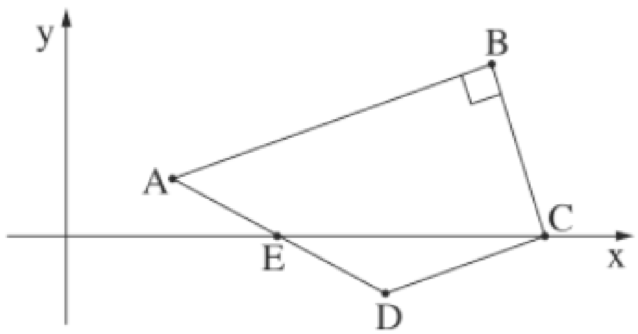
الرسم الذي أمامك يعرض الشكل الرباعيّ ABCD.

معطى أنّ : AB يعامد BC.

الرأس C يقع على المحور x.

إحداثيّات الرأس A هي (1 , 2)

إحداثيّات الرأس B هي (3 , 8)



أ. (1)جد ميل المستقيم AB.

(2)جد معادلة المستقيم BC.

ب. جد إحداثيّات الرأس C.

النقطة E(4 , 0) هي منتصف القطعة AD.

جـ. جد إحداثيّات النقطة D.

د. هل المثلث BCD هو" مثلث متساوي الساقين؟"علل.

3 .معطاة دائرة مركزها في النقطة M.

معادلة الدائرة هي: $(x-5)^2 + (y-12)^2=R^2$

الدائرة تقطع المحور x في النقطة B(10, 0)، وفي نقطة أصل المحاور، O(انظر الرسم)

أ. جد نصف قطر الدائرة.

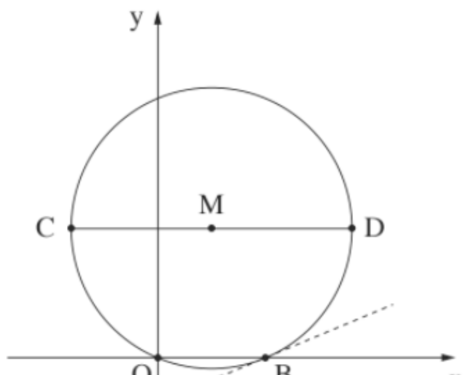
ب. مرّروا عبر مركز الدائرة قطرًا يوازي المحور x ،ويقطع محيط الدائرة في النقطتين C وَ D، كما هو موصوف في الرسم.

جد إحداثيّات النقطتين C وَ D.

جـ. جد معادلة المماسّ للدائرة في النقطة B.

د. المماسّ للدائرة في النقطة B يقطع المحور y في النقطة E.

جد مساحة المثلث OEB



صيف 2016 موعد ب

النقطتان$A(6,5)$ و$B(2,3)$ هما رأسان للمثلّث المتساوي الساقين ABC $(AB = AC)$.

AE هو الارتفاع على القاعدة BC (انظر الرسم) .

معادلةAE هي $y = x - 1$.

أ. جد معادلة الضلع BC .

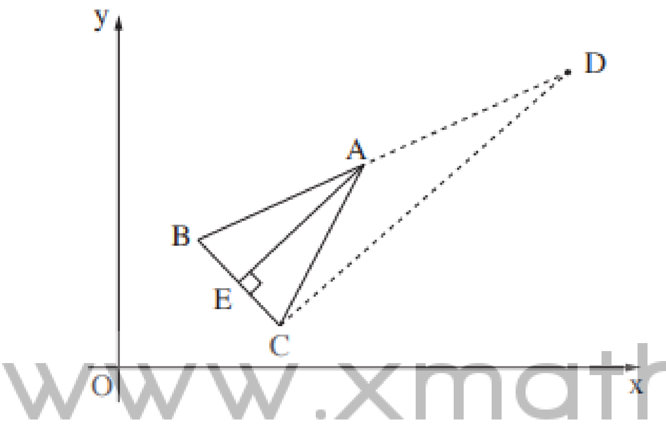
ب.(1) جد إحداثيات النقطة E .

(2) جد إحداثيّات الرأس C .

ج. معطاة النقطة $D(10,7)$.

(1) بيّن أنّDC يعامدBC .

(2) احسب مساحة شبه المنحرف $AECD$.



1. معطاة دائرة مركزها $O\ (6,7)$.

النقطة $A(9,11)$ تقع على محيط الدائرة (انظر الرسم) .

أ.(1) احسب طول نصف قطر الدائرة .

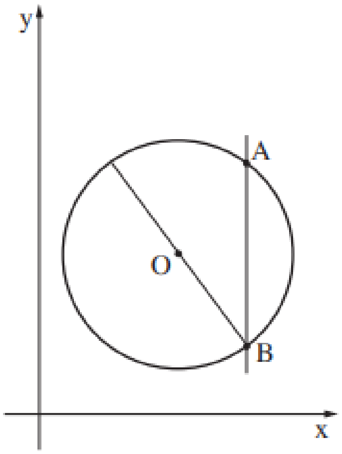
(2) اكتب معادلة الدائرة .

ب. المستقيم$x = 9$ يقطع الدائرة في نقطة إضافيّة ،B (انظر الرسم) .

جد إحداثيّات النقطةB .

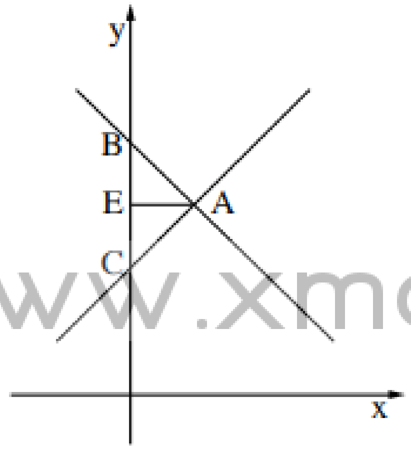
ج.مرّروا عبر النقطة B قطرا في الدائرة .جد معادلتة .

د. احسب مساحة المثلّثAOB .

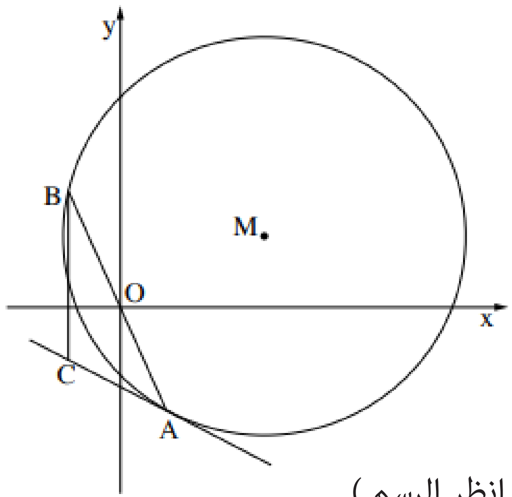


صيف 2016 موعد أ

1.معطى المستقيمان $y = - x + 4$ و $y = x + 2$.
يلتقي المستقيمان في النقطة A ، ويقطعان المحور y في النقطتين B و C ، كما هو موصوف في الرسم.
أ. جد إحداثيات النقاط A و B و C.
ب. بين أن المثلث ABC هو :
(1)متساوي الساقين.
(2) قائم الزاوية.
ج.AE هو مستقيم متوسّط للضلع BC في المثلّث ABC .
جد معادلة المستقيم المتوسّط AE. علّل.
د. مدّوا المستقيم المتوسط AE حتّى النقطة F ، و بذلك تَكَوَّنَ المربّع ABFC.
جد إحداثيات النقطة F . علّل .



2.النقطة($A(3 , -6$ تقع على محيط الدائرة $(x - 8)^2 + (y - 4)^2 = R^2$ (انظر الرسم).
أ.جد معادلة الدائرة.
ب.النقطة($O(0 , 0$ هي منتصف القطعة AB .
(1)جد إحداثيات النقطة B .
(2)بيّن بواسطة التعويض ، أنّ النقطة B تقع على محيط الدائرة .
مرّروا مماسًّا للدائرة في النقطة A .
ج.جد معادلة المماس.
د.مرّروا عبر النقطة B مستقيما يوازي المحورy .
المستقيم الموازي يقطع في النقطة C المماس الذي وجدته في البند "جـ" (انظر الرسم) .
جد احداثيات النقطة C .

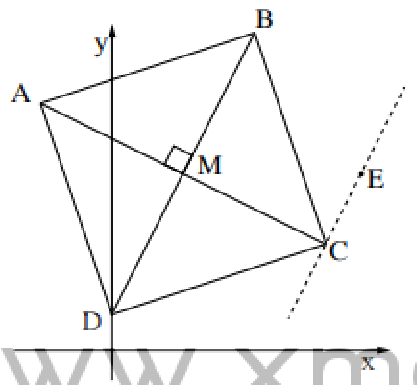


شتاء 2016

معطى المربّع ABCD .

قطرا المربّع يلتقيان في النقطة $M\ (2\ ,\ 5)$ (انظر الرسم).

إحداثيّات الرأس D هي$(0, 1)$.



أ. جد ميل المستقيم DM .

ب. جد معادلة القطر AC .

ج. معطى مستقيم يوازي المستقيمDM و يمرُ عبر النقطة$E(7\ ,\ 5)$.

(1)جد معادلة المستقيم الموازي .

(2)المستقيم الذي وجدته في البند الفرعيّ جـ (1) يمرّ عبر الرأسC. جد إحداثيات الرأسC .

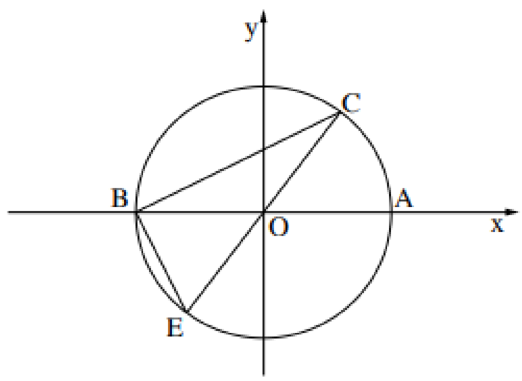
د.جد محيط المربّع ABCD .

معطاة دائرة معادلتها $x^2 + y^2=100$.

الدائرة تقطع المحور xفي النقطتين A و B ،كما هو موصوف في الرسم .

النقطة C تقع على محيط الدائرة في الربع الأوّل ، و إحداثيّها ال x هو 6 .

أ.جد إحداثيّات النقطتين Aو B .



ب. جد الإحداثي y للنقطة C .

ت. CE هو قطر في الدائرة(انظر الرسم).

(1)جد إحداثيّات النقطة E .

(2)بيّن أن $BC \perp BE$.

(3)جد مساحة المثلّث CBE .

صيف 2015 موعد ب

معطى المستطيل ABCO ،الذي اثنان من أضلاعه موضوعان على المحورين، كما هو موصوف في الرسم . القطر AC موضوع على مستقيم معادلته $y=-3x + 9$

أ.جد نقطتَي تقاطع المستقيم AC مع المحورين

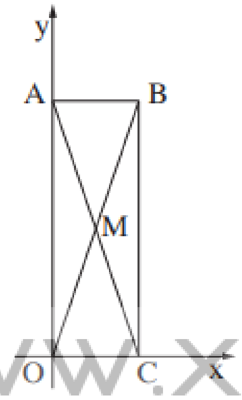
ب. ما هي معادلة المستقيم الموضوع عليه الضلع AB ؟

جـ. 1.جد إحداثيّات الرأس B.

2.جد معادلة القطر OB.

د. قطرا المستطيل يلتقيان في النقطة M

جد مساحة المثلث AMB



دائرة مركزها M(4,5) تمس المحور x في النقطة A (انظر الرسم)

أ. ما هو إحداثيّ x للنقطة A ؟

ب. 1.ما هو طول نصف قطر الدائرة؟

2.اكتب معادلة الدائرة

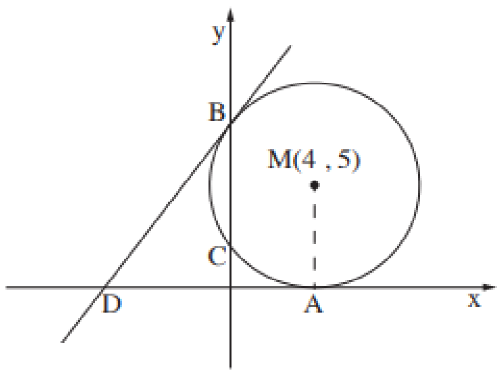
الدائرة تقطع المحور y في النقطتين B وC (B فوق C)

جـ 1.جد إحداثيّات النقطة B وإحداثيّات النقطة C.

2.جد معادلة المستقيم الذي يمسّ الدائرة في النقطة B.

د. المماسّ الذي وجدتَ معادلته في البند الفرعيّ "جـ (2)" يقطع المحور x في النقطة D (انظر الرسم).

جد محيط المثلث DAM



صيف 2015 موعد أ

معطى مستقيمان، I وَ II

$$I : y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$II : y = \frac{1}{2}x - 4$$

المستقيم I يقطع المحور x في النقطة B.

المستقيم II يقطع المحور x في النقطة A (انظر الرسم).

أ.جد إحداثيّات النقطة A، وإحداثيّات النقطة B.

مرّروا عبر النقطة A عمودًا على المستقيم I.

العمود يقطع المستقيم في النقطة C (انظر الرسم).

ب.1.جد معادلة العمود AC.

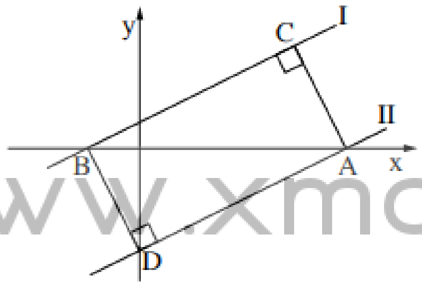
2.جد إحداثيّات النقطة C.

مرروا عبر النقطة B عمودًا على المستقيم II.

العمود يقطع المستقيم في النقطة D (انظر الرسم)

جـ. أيّ شكل رباعيّ هو ACBD ؟ علل

د. جد مساحة الشكل الرباعيّ ACBD.



معطاة دائرة معادلتها: $(x+2)^2+(y-4)^2=20$

الدائرة تقطع المحور y في جزئه الموجب في النقطة A (انظر الرسم).

أ.جد إحداثيّات النقطة A.

Mهي مركز الدائرة

امتداد AM يقطع الدائرة في النقطة C .

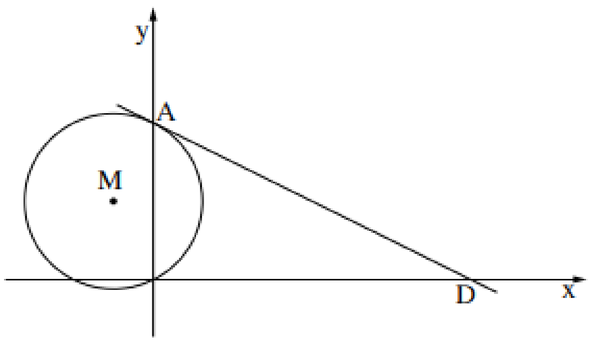
ب.جد إحداثيّات النقطة C.

مرّروا عبر النقطة A مماسًّا للدائرة.

جـ. جد معادلة المماسّ .

المماسّ يقطع المحور x في النقطة D.

د. جد إحداثيّات النقطة D .



شتاء 2015

القطران في المعيَّن ABCD يلتقيان في النقطةM (انظر الرسم).

معطى أنّ : $A(6,5), C(-2,1)$

أ.جد إحداثيّات النقطة M

ب.جد معادلة القطرBD

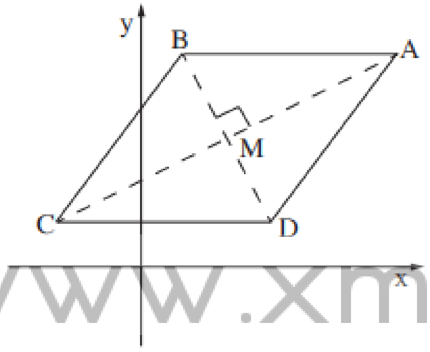
جـ. معطى أنّ الضلع AB يوازي المحور x.

1) ما هو الإلحداثيّ y للرأس B ؟

2) جد الإلحداثيّ x للرأس B.

3) جد مساحة المثلّث ABC

4) جد مساحة المعيَّن ABCD



معطاة دائرة تُحقِّق: $(x-4)^2+(y+2)^2=R^2$

النقطة M هي مركز الدائرة.

النقطة $B(2,-6)$ تقع على محيط الدائرة (انظر الرسم).

أ.جد R^2 ، واكتب معادلة الدائرة

ب. جد معادلة المستقيم BM.

المستقيم BM يقطع الدائرة في نقطة إضافيّة A.

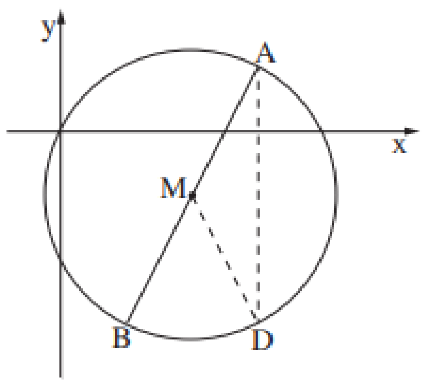
جـ. جد إحداثيّات النقطة A.

مرّروا عبر النقطة A مستقيمًا يوازي المحور y.

هذا المستقيم يقطع الدائرة في نقطة إضافيّة D (انظر الرسم)

د. 1. جد إحداثيّات النقطة D.

2. جد طول الوتر AD.



صيف 2014 موعد ب

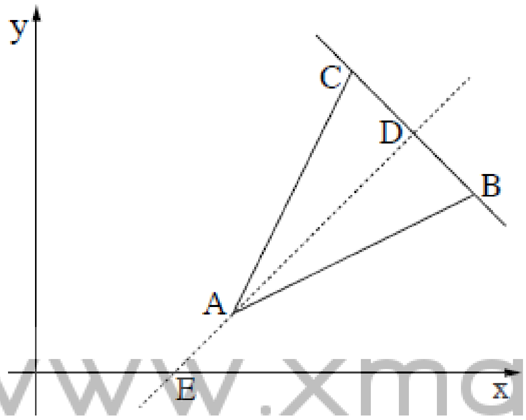
النقطتان $A(4,1)$ و $B(8,3)$ هما رأسان في المثلث المتساوي الساقين ABC ($AB = AC$).

الضلع BC موضوع على المستقيم $y = -x+11$

أنزلوا من النقطة A ارتفاعا على الضلع BC

الارتفاع يقطع BC في النقطة D

والمحور x في النقطة E (انظر الرسم)



أ-(1) جد ميل المستقيم (AD)

(2) جد معادلة المستقيم (AD)

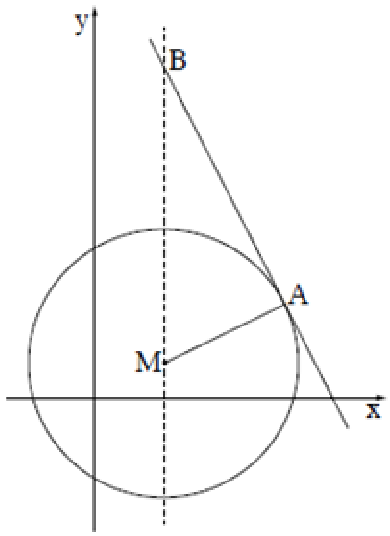
ب- جد احداثيات النقاط E و D و C.

ج- فسّر لماذا المثلث CEB هو متساوي الساقين.

معطاة دائرة مركزها M ومعادلتها $(x-6)^2 + (y-3)^2 = 125$

في النقطة A التي على محيط الدائرة ، مرورا مماسا ميله -2

الإحداثي x للنقطة A هو 16 (انظر الرسم)



أ-(1) جد الإحداثي y للنقطة A

(2) جد معادلة المماس للدائرة في النقطة A.

ب-المستقيم $x=6$ يقطع المماس الذي

وجدته في البند "أ" في النقطة B، كما هو موصوف في الرسم .

جد إحداثيات النقطة B

ج- جد مساحة المثلث AMB.

صيف 2014 موعد أ

معطى المثلث ABC

ضلعا المثلث ABوBC موضوعان على

المستقيمين $y = \frac{1}{2}x + 2$ و $y = -2x + 17$ (انظر الرسم)

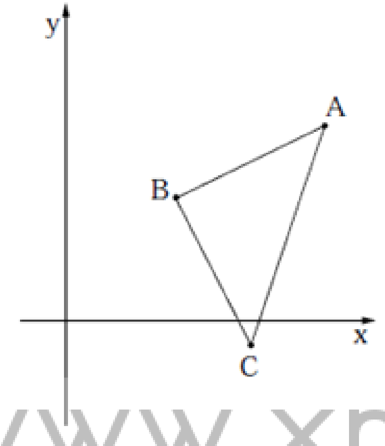
أ. جد إحداثيات النقطة B

ب. الإحداثي x للنقطة A هو 12 جد الاحداثي y للنقطة A

ج. معطى ان احداثيات النقطة C هي C (9;-1)

برهن ان المثلث ABC هو مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين.

د. احسب مساحة المثلث ABC .



معطاة دائرة معادلتها $x^2 + (y-5)^2 = R^2$ ومركزها M

النقطة A(4,8) تقع على محيط الدائرة .

أ. جد R، واكتب معادلة الدائرة

مرروا عبر النقطة A مستقيما يوازي المحورx

هذا المستقيم يقطع الدائرة في نقطة اضافية B

(انظر الرسم)

ب. (1) جد معادلة المستقيم الموازي للمحورx

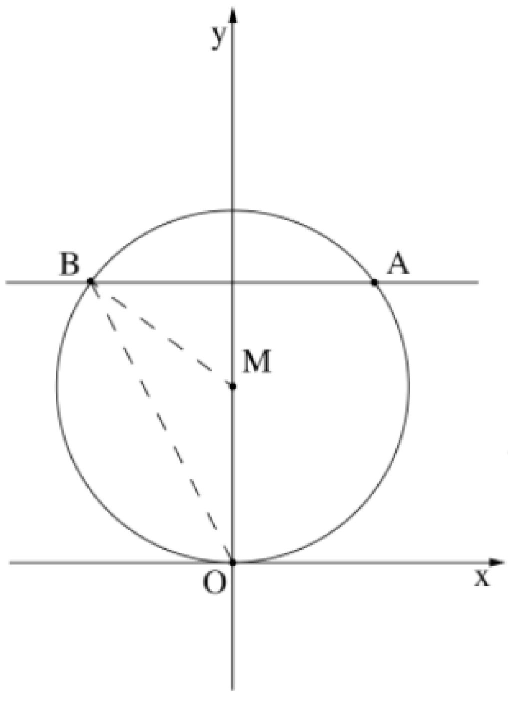
(2) جد احداثيات النقطة B

ج. (1) بيّن بمساعدة الحسابات انّ الدائرة

تمر عبر نقطة اصل المحور O

(2) جد محيط المثلث BMO

دقق في اجابتك حتى رقمين بعد الفاصلة العشرية.



شتاء 2014

الرأس A للمستطيل ABCD موضوع على المحور x والرأس B للمستطيل موضوع على المحور y (انظر الرسم).

معادلة المستقيم AD هي $y = \frac{1}{2}x - 3$

أ.(1) جد إحداثيّات النقطة A

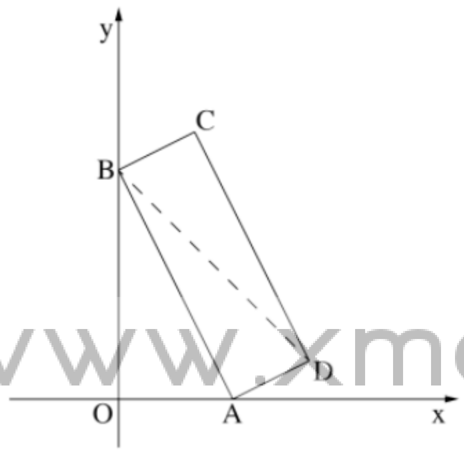
(2)جد ميل الضلع AB

(3) جد إحداثيّات النقطة B

ب. الاحداثيّ x للنقطة D هو 10 . جد الإحداثيّ y للنقطة D

ج. احسب مساحة الشكل الرباعيّ OBDA

(O نقطة أصل المحاور).



دائرة مركزها في النقطة M (2 , 4)

تمرّ عبر نقطة أصل المحاور O(0, 0)،

وتقطع المحورين في النقطتين A وَ B أيضًا (انظر الرسم).

أ. جد معادلة الدائرة.

ب.جد إحداثيّات النقطتين A وَ B.

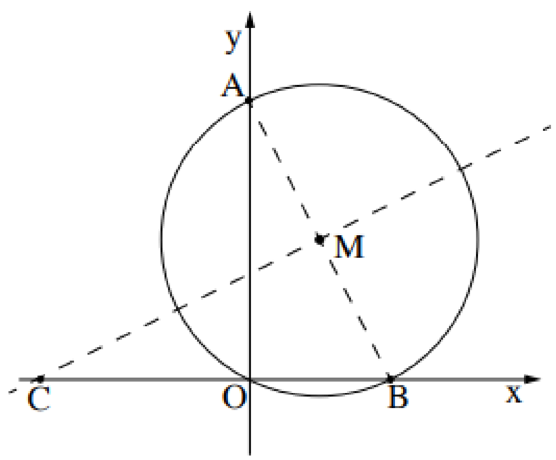
جـ. بيّن أنّ AB هو قطر في الدائرة.

د. مرّروا عبر مركز الدائرة مستقيمًا يعامد AB ،

ويقطع المحور x في النقطة C

(انظر الرسم)

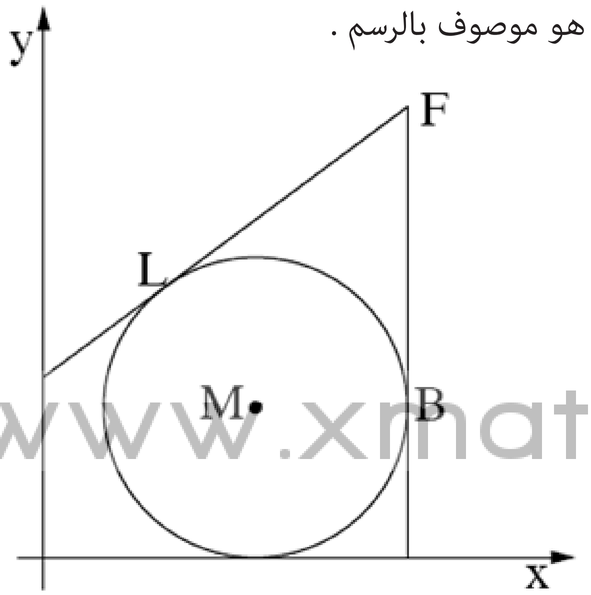
جد إحداثيّات النقطة C



صيف 2013 موعد ب

معطاة دائرة معادلتها $(x-7)^2+(y-5)^2=25$ و مركزها M .

مرروا مستقيما يمس الدائرة في النقطة L التي فيها x = 4 , كما هو موصوف بالرسم .



أ. (1) جد ميل ML .

(الاحداثي y ل L أكبر من 1) .

(2) جد معادلة المماس في النقطة L .

المستقيم x = 12 يمس الدائرة في النقطة B .

يلتقي المماسان في النقطة F , كما هو موصوف بالرسم .

ب. (1) جد احداثيات النقطة F .

(2) جد مساحة المثلث FMB .

معادلتا المستقيمين I و II اللذين في الرسم هما : $y=2x+10$ و $y=2x+30$.

أ. أية معادلة هي للمستقيم I ,

و أية معادلة هي للمستقيم II ؟ علل .

ب. المستقيم III يعامد المستقيم II و يقطعه

في النقطة A التي فيها x = 4 .

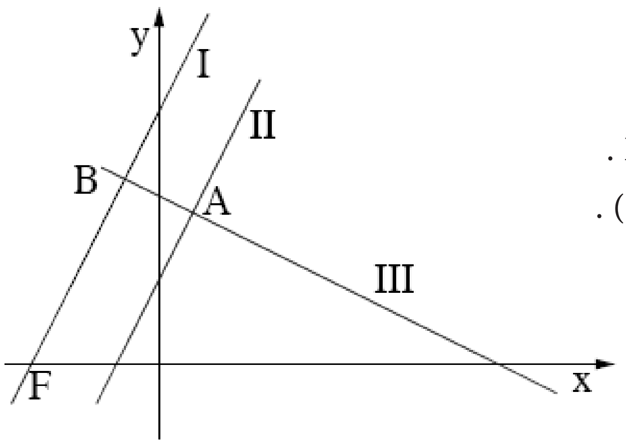
جد معادلة المستقيم III .

ج. (1) بين أن المستقيم III يعامد المستقيم I.

(2) المستقيم III يقطع المستقيم I في النقطة B .

المستقيم I يقطع المحور x في النقطة F (أنظر الرسم) .

جد مساحة المثلث FBA .



صيف 2013 موعد أ

معطى مستقيمان : $I:\ y=2x+10$

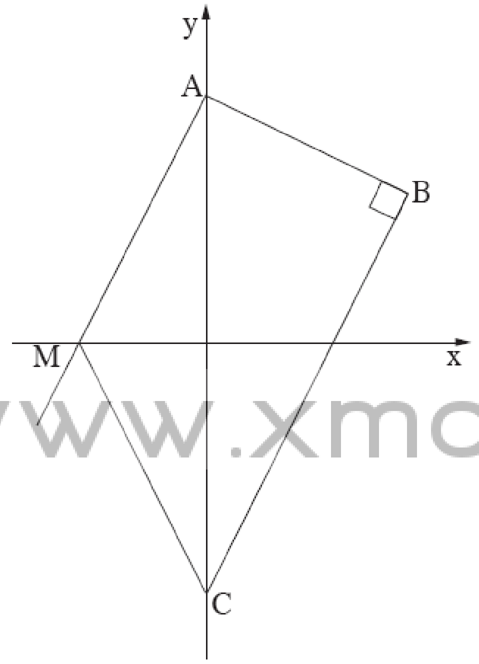
و $II:\ y=2x-10$.

المستقيم I يقطع المحور y في النقطة A .

المستقيم II يقطع المحور y في النقطة C .

مرروا عبر النقطة A عمودا على المستقيم ,

يقطع المستقيم II في النقطة B (أنظر الرسم).



أ.جد احداثيات النقطة B .

ب. المستقيم I يقطع المحور x في النقطة M .

جد مساحة شبه المنحرف ABCM .

معطاة دائرة معادلتها $(x-4)^2+(y-3)^2=25$

الدائرة تقطع المحورين في النقاط A و B و O , كما هو موصوف بالرسم .

أ.جد معادلة المستقيم AB .

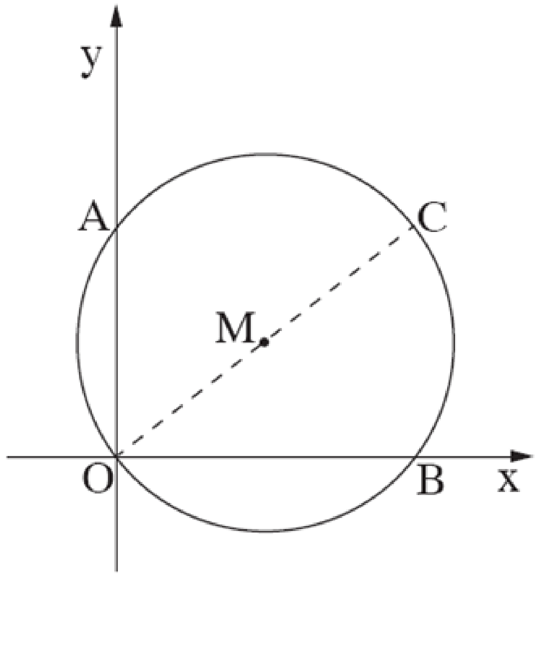
ب. بين أن مركز الدائرة M موجود على المستقيم AB .

ج. OC هو قطر في الدائرة (أنظر الرسم) .

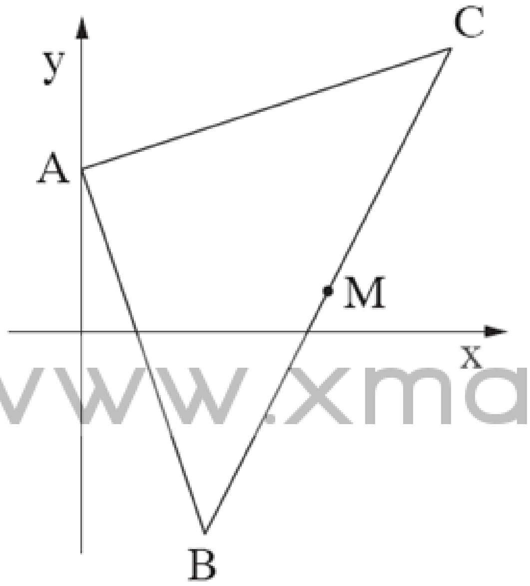
جد احداثيات النقطة C .

د. جد معادلة المستقيم المتوسط للضلع

AC في المثلث AMC .



شتاء 2013



معطى في الرسم الذي أمامك أن :

$B\ (3,-5)$, $C\ (9,7)$ و النقطة A موجودة على المحور y .

معادلة المستقيم الموضوع عليه الضلع AB

هي $y = mx + 4$ (m هو بارامتر).

أ. (1) جد احداثيات النقطة A .

(2) جد m .

ب. برهن أن المثلث BAC هو قائم الزاوية .

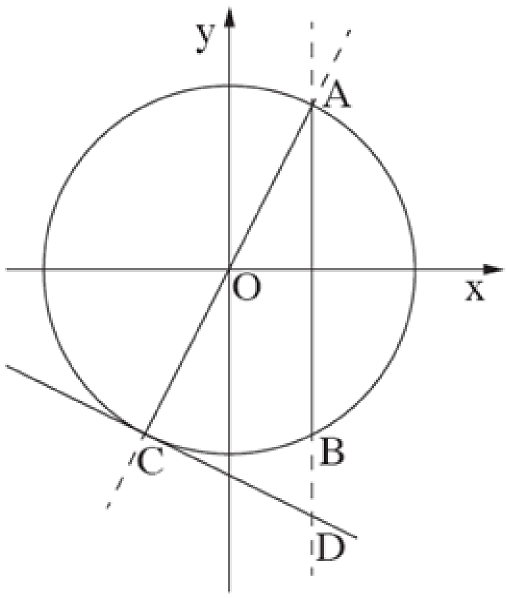
ج. النقطة M هي منتصف الضلع BC .

معطاة نقطة D في الربع الأول (لا تظهر في الرسم) .

بحيث يكون الشكل الرباعي AMDC متوازي أضلاع

($AC \parallel MD$ و $AM \parallel CD$) .

جد احداثيات النقطة D . فصل حساباتك .



في الرسم الذي أمامك معطاة الدائرة $x^2 + y^2 = 125$

(O نقطة أصل المحاور) .

A و B هما نقطتا تقاطع الدائرة مع المستقيم $x = 5$.

AC هو قطر في الدائرة .

أ. جد احداثيات النقطتين A و B .

ب. جد معادلة المستقيم الموضوع عليه قطر الدائرة AC .

ج. نمرر مماسا للدائرة في النقطة C .

جد معادلة المماس .

د. امتداد القطعة AB يقطع المماس في النقطة D .

جد احداثيات النقطة D .

صيف 2012 موعد ب

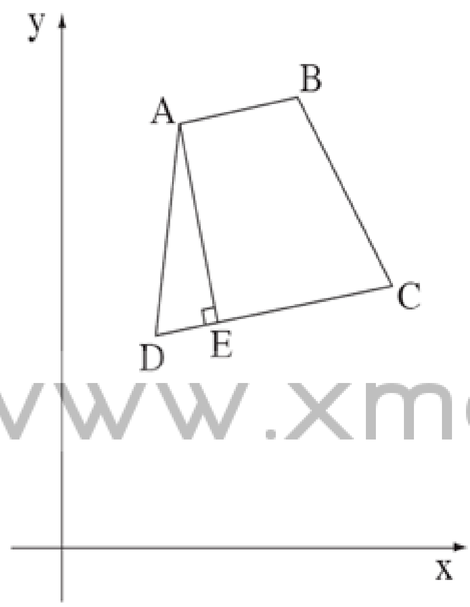
يعرض الرسم الذي أمامك شكلا رباعيا ABCD رؤوسه هي :

(5,16)

(10,17)

(14,10)

(4,8)



أ. لائم كل راس للحرف الذي يلائمه في الرسم .

ب. (1) جد ميل كل واحد من أربعة أضلاع الشكل الرباعي .

(2) فسر لماذا الشكل الرباعي ABCD هو شبه منحرف .

ج. معطى أن AE هو ارتفاع شبه المنحرف . جد:

(1) معادلة AE .

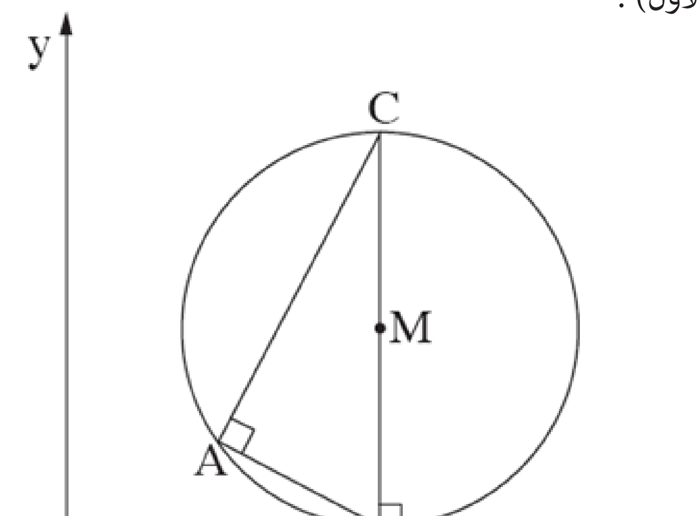
(2) إحداثيات النقطة E .

يعرض الرسم الذي امامك دائرة مركزها M (في الربع الأول) .

الدائرة تمس المحور x في النقطة B .

AB و AC هما وتران متعامدان في الدائرة .

BC هو قطر في الدائرة .



أ. معطى أن معادلة المستقيم الموضوع عليه

الوتر AB , هي $y=-\frac{1}{2}x+4$.

و معطى أيضا أن BC = 10 .

(1) جد احداثيات النقطة B .

(2) جد احداثيات النقطة C .

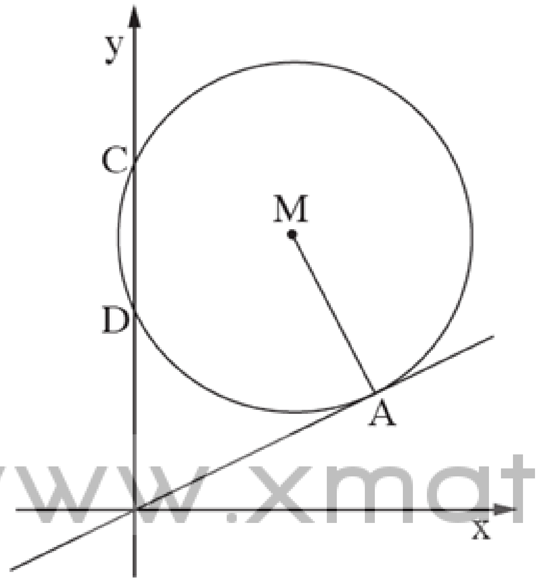
(3) جد معادلة الدائرة .

ب. (1) جد معادلة المستقيم الموضوع عليه الوتر AC .

(2) جد احداثيات النقطة A .

صيف 2012 موعد أ

في الرسم الذي امامك دائرة مركزها M .
C و D هما نقطتا التقاطع مع محور y .



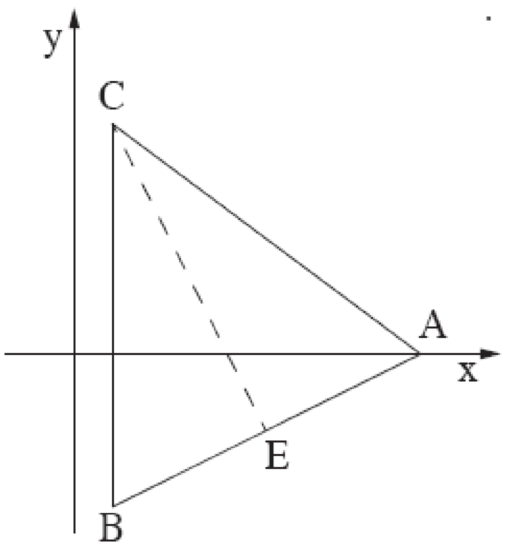
معطى أن الدائرة تمس المستقيم $y=\frac{1}{2}x$
في النقطة(6,3) A .

أ. جد معادلة المستقيم الموضوع عليه نصف القطر AM .

ب. معطى أن مركز الدائرة M يقع على المستقيم y = 7 .
جد معادلة الدائرة .

ج. (1) جد طول القطعة DC .
(2) جد مساحة المثلث CDM .

رؤوس مثلث معين هي : (1,6) A (9,0) , B (1,-4) , C .
النقطة E هي منتصف الضلع AB .



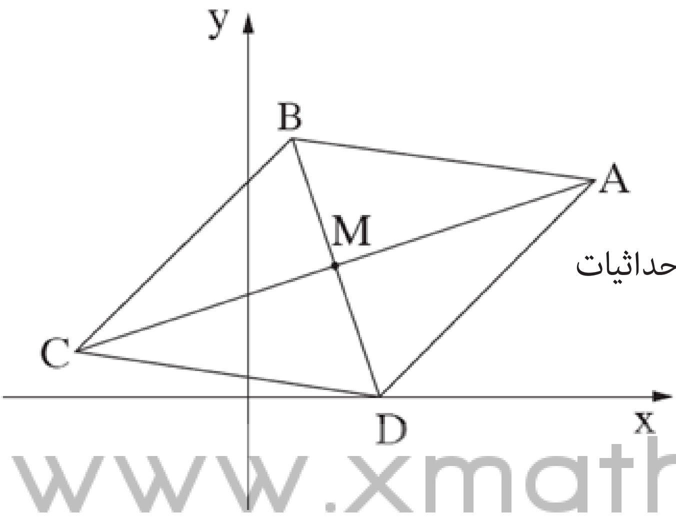
أ. جد معادلة المستقيم المتوسط للضلع AB .

ب. جد معادلة الارتفاع على الضلع AB .

ج. بين ان المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين (BC = AC)
(بإمكانك الاعتماد على نتيجتي البندين السابقين) .

د. جد مساحة المثلث ABC .

شتاء 2012



أمامك المعين ABCD .

قطرا المعين يلتقيان في النقطة M (أنظر الرسم) .

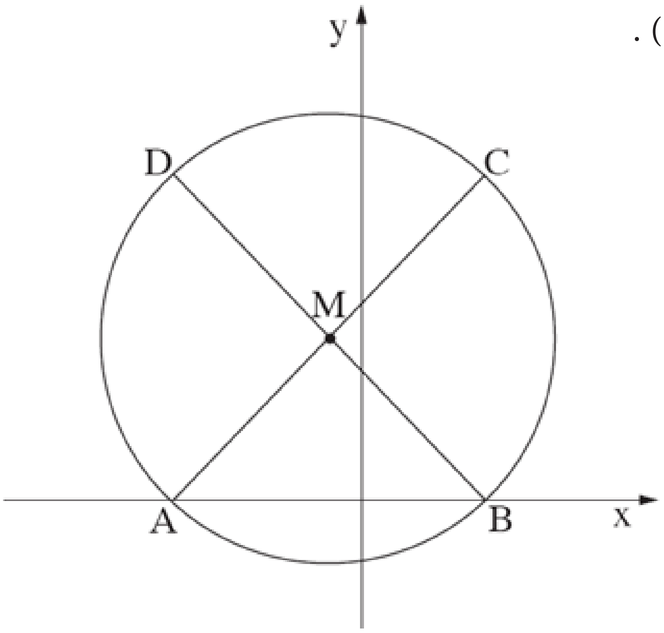
معطى أن : A (8,5) , C (-4,1).

أ. جد احداثيات النقطة M .

ب. جد معادلة القطر BD.

ج. معطى أن النقطة D تقع على المحور x . جد إحداثيات النقطتين B و D .

د. جد مساحة المعين .



معطاة دائرة معادلتها $(x+1)^2+(y-5)^2=50$ و مركزها في النقطة M .

A و B هما نقطتا تقاطع الدائرة مع المحور x (أنظر الرسم) .

أ. (1) جد احداثيات النقاط A , B , M .

(2) كل واحدة من القطعتين AC و BD هي قطر في الدائرة .

جد إحداثيات النقطتين C و D .

ب. (1) جد معادلة المستقيم المتوسط للضلع AC في المثلث ADC .

(2) أشر ب E الى نقطة تقاطع امتداد المستقيم المتوسط DM مع المحور y .

جد مساحة المثلث AEB .

صيف 2011 موعد ب

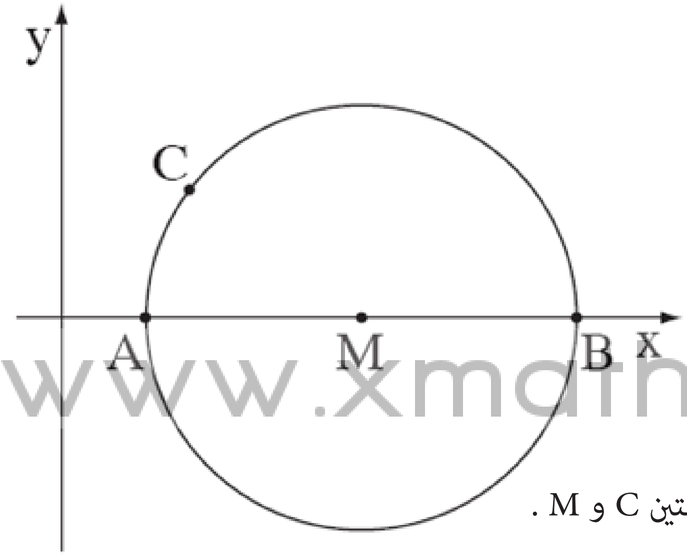
في الرسم البياني الذي أمامك معطاة دائرة معادلتها $(x-7)^2+y^2=R^2$

(M مركز الدائرة) .

النقطتان A و B هما نقطتا تقاطع الدائرة مع المحور x .

النقطة C موجودة على محيط الدائرة في الربع ال I .

معطى أن طول القطعة AB هو 10 سم .



أ. جد نصف قطر الدائرة R ,
و أكتب معادلة الدائرة .

ب. جد احداثيات النقطتين A و B .

ج. معطى أن المستقيم $y=\frac{4}{3}x-1$
يمس الدائرة في النقطة C .

(1) جد معادلة المستقيم الذي يمر عبر النقطتين C و M .

(2) جد احداثيات النقطة C .

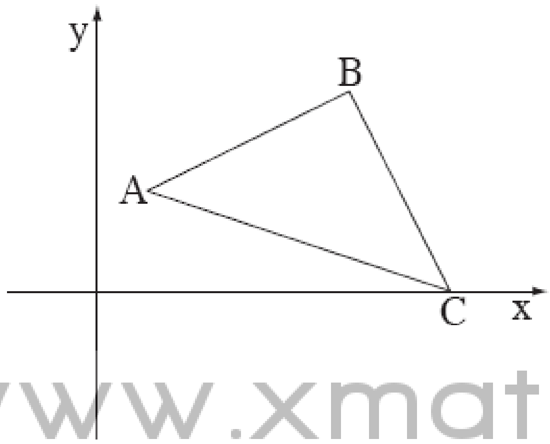
د. مرروا عبر النقطة C مستقيما يوازي المحور y و يقطع المحور x في النقطة D .
جد مساحة المثلث CDB .

صيف 2011 موعد أ

في المثلث القائم الزاوية ABC ($\measuredangle ABC = 90°$)

معطى أن $A\ (2,4)\ ,\ B\ (10,8)$

الرأس C موجود على المحور x (أنظر الرسم) .



أ. جد معادلة الضلع BC .

ب. جد إحداثيات النقطة C .

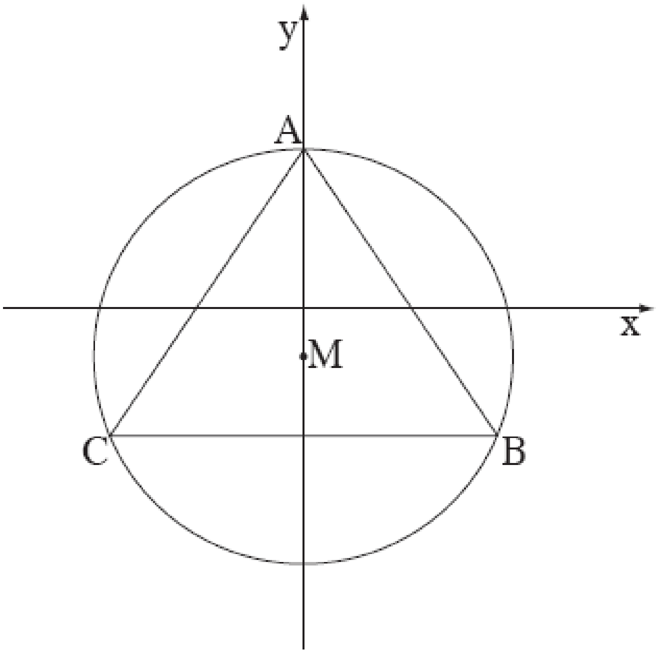
ج. جد معادلة الدائرة التي قطرها هو AC .

د. هل النقطة B موجودة على محيط الدائرة التي وجدتها في البند "ج" ؟ علل .

الدائرة $x^2+(y+3)^2=169$ تقطع الجزء الموجب من المحور y في النقطة A .

C و B هما نقطتان على محيط الدائرة بحيث BC توازي المحور x (أنظر الرسم) .

معطى أن $C\ (-12,-8)$.



أ. جد إحداثيات النقطتين A و B .

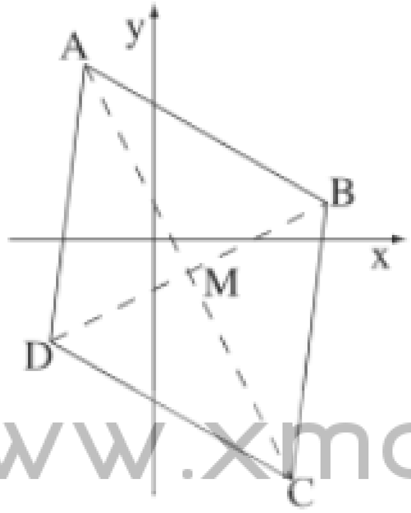
ب. احسب طول القطعة BC .

ج. احسب مساحة المثلث ABC .

د. جد معادلة المماس للدائرة في النقطة A .

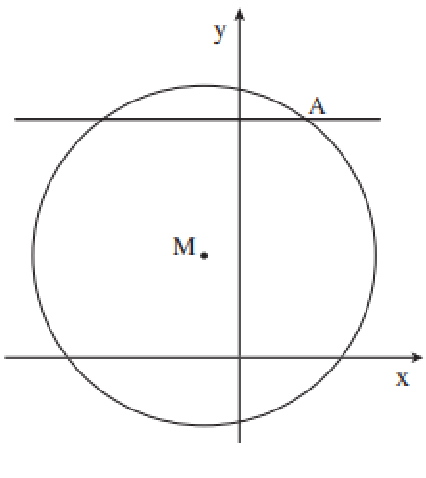
شتاء 2011

في المعين ABCD معطى الرأسان :(2,5-) A , (5,1) B (أنظر الرسم) .
أحد قطري المعين موجود على المستقيم y = -2x + 1 .



أ. أي من القطرين AC أم BD ,
موضوع على المستقيم المعطى ؟
ب. جد معادلة القطر الثاني للمعين .
ج. يلتقي قطرا المعين في النقطة M (أنظر الرسم) .
جد احداثيات النقطة M .
د. جد احداثيات النقطة D .
ه. احسب مساحة المثلث AMB .

النقطة Mهي مركز الدائرة $(x+1)^2+(y-3)^2=25$.
النقطة A هي نقطة تقاطع المستقيم y = 7 مع الدائرة (أنظر الرسم) .
معلوم ان النقطة A موجودة في الربع الأول .



أ. جد احداثيات النقطة A .
ب. جد ميل المستقيم MA .
ج. جد معادلة المستقيم الذي يمس الدائرة
في النقطة A .
د. مرروا عبر النقطة M عمودا على المستقيم y = 7 .
العمود يقطع المستقيم في النقطة B .
جد مساحة المثلث AMB .

صيف 2010 موعد ب

رأسان متجاوران في المستطيل ABCD هما :
B (4,3) , A (0,1) (أنظر الرسم) .

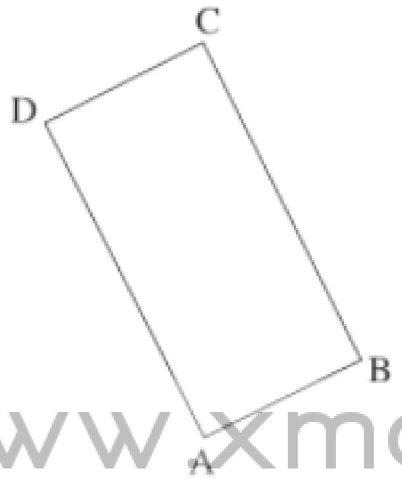
معادلة القطر BD هي $y=-\frac{3}{4}x+6$

أ. (1) جد ميل الضلع AB .

(2)جد معادلة الضلع AD .

ب. جد إحداثيات الرأس D .

ج. احسب مساحة المستطيل .



دائرة مركزها (2,4) تمر عبر نقطة أصل المحاور O (0,0) (أنظر الرسم) .

أ. (1) جد نصف قطر الدائرة .

(2) أكتب معادلة الدائرة .

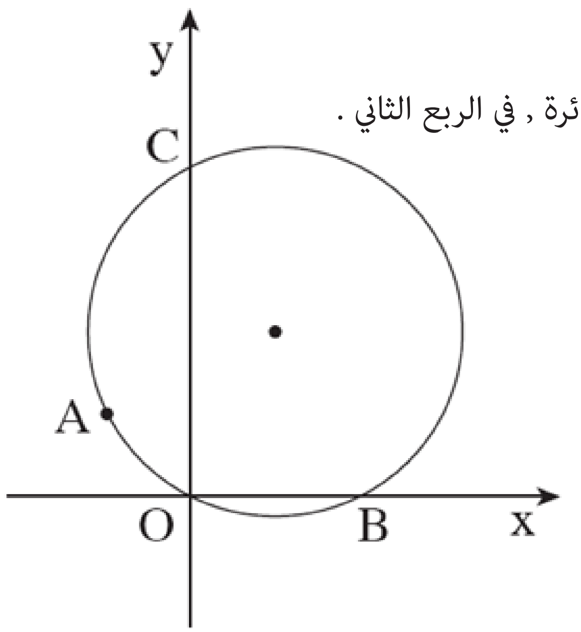
النقطة A , التي إحداثيها الy هو 2 , موجودة على محيط الدائرة , في الربع الثاني .

ب. جد الإحداثي xللنقطة A .

الدائرة تقطع المحور x , في نقطة إضافية B ,

و المحور yفي النقطة C (أنظر الرسم) .

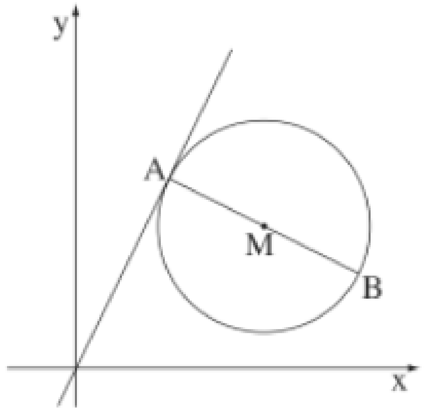
ج. هل الوتر AO يوازي الوتر BC ؟ علل .



صيف 2010 موعد أ

النقطة$M\ (3,4)$ هي منتصف القطعة AB (أنظر الرسم) .

الإحداثي x للنقطة B هو 6 .



أ. (1) جد الإحداثي x للنقطة A .

(2) النقطة A موجودة على مستقيم معادلته $y = 2x$.

جد الإحداثي y للنقطة A .

(3) جد الإحداثي y للنقطة B .

ب. عبر النقطتين A و B اللتين وجدت إحداثياتهما , تمر دائرة .

القطعة AB هي قطر في الدائرة (أنظر الرسم) .

جد معادلة الدائرة .

ج. بين أن المستقيم الذي معادلته $y = 2x$ يقطع الدائرة في نقطة واحدة فقط .

(أي ان المستقيم يمس الدائرة) .

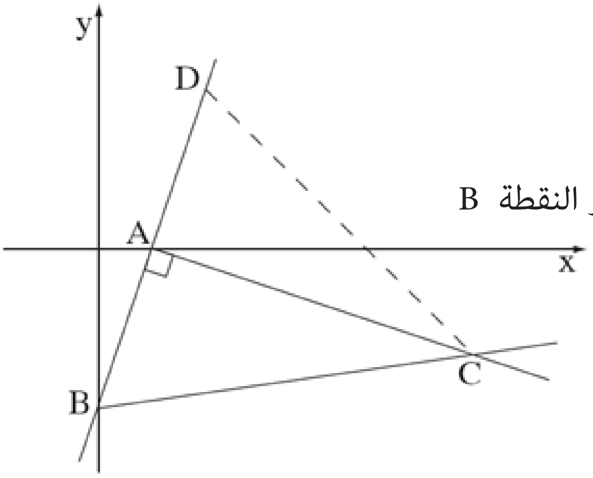
د. المستقيم $x = 6$ يقطع الدائرة في النقطة Bو في نقطة إضافية C .

جد معادلة المستقيم AC .

معطى مستقيم معادلته $y = 3x - 3$.

المستقيم يقطع المحور x في النقطة A ,

و يقطع المحور y في النقطة B (أنظر الرسم) .



أ. جد إحداثيات النقطة A , و إحداثيات النقطة B .

مرروا عبر النقطة A عمودا على المستقيم المعطى , و مرروا عبر النقطة B مستقيما يقطع العمود في النقطة C (أنظر الرسم) .

ب. جد معادلة العمود AC .

ج. معطى أن ميل BC هو $\frac{1}{7}$.

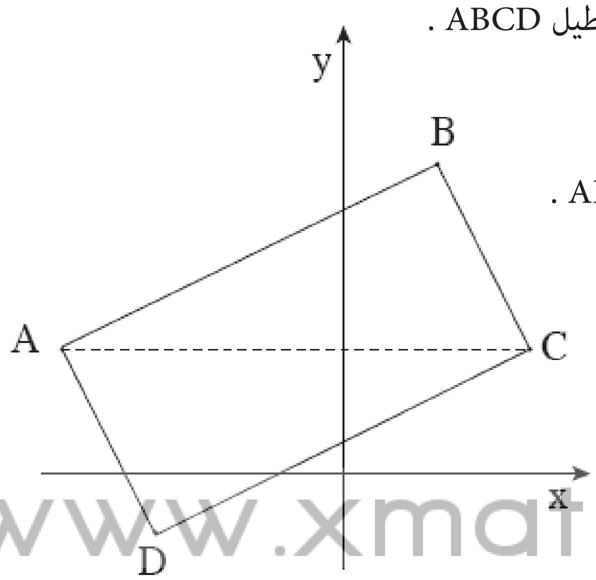
جد إحداثيات النقطة C .

د. النقطة D موجودة على المستقيم $y = 3x - 3$

بحيث يكون المثلث BCD متساوي الساقين $BC = DC$ (أنظر الرسم) .

جد مساحة هذا المثلث .

شتاء 2010



النقطتان(3,10) B و (6,4) C هما رأسان متجاوران في المستطيل ABCD .

القطر AC يوازي المحور x (أنظر الرسم) .

أ. (1) جد ميل BC .

(2) جد معادلة المستقيم الموضوع عليه الضلع AB .

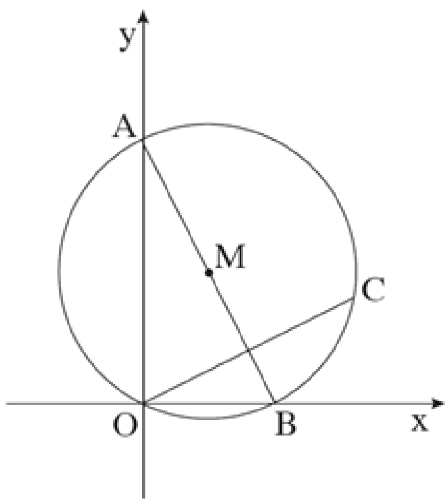
(3) جد إحداثيات الرأس A .

ب. جد معادلة المستقيم الموضوع عليه DC .

ج. الضلع DC بقطع المحور y في النقطة E ,

و القطر AC يقطع المحور y في النقطة F .

جد طول القطعة EF .



معطاة دائرة معادلتها $(x-3)^2+(y-6)^2=45$

الدائرة تمر من نقطة أصل المحاور O , و تقطع المحورين في النقطتين A و B أيضا (أنظر الرسم) .

أ. جد إحداثيات النقطتين A و B.

ب. مرروا عبر النقطة O عمودا على القطر AB .

العمود يقطع الدائرة في النقطة C .

(1) جد معادلة المستقيم OC .

(2) جد إحداثيات النقطة C .

(3) جد مساحة المثلث OCB .

إجابات تمارين

الهندسة التحليلية

صيف 2017 موعد ب

أ. النقطة B تقع على محور x , $y=0$.

لدينا $0=\frac{1}{2}x-4$

$4=\frac{1}{2}x \quad /:(\frac{1}{2})$

إذن x=8 ومنه $B(8,0)$

النقطة D تقع على محور y , $x=0$.

إذن $y_D=\frac{1}{2}\cdot 0-4=-4$

ومنه فإن $D(0,-4)$

ب. لدينا النقطة D هي منتصف [AB].

وبالتالي $/\cdot 2$ $0=\frac{8+x_A}{2}$ و $/\cdot 2$ $-4=\frac{0+y_A}{2}$

$0=8+x_A$ $\quad$ $-8=y_A$

$x_A=-8$

إذن :A(-8;-8)

ج. نجد معادلة المستقيم المار بـ $D(0,-4)$ و يوازي BC .

ميل AB هو $\frac{1}{2}$ $\Leftarrow$ ميل BC هو -2 .

لأن $AB \perp BC \longrightarrow m_{AB}.m_{BC}=-1$

.

إذن المعادلة هي : $y-(-4)=-2(x-0)$

$y+4=-2x$

$y=-2x-4$

د.(1) الضلع AC يوازي محور x و يمر بـ $A(-8,-8)$ لذلك معادلة AC هي $y=-8$

نعوض $y=-8$ في $y=-2x-4$.

وبالتالي $-8=-2x-4$

$2x=4 \quad /:2$

إذن $x=2 \quad \rightarrow F(2,-8)$

(2)نجد مساحة ΔADF .

AF قاعدة المثلث و h إرتفاعه

إذن $AF = x_F - x_A = 2-(-8) = 10$

$h = -4 - (-8) = 4$

$S_{\Delta ADF} = \frac{AF \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20$

أ.مركز الدائرة $M(3,0)$ نصف القطر $R = 5$.

نعوض ب $y = 0$

وبالتالي $(x-3)^2 + 0 = 25 \longrightarrow x^2-6x+9 = 25$

$\longrightarrow x^2-6x-16 = 0 \longrightarrow (x-8)(x+2) = 0$

ومنه $\longrightarrow x=8 \quad x=-2$

إذن $A(-2;0)$ و $B(8;0)$.

ب. الإحداثي للنقطة C

$(-1-3)^2 + y^2 = 25 \rightarrow 16 + y^2 = 25$

$\rightarrow y^2 = 9 / \sqrt{}$

$\rightarrow y = \pm 3$

النقطة C في الربع الأول إذن $y_C = 3$

و منه $C(-1;3)$

ج.ميل نصف القطر MC .

$$m_{MC} = \frac{0-(-3)}{3-(-1)} = \frac{3}{4} \longrightarrow m_{\text{المماس}} = \frac{-4}{3} = -1\frac{1}{3}$$

(المماس يعامد نصف القطر).

معادلة المماس :

$$y-(-3) = -1\frac{1}{3}(x-(-1))$$

$$y+3 = -1\frac{1}{3}x - 1\frac{1}{3}$$

$$y = -1\frac{1}{3}x - 4\frac{1}{3}$$

د. BD يوازي محور y ، لذلك $x_D = x_B = 8$.

نعوض $x = 8$ في معادلة المماس.

لدينا $y = -1\frac{1}{3}x - -4\frac{1}{3}$

إذن $D(8;--15): y = -1\frac{1}{3}.8 - 4\frac{1}{3} = -15$

نحسب محيط الشكل الرباعي BMCD .

$BM = MC = R = 5$

$BD = yB - yD = 0 - (-15) = 15$

$DC = \sqrt{(8 - (-1))^2 + (-15 -(-3))^2}$

$= \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$

ومنه محيط الشكل الرباعي $40 = 15+ 15+ 5 + 5$

صيف 2017 موعد أ

أ.(1) نجد احداثيات B

حسب المعطيات الضلع BC موضوع على المحور x

وبالتالي $y = 0$

نعوض ب $y=0$

$$0 = \frac{-3}{4}x + 3$$

$$\frac{3}{4}x = 3$$

إذن $x = 4$

$B(4,0)$

(2) حسب المعطيات لدينا : $BC = 10$

و $BC = x_C - x_B$

إذن $x_C - x_B = 10$

$x_C - 4 = 10$

منه $x_c = 14$

إذن $C(14;0)$

ب.معادلة BD .

لدينا B في منتصف AC.

وبالتالي

$$y_D = \frac{12+14}{2} = 13$$

$$x_D = \frac{-6+0}{2} = -3$$

$D(13;-3)$

نحسب ميل BD

$$M_{BD} = \frac{-3-0}{13-4} = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$$

ومنه فالمعادلة هي :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{-1}{3}(x - 4)$$

$$y = \frac{-1}{3}x + \frac{4}{3}$$

ج.نحسب m_{AC} .

$$m_{AC}=\frac{0-(-6)}{14-12}=\frac{6}{2}=3$$

$$m_{AC}\cdot m_{BD}=3\cdot(-\frac{1}{3})=-1$$

يتحقق شرط التعامد $\Leftarrow AC\perp BD$.

د.مساحة المثلث ABC

$$S_{ABC}=\frac{10\bullet h}{2}$$

$$S_{ABC}=\frac{10\bullet 6}{2}=30$$

هـ.مساحة ΔBCD

لدينا $h=|y_D|=3$ ارتفاع ΔBCD

ومنه مساحة ΔBCD هي :

$$S_{\Delta BCD}=\frac{10\cdot h}{2}$$

$$=\frac{10\cdot 3}{2}=\frac{30}{2}=15$$

انطلاقا من السؤالين السابقين نستنج أن مساحة ΔABC أكبر بمرتين من مساحة ΔBCD :

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta BCD}}=\frac{30}{15}=2$$

أ. (1) لدينا $x_M=x_D=4$

$$\Downarrow$$

إذن $R=MD=5-0=5$

(2) ومنه المعادلة هي : $(x-4)^2+(y-5)^2=25$

ب. A,B تقاطع الدائرة مع محور y اذن x=0 .

نعوض ب x=0 في معادلة الدائرة $(0-4)^2+(y-5)^2=25$

$16+(y-5)^2=25$

$(y-5)^2=9$

$y^2-10x+16=0$

$(y-8)(y-2)=0$

$y=8 \qquad y=2$

$A(0,8) \qquad B(0,2)$

ج.بما أن القطر هو BC فان⇐ M منصف BC .

$$\frac{0+x_C}{2}=4 \qquad \frac{2+y_C}{2}=5$$

إذن $x_C=8$ $\qquad$ $y_C=8$

$$C(8,8)$$

د.محيط ΔCMD.

لدينا $MD=MC=R=5$

إذن $d_{DC}=\sqrt{(8-4)^2+(8-0)^2}=\sqrt{80}$, المحيط $=\sqrt{80}+5+5=18.94$.

شتاء 2017

أ.(1) ميل AB : $m_{AB}=\frac{3-1}{8-2}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

(2) AB يعامد BC .

ومنه $m_{BC}\cdot m_{AB}=-1 \ \to \cdot m_{BC}\cdot\frac{1}{3}=-1 \ \to m_{BC}=-3$.

إذن معادلة BC هي :

$$B(8,\,3), m_{BC}=-3$$
$$y-3=-3(x-8)$$
$$y-3=-3x+24$$
$$y=-3x+27$$

ب. النقطة C تقع على محور x أي $y_C=0$.

نعوض في المعادلة ب $y_C=0$

$$0=-3x+27$$
$$3x=27$$

إذن $x=9 \quad \to C(9,0)$

ج. $E(4,0)$ هي منصف AD .

$$4=\frac{2+x_D}{2} \ /\cdot 2 \qquad 0=\frac{1+y_D}{2} \ /\cdot 2$$
$$8=2+x_D \qquad 0=1+y_D$$

إذن $x_D=6$ $\qquad$ $y_D=-1$

د.نفحص إذا كان ΔBCD متساوي ساقين بحساب طول الضلعين BC وDC .

$$d_{BC}=\sqrt{(8-9)^2+(3-0)^2}=\sqrt{10}$$

$$\text{DC=BC} \longleftarrow \quad d_{DC}=\sqrt{(6-9)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{10}$$

ومنه ΔBCD متساوي الساقين .

أ.نعوض $(0,0)$ في معادلة الدائرة .

$$(0-5)^2+(0-12)^2=R^2$$
$$169=R^2$$
$$R=13$$

إذن نصف قطر الدائرة هو R=13

ب.لدينا معادلة الدائرة $(x-5)^2+(y-12)^2=169$.

المركز $M(5,12)$، مرّروا قطر يوازي محور x .

$$[x_C=x_M-13=5-13=-8],[x_D=x_M+13=5+13=18],[y_D=y_C=12]$$

إذن $C(-8,12)$, $D(18,12)$.

ج.معادلة المماس في $B(10,0)$.

ميل MD : $n_{MB}=\frac{12-0}{5-10}=\frac{12}{-5}=\frac{12}{-5}$

المماس يعامد نصف القطر إذن $m=\frac{5}{12}$.

إذن معادلة المماس هي : $y-0=\frac{5}{12}(x-10)$

$$y=\frac{5}{12}x-4\frac{1}{6}$$

د.المماس $y=\frac{5}{12}x-4\frac{1}{6}$ يقطع محور y في $E(0,-4\frac{1}{6})$.

إذن مساحة المثلث $S_{\Delta OEB}=\frac{BO\cdot OE}{2}=\frac{10\cdot 4\frac{1}{6}}{2}=20\frac{5}{6}$

صيف 2016 موعد ب

أ.المستقيم $y = x - 1$ عمودي على BC لذلك ميل BC مقلوب و مضاد ميل $(y = x - 1) \Leftarrow m_{BC} = -1$.

و منه المعادلة هي : $y - 3 = -1(x - 2)$

$$y - 3 = -x + 2$$
$$y = -x + 5$$

ب.(1) النقطة E هي نقطة تقاطع المستقيمين.

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$
$$x - 1 = -x + 5$$
$$2x = 6 \quad / : 2$$

إذن $x = 3 \quad \rightarrow y = 3 - 1 = 2 \ \rightarrow E(3,2)$

(2) AE ارتفاع على القاعدة BC في مثلث متساوي الساقين لذلك هو منصف أيضا.

$$3 = \frac{2 + x_C}{2} \ / \cdot 2 \qquad 2 = \frac{3 + y_C}{2} \ / \cdot 2$$
$$6 = 2 + x_C \qquad 4 = 3 + x_C$$
$$x_C = 4 \qquad y_C = 1$$

ومنه $C(4,1)$

ج.(1) نبيّن أن DC يعامد BC .

$$m_{DC} = \frac{7 - 1}{10 - 4} = \frac{6}{6} = 1$$
$$m_{DC} \cdot m_{BC} = 1 \cdot (-1) = -1$$

إذن DC يعامد BC .

(2) نحسب مساحة شبه المنحرف.

القاعدتين AE , DC ، الإرتفاع EC.

$$d_{DC} = \sqrt{(10-4)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{27} \approx 8.485$$
$$d_{AE} = \sqrt{(6-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{18} \approx 4.243$$
$$d_{EC} = \sqrt{(3-4)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2} \approx 1.414$$
$$S_{AECD} = \frac{(DC + AE) \cdot EC}{2} = \frac{(\sqrt{72} + \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}}{2} = 9$$

أ.(1) نحسب طول نصف قطر الدائرة.

$$AO = R = \sqrt{(9-6)^2 + (11-7)^2} = \sqrt{25}$$
$$R = 5$$

(2) ومنه معادلة الدائرة هي : $(x-6)^2 + (y-7)^2 = 25$.

ب. نعوض x=9 في معادلة الدائرة.

$$(9-6)^2 + (y-7)^2 = 25$$
$$9 + (y-7)(y-7) = 25$$
$$9 + y^2 - 7y - 7y + 49 = 25$$
$$y^2 - 14y + 33 = 0$$
$$y_{1,2} = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4\cdot 1\cdot 33}}{2\cdot 1}$$
$$y_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{14 \pm 8}{2}$$
$$y_1 = \frac{14+8}{2} = \frac{22}{2} = 11 = y_A$$

ومنه $$y_2 = \frac{14-8}{2} = \frac{6}{2} = 3 = y_B \rightarrow B(9,3)$$

ج. نجد معادلة قطر الدائرة.

$$m_{BO} = \frac{7-3}{6-9} = \frac{4}{-3} = -1\frac{1}{3}$$
$$O(6,7)\ ,\ m_{BO} = -1\frac{1}{3}$$
$$y - 7 = -1\frac{1}{3}(x-6)$$
$$y - 7 = -1\frac{1}{3}x + 8$$

ومنه معادلة قطر الدائرة هي $y = -1\frac{1}{3}x + 15$

د. نحسب مساحة المثلث.

المستقيم $x = 9$ يوازي محور y ، لذلك الإرتفاع على الضلعAB يوازي محور x .

إذن معادلة الإرتفاع هي $y = 7$ و هو يقطع الضلع AB في $C(9,7)$.

$$d_{AB} = y_A - y_B = 11 - 3 = 8$$
$$d_{OC} = x_C - x_O = 9 - 6 = 3$$
$$S_{\Delta AOB} = \frac{AB\cdot OC}{2} = \frac{8\cdot 3}{2} = 12$$

صيف 2016 موعد أ

أ. لدينا المستقيم $y=-x+4$ ميله سالب $(m=-1)$ ، و يقطع المحور y في النقطة $B(0,4)$
والمستقيم $y=x+2$ ميله موجب $m=+1$ ، و يقطع المحور في النقطة $C(0,2)$.

ومنه احداثيات A هي :
$$\begin{cases} y=-x+4 \\ y=x+2 \end{cases}$$
$$x+2=-x+4$$
$$2x=2$$

في الأخير نستنتج أن $x=1 \rightarrow y=1+2=3 \rightarrow A(1,3)$

ب. (1) نبيّن أن المثلث ABC متساوي الساقين .

$$\left.\begin{array}{l} d_{AB}=\sqrt{(1=0)^2+(3-4)^2}=\sqrt{2} \\ d_{AC}=\sqrt{(1-0)^2+(3-2)^2}=\sqrt{2} \end{array}\right\} AB=AC$$

ومنه المثلث ABC متساوي الساقين.

(2) نبيّن أن المثلث ABC قائم الزاوية.

$(m_{AC}\cdot m_{AB}=1\cdot(-1)=-1) \Leftarrow$ يتحقق شرط التعامد .

اذن المثلث ABC قائم الزاوية.

ج.نجد نقطة المنصف E .

$$x_E=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{0+0}{2}=\frac{0}{2}=0 \ , \ y_E=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{4+2}{2}=\frac{6}{2}=3$$

و بما أن $y_E=y_A=3$ لذلك معادلة AE هي $y=3$.

د. النقطة E هي نقطة إلتقاء الأقطار أي منصّفAF : $A(1,3)$ $F(x,3)$.

$$0=\frac{x_F+1}{2} \quad /\cdot 2$$
$$0=x_F+1$$
$$x_F=-1$$
$$F(-1,3)$$

اذن احداثيات F هي F(-1,3)

أ.نجد قيمة R بتعويض $A(3,-6)$ في الدائرة .

ومنه شعاع الدائرة هو : $R=\sqrt{(8-3)^2+(4-(-6))}$

$R=\sqrt{125}$

و بالتالي معادلة الدائرة هي: $(x-8)^2+(y-4)^2=125$.

ب.(1) O هي منصف AB .

ومنه إحداثيات B هي $\cdot 2$ / $0=\frac{x_B+3}{2}$ $\cdot 2$ / $0=\frac{y_B-6}{2}$

$0=x_B+3$ $0=y_B-6$

$x_B=-3$ $y_B=6$

إذن $B(-3,6)$.

(2)نعوض $B(-3,6)$ في الدائرة .

$$(-3-8)^2+(6-4)^2=125$$

$$125=125$$

إذن $B(-3,6)$ تنتمي للدائرة.

ج. نجد معادلة المماس في $A(3,-6)$.

ميل MA . $m_{MA}=\frac{4-(-6)}{8-3}=\frac{10}{5}=2$

المماس يعامد MA نصف القطر $\Leftarrow m=-\frac{1}{2}$

لدينا $y-(-6)=-\frac{1}{2}(x-3)$

$y+6=-\frac{1}{2}x+1.5$

إذن معادلة المماس في $A(3,-6)$ هي $y=-\frac{1}{2}x-4.5$

د. C تقع على المستقيم $y=-\frac{1}{2}x-4.5$.

احداثي x للنقطة C هو 3 − لأن BC يوازي محور y, $x_C=x_B=-3$.

وبالتالي $y=-\frac{1}{2}\cdot(-3)-4.5=-3$.

$C(-3,-3)$

شتاء 2016

أ.ميل المستقيم DM: $m_{DM}=\frac{1-5}{0-2}=\frac{-4}{-2}=2$.

ب.الأقطار في المربع متعامدة.

ومنه الميل هو : $m_{AC}\cdot m_{DM}=-1 \;\to \cdot m_{AC}\cdot 2=-1 \;\to m_{AC}=-\frac{1}{2}$

نجد معادلة القطر AC, لدينا $m_{AC}=-\frac{1}{2}$, $M(2,5)$.

$$y-5=-\frac{1}{2}(x-2)$$

$$y-5=-\frac{1}{2}x+1$$

ومنه معادلة القطر هي $y=-\frac{1}{2}x+6$

ج.(1)ميل المستقيمات المتوازية متساوي $m=m_{DM}=2$.

لدينا $E(7,5)\ ,\ m=2$

ومنه المعادلة التالية: $y-5=2(x-7)$

$$y-5=2x-14$$

$$y=2x-9$$

(2) نجد إحداثيات النقطة C

لدينا $\begin{cases} y=2x-9 \\ y=-\frac{1}{2}x+6 \end{cases}$

$$2x-9=-\frac{1}{2}x+6$$

$$2\frac{1}{2}x=15$$

إذن إحداثيات النقطة C هي : $x=6 \;\to y=2\cdot 6-9=3 \;\to C(6,3)$

د. نجد طول ضلع المربع $d_{DC}=\sqrt{(0-6)^2+(1-3)^2}=\sqrt{40}$.

و منه : محيط المربع = $4\sqrt{40}$

أ. نعوض $y=0$ لإيجاد A,B .

$$x^2+0^2=100$$

$$A(10,0)-B(-10,0)$$

ب. نعوض $x=6$ لإيجاد C .

$$6^2+y^2=100$$

$$y^2=64 \quad y=\pm 8$$

بما أن C في الربع الأول إذن $y_C=8$.

ج. CE قطر في الدائرة .

(1) O مركز الدائرة حسب نقطة المنحنى .

ومنه إحداثيات E هي $E(-6,-8)$

$$\left.\begin{array}{l} 0=\frac{6+x_E}{2} \rightarrow 0=6+x_E \rightarrow -6=x_E \\ 0=\frac{8+y_E}{2} \rightarrow 0=8+y_E \rightarrow -8=y_E \end{array}\right\}$$

(2)لدينا ميل BE هو $m_{BE}=\frac{0-(-8)}{-10-(-6)}=\frac{-8}{-4}=-2$.

و ميل BC هو $m_{BC}=\frac{0-8}{-10-6}=\frac{-8}{-16}=\frac{1}{2}$.

وبالتالي $m_{BE}\cdot m_{BC}=-2\cdot\frac{1}{2}=-1$ $BC\perp BE$.

(3)نجد الأطوال القائمة في ΔCBE .

$$d_{BE}=\sqrt{(-10-(-6))^2+(0-(-8))^2}=\sqrt{80}$$

$$d_{BC}=\sqrt{(-10-6)^2+(0-8)^2}=\sqrt{320}$$

ومنه مساحة المثلث هي : $S_{\Delta CBE}=\frac{BE\cdot BC}{2}=\frac{\sqrt{80}\cdot\sqrt{320}}{2}=\frac{160}{2}=80$

صيف 2015 موعد ب

أ.التقاطع مع محورx : $y=0$.

نعوض $y=0$ في المعادلة $0=-3x+9 \quad /:+3x$

$$3x=9 \quad /:3$$

ومنه إحداثيات C هي $x=3 \rightarrow C(3,0)$

التقاطع مع محور y : $x=0$.

نعوض $x=0$ في المعادلة

ومنه إحداثيات Aهي $y=-3\cdot 0+9=9 \rightarrow A(0,9)$

ب.الضلع AB يوازي OC لذلك $y_B = y_A = 9$ و معادلة $y_B = y_A = 9$ هي $y = 9$.
ملاحظة (OC على محور x لذلك ميل AB يساوي صفر).

ج. (1) الضلع BC يوازي OA لذلك $x_B = x_C = 3$.
إذن $B(3,9)$.
(2) معادلة OB حسب النقطة (0;0) و ميل m_{OB}.

$$m_{OB} = \frac{y_B - y_O}{x_B - x_O} = \frac{9}{3} = 3$$
$$\Rightarrow y = m_{OB}.x = 3x$$

د. أقطار المستطيل مقسمة لأربعة مثلثات متساوية المساحة.
ومنه نستنتج أن مساحة المستطيل هي $S_{ACBO} = OA \cdot OC = 9 \cdot 3 = 27$
ومساحة المثلث هي $S_{\Delta AMB} = \frac{27}{4} = 6.75$.

أ.الدائرة التي مركزها $M(4,5)$ تمس محورx .

و بما أن نصف القطر يعامد المماس فإن $x_A = x_B = 4$
$x_A = 4$

ب.(1) نصف القطر: $R = y_M - y_A = 5 - 0 = 5$.
(2) معادلة الدائرة $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$.

ج.(1) الدائرة تقطع محور y في y لذلك نعوض ب x=0 .

$$(0-4)^2 + (y-5)^2 = 25$$
$$16 + (y-5)(y-5) = 25$$
$$16 + y^2 - 5y - 5y + 25 = 25$$
$$y^2 - 10y + 16 = 0$$
$$y_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1}$$
$$y_{1,2} = \frac{10 \pm 6}{2}$$

ومنه

إحداثيات B هي $y_1 = \frac{10+6}{2} = \frac{16}{2} = 8 \rightarrow B(0,8)$
إحداثيات C هي $y_2 = \frac{10-6}{2} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow C(0;2)$

(2)لإيجاد معادلة المماس .

نحسب ميل BM .

$m_{BM}=\frac{8-5}{0-4}=\frac{3}{-4}=-\frac{3}{4} \Leftarrow m=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$ المماس. (مقلوب و مضاد) لأن نصف القطر يعامد المماس.

نحسب المعادلة $y-8=1\frac{1}{3}(x-0)$

إذن معادلة المماس هي $y=1\frac{1}{3}x+8$

د.نحسب احداثيات D نعوض y=0 .

$$0=1\frac{1}{3}x+8$$

$$-1\frac{1}{3}x=8$$

ومنه إحداثيات D هي $x=-6 \rightarrow D(-6,0)$

نحسب أطوال أضلاع المثلث DAM . $DM=\sqrt{(4-(-6))^2+(5-0)^2}=\sqrt{125}=11.18$

$MA=R=5$

$DA=x_A-x_D=4-(-6)=10$

محيط المثلث: $11.18+5+10=26.18$

صيف 2015 موعد أ

أ . المستقيم $y=\frac{1}{2}x+1$ يقطع محور x في النقطة B أي y = 0 .

$$0=\frac{1}{2}x+1/\bullet 2$$
$$0=x+2$$
$$x=-2\rightarrow B(-2,0)$$

ومنه احداثيات B هي B(– 2,0) :

المستقيم $y=\frac{1}{2}x-4$ يقطع محورx في النقطةA أي y = 0 .

$$0=\frac{1}{2}x-4/\bullet 2$$
$$0=x+8$$
$$8=x\rightarrow A(8,0)$$

ومنه احداثيات A هي A(8,0).

ب.

(1) AC يعامد المستقيم I الذي ميله $\frac{1}{2}$ اذاً $m_{AC}\cdot\frac{1}{2}=-1$, $m_{AC}=-2$

نجد معادلة العمود AC : A(8,0) , m_{AC} = – 2 .

y – 0 = – 2(x – 8)

إذن معادلة العمود هي y = – 2x +16

(2) نجد احداثياتC :

$$y=\frac{1}{2}x+1$$
$$y=-2x+16$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{1}{2}x+1=-2x+16$$
$$\Downarrow$$
$$2.5\,\mathrm{x}=15\Rightarrow \mathrm{x}=6$$

ومنه إحداثيات C هي C(6,4)

ج. المستقيمان المعطيان متوازيان لأن ميلهما متساوي .

$$m_{BC} = m_{DA} = \frac{1}{2}$$

لذلك الزاوية A قائمة الزاوية و الشكل الرباعي له ثلاث زوايا °90 . (الشكل الرباعي له أربع زوايا قائمة هو مستطيل)

$$\measuredangle A = \measuredangle C = \measuredangle D = 90$$

د. مساحة المستطيل

$$d_{BC} = \sqrt{(-2-6)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{80}$$

$$d_{AC} = \sqrt{(8-6)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{20}$$

مساحة المستطيل = $BC.AC = \sqrt{80}.\sqrt{20} = 40$

أ . معطى دائرة معادلتها $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$, المركز M(– 2,4) نصف القطر $\sqrt{20}$.

نعوض x = 0 لإيجاد احداثيات A :

$$(0+2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$4 + y^2 - 8y + 16) = 20$$

$$y = 0$$

$$y = 8$$

$$A(0,8) \quad \leftarrow$$

لأن احداثي y لـ A موجب

ومنه إحداثيات A هي A(0,8)

ب. امتداد AM يقع في النقطة C ، لذلك M هي منصف AC .

لدينا

$$4 = \frac{8 + y_C}{2} \quad /.2$$

$$8 = 8 + y$$

$$y = 0$$

و

$$-2 = \frac{0 + x_C}{2}$$

$$-4 = x_C$$

ومنه إحداثيات C هي $C(-4,0)$

ج. معادلة المماس .

نحسب ميلAM :

$$m_{AM} = \frac{8-4}{0-(-2)} = \frac{4}{2} = 2$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

(المماس يعامد نصف القطر)

$$m = -\frac{1}{2}; A(0,8); \mathrm{AD}$$

نحسب معادلة

$$y - 8 = -\frac{1}{2}(x - 0)$$

ومنه معادلة المماس هي :

$$y = -\frac{1}{2}x + 8$$

د. المماس يقطع المحورx في D

نعوض y = 0 :

$$0=-\frac{1}{2}x+8$$
$$0=-x+16$$
$$x=16$$

إذن الإحداثيات هي D(16,0) .

شتاء 2015

أ . نجد احداثيات نقطة التقاء القطرين .(اقطار المعين تنصف بعضها) .

Mهي منتصفAC .

$$\left.\begin{array}{l} x_M=\dfrac{x_C+x_A}{2}=\dfrac{-2+6}{2}=\dfrac{4}{2}=2 \\ y_M=\dfrac{y_C+y_A}{2}=\dfrac{1+5}{2}=\dfrac{6}{2}=3 \end{array}\right. \Rightarrow M(2,3)$$

ب. اقطار المعين متعامدة .

$$m_{AC}=\frac{5-1}{6-(-2)}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

ميل BD (مقلوب و مضاد) :

$$M(3,2),\ \ m_{BD}=-2$$

معادلة BD :

$$y-3=-2(x-2)$$
$$y-3=-2x+4$$

ومنه نستنتج المعادلة التالية :

$$y = -2x + 7$$

ج. (1) معطى أنAB يوازي محور x . لذلك احداثي y متساويان .

$$y_B = y_A = 5$$

(2) نعوض $y_B = 5$ في معادلة BD .

$$5 = -2x + 7$$

$$2x = 2 \quad / : 2$$

$$x = 1$$

$$x_B = 1$$

ومنه إحداثيات B هي (1 ,5)B .

(3) نجد مساحةABC .

h ارتفاع خارجي لـ AB .

لدينا $AB = 6 - 1 = 5$

ومنه $h = 5 - 1 = 4$

إذن مساحة المثلث هي $S_{ABC} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

(4) مساحة المعين $S_{ABCD} = AB \bullet h = 5 \bullet 4 = 20$. و يمكن من خلال ضرب مساحة المثلث ب 2 .

.2

أ.معادلة الدائرة $(x-4)^2 + (y+2)^2 = R^2$ (المركز $M(4, -2)$, نصف القطرR) .

نعوض $B(2, -6)$, و نجد R^2 .

$$R^2 = 2(2 + -6) + 2(4 - 2)$$

$$R^2 = 16 + 4$$

$$R^2 = 20$$

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 20, \quad R^2 = 20$$

ب. ميل BM : $m_{BM}=\frac{-6-(-2)}{2-4}=\frac{-4}{-2}=2$.

نجد معادلة BM : $M(4,2), \mathrm{m_{BM}}=2$.

$$y-(-2)=2(x-4)$$

$$y+2=2x-8 \quad /-2$$

إذن معادلةBM هي : y = 2x – 10 .

ج. AB هو قطر في الدائرة لذلك M(4، –2) هو منصف القطر AB.

$$\left.\begin{aligned} 4=\frac{2+x_A}{2}\rightarrow 8=2+x_A\rightarrow 6=x_A \\ -2=\frac{6+y_A}{2}\rightarrow -4=-6+x_A\rightarrow 2=y_A \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad A(6,2)$$

د.

(1) AD يوازي محور y $\quad x_A=x_D=6$

لذلك نعوض x = 6 في معادلة الدائرة .

$$(6-4)^2+(y+2)^2=20$$

$$y_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot(-12)}}{2\cdot1}$$

$$y_{1,2}=\frac{-4\pm8}{2}$$

$$y_1=\frac{-4+8}{2}=\frac{4}{2}=2$$

$$y_2=\frac{-4-8}{2}=\frac{-12}{2}=-6\rightarrow D(6,-6)$$

(2) $AD=y_A-y_D=2-(-6)=8$

صيف 2014 موعد ب

أ- (1) المستقيم AD يعامد الضلع BC ،

الضلع BC موضوع على المستقيم الذي معادلته $y= - x + 11$

لذلك : $m_{BC} = -1$

حاصل ضرب ميلي المستقيمين المتعامدين هو 1-

لذلك يتحقق: $m_{AD} \cdot m_{BC} = (-1)$

$\Downarrow$

2) ميل المستقيم AD هو: $m_{AD} = 1$

المستقيم AD يمر عبر النقطة $A(4,1)$

وميله 1 ، لذلك معادلته : $y - 1 = 1 \cdot (x- 4)$

$\Downarrow$

معادلة المستقيمAD هي: $y = x-3$

ب- تقاطع المستقيم $y=x-3$ مع المحور x

هو في النقطة التي فيها $y=0$ ، لذلك : $0 = x - 3$

$\Downarrow$

$x=3$

إحداثيات النقطة E هي$E(3 ,0)$.

في النقطة D المستقيم الذي معادلته $y=x - 3$

يتقاطع مع المستقيم الذي معادلته $y= -x +11$

لذلك يتحقق : $x - 3 = -x + 11$

$\Downarrow$

$2x + 14$

$\Downarrow$

$$x = 7$$

$$\Downarrow$$

$$y = 4$$

إحداثيات النقطة Dهي (4 , 7) D

في المثلث المتساوي الساقين ABC الذي فيه AB=AC

الارتفاع AD هو ايضا مستقيم للضلع BC

لذلك النقطة C هي منتصف الضلع BC ويتحقق:

$$\frac{x_C + x_B}{2} = 7 \qquad \frac{y_C + y_B}{2} = 4$$

$$\Downarrow \quad , \quad \Downarrow$$

$$\frac{x_C + 8}{2} = 7 \qquad \frac{y_C + 3}{2} = 4$$

$$\Downarrow \quad , \quad \Downarrow$$

$$x_C = 6 \quad , \quad y_C = 5$$

$$\Downarrow$$

إحداثيات النقطة C هي: C(6 , 5)

هـ. <u>الطريقة 1</u>

المثلث CEB هو متساوي الساقين اذا تحقق EB=EC

نجد طولي القطعتينEB و EC

E(3,0) , B (8 , 3) , C (6 , 5)

$$EB^2 = (3 - 8)^2 + (0 - 3)^2 = 34$$

$$EC^2 = (3 - 6)^2 + (0 - 5)^2 = 34$$

$$\Downarrow$$

$$EB^2 = EC^2$$

$$\Downarrow$$

$$EB = EC = \sqrt{34}$$

اذا كان في المثلث ضلعان متساويات فإن المثلث متساوي الساقين

<u>الطريقة2</u>

ED يعامد BC ، أي لنه ارتفاع المثلث CEB

ED هو ايضا مستقيم متوسط للضلع BC في المثلث CEB

المثلث الذي فيه الارتفاع على الضلع هو ايضا مستقيم متوسط للضلع هو ايضا مثلث متساوي الساقين.

لذلك مثلث CEB هو متساوي الساقين.

أ- (1) <u>الطريقة1</u>

النقطة A تقع على محيط الدائرة .لذلك احداثيات النقطة A تحقق معادلة الدائرة.

لذلك نعوّض الاحداثي x للنقطة A في معادلة الدائرة وينتج : $(16 - 6)^2 + (y - 3)^2 = 125$

$$\Downarrow$$

$$(y - 3)^2 = 25$$

$$\Downarrow$$

$$y = 8 \quad , y = -2$$

النقطةA تقع في الربع الاوّل لذلك الاحداثي y هو موجب.

إحداثيات النقطة A هي: A (16 , 8)

الطريقة2

المماس للدائرة يعامد نصف القطر في نقطة التماس.

لذلك القطعةAM تعامد المماس للدائر في النقطة A

ميل المماس هو 2-

لذلك ميل القطعة AMهو 1/2 ويتحقق: $m_{AM} = \frac{y_A - y_M}{x_A - x_M} = \frac{1}{2}$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{2} = \frac{y_A - 3}{16 - 6}$$

$$\Downarrow$$

$$y_A = 8$$

إذن إحداثيات النقطة A هي:(16 ,8) A

(2) معادلة المماس للدائرة في النقطة A هي: $y - 8 = -2(x - 16)$

$$\Downarrow$$

$$y = -2x + 40$$

إذن معادلة المماس هي $y = -2x + 40$

ب .النقطة B هي نقطة تقاطع مع المستقيم $x=6$

مع المماس $y=2x+40$ ، لذلك يتحقق: $y = -2.6 + 40$

$$\Downarrow$$

$$y=28$$

إذن إحداثيات النقطة Bهي: (28 , 6) B

ج. الطريقة1

المماس للدائرة يعامد نصف القطر في نقطة التماس. لذلك

مساحة المثلث AMB تساوي نصف حاصل ضرب الضلعين القائمين،

ويتحقق: $S_{\Delta AMB} = \frac{AM.AB}{2}$

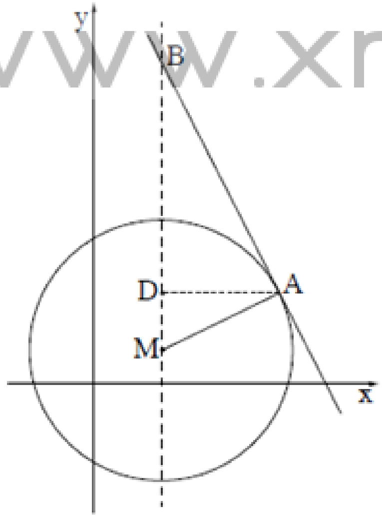
$$AM = R = \sqrt{125}$$

$$AB = \sqrt{(16-6)^2 + (28-8)^2} = \sqrt{500}$$

$$\Downarrow$$

إذن مساحة المثلث AMB هي :

$$S_{AMB} = \frac{\sqrt{125} \cdot \sqrt{500}}{2} = 125$$



صيف 2014 موعد أ

أ. النقطة B هي نقطة تقاطع المستقيمين AB و BC

لذلك إحداثيات النقطة B تنتج من حل هيئة المعادلات :

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 2 \\ y = -2x + 17 \end{cases} \Rightarrow x=6 \;,\; y = 5$$

ومنه إحداثيات النقطة B هي : B (6 , 5)

ب. النقطة A على المستقيم AB

حسب الرسم، المستقيم AB هو مستقيم تصاعدي.

لذلك معادلة المستقيم AB هي معادلة المستقيم الذي ميله موجب

و بالتالي معادلة المستقيم AB هي: $y = \frac{1}{2}x + 2$

معطى ان الاحداثي x للنقطة A هو 12

لذلك يتحقق: $y = \frac{1}{2} \cdot 12 + 2$

$$\Downarrow$$

ومنه الاحداثي y للنقطة A هو : y=8

إذن احداثيات النقطة A هي: A (12 , 8)

ج. إحداثيّات النقاط A و B و C هي: A (12 , 8) , B (6, 5) , C (9, 1)

حساب أطوال أضلاع المثلّث:

طول ضلع AB هو: $AB = \sqrt{(12-6)^2 + (8-5)^2} = \sqrt{45}$

طول ضلع AC هو : $AC = \sqrt{(12-9)^2 + (8-(-1))^2} = \sqrt{90}$

طول ضلع BC هو: : $BC = \sqrt{(6-9)^2 + (5-(-1))^2} = \sqrt{45}$

$$\Downarrow$$

$$AB = BC = \sqrt{45}$$

$\Downarrow$

المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين

لنبيّن أنّ المثلّث ABC هو قائم الزواية ايضا

<u>الطريقة1</u>

حاصل ضرب ميلَي المستقيمين AB و BC هو1- $\frac{1}{2}.(-2) = (-1)$

$\Downarrow$

الاستنتاج: المستقيمان AB و AC متعامدان ,

لذلك المثلث ABC هو مثلث قائم الزاوية .

<u>الطريقة2</u>

أطوال أضلاع المثلّث تحقق: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$90 \quad = 45 + 45$

$\Downarrow$

أطوال أضلاع المثلث ABC تحقق

نظرية فيثاغورس , لذلك المثلث ABC هو مثلث قائم الزاوية .

د.حساب مساحة المثلث القائم الزاوية ABC:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\, AB \cdot BC$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{45}.\sqrt{45} = 22.5$$

$\Downarrow$

إذن مساحة المثلث ABC هي: $S_{\Delta ABC} = 22.5$

أ- النقطة A(4,8) تقع على المحيط الدائرة

لذلك يتحقق: $4^2 + (8 -5)^2 = R^2$

$$\Downarrow$$

$$R^2 = 25$$

$$\Downarrow$$

ومنه معادلة الدائرة هي: $x^2 + (y- 5)^2 = 25$

ب) (1) المستقيم الذي يمر عبر النقطة A ويوازي المحور x – ميله0.

المستقيم يقطع ايضا المحور y

في النقطة (0,8)، لذلك معادلته: $y = 8$

(2) . النقطة B تقع على محيط الدائرة كذلك المستقيم $y=8$،

لذلك يتحقق:

$$y = 8$$
$$x^2 + (8-5)^2 = 25$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 + (8-5)^2 = 25$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 = 16$$

$$\Downarrow$$

حلي المعادلة هما: $x = 4 , \quad x' = -4$

(4 ,8) و(-4 , 8)

احدى النقطتين اللتين تنتجان هي النقطة A،

لذلك النقطة الثانية هي النقطة B

احداثيات النقطة B هي: B (-4 , 8)

ج. (1) لاثبات ان الدائرة تمر عبر نقطة اصل المحاور يجب فحص اذا كانت النقطة (0,0)

تحقق معادلة الدائرة .

$$x^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$\Downarrow$$

$$0^2 + (0 - 5)^2 = 25$$

$$25 = 25$$

إحداثيات نقطة أصل المحاور (0,0) تحقق معادلة الدائرة, لذلك الدائرة تمرّ عبر نقطة أصل المحاور .

(2) محيط المثلث BMO هو مجموعة أطوال ثلاثة الاضلاع: MO و MB وBO .

MB=MO=5 هما نصفا قطر في الدائرة ، لم يتبقى سوى حساب طول الوتر BO.

لدينا إحداثيات النقطتين B وO : B (-4, 8) , O (0 , 0)

طول الوتر BO هو : $BO = \sqrt{(-4-0)^2+(8-0)^2} = \sqrt{80}$

إذن محيط المثلث BMO هو: $MO + MB + BO = 10 + \sqrt{80}\ ;\ \ 18.94$

<u>شتاء 2014</u>

أ.

(1) معادلة المستقيم AD هي $y=\frac{1}{2}x-3$

التقاطع مع محورx : y=0

ومنه إحداثيات A هي $0=\frac{1}{2}x-3$

$\to 0 = x-6 \to A(6,0)$

(2) $AB \perp AD\ \ \&\ \ m_{AD}=\frac{1}{2}$

ومنه الميل هو :

$$m_{AB}.\frac{1}{2}=-1 \to m_{AB}=-2$$

(3) لحساب B نحسب معادلة AB:

$$[m_{AB}=-2,\quad A(6,0)]$$

$$[y-0=-2(x-6) \to y=-2x+12]$$

ومنه معادلة AB هي : $y=-2x+12$

التقاطع مع محور y : x=0

إحداثياتBهي

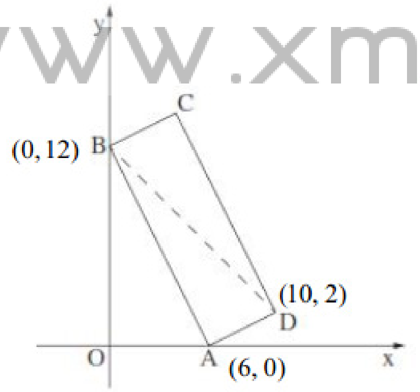
$$y=-2\cdot 0+12 \rightarrow y=12 \rightarrow B(0,12)$$

ب . معطى معادلة المستقيم AD هي $y=\frac{1}{2}x-3$ و $x_D=10$

$$y=\frac{1}{2}x-3 \rightarrow y=2 \rightarrow y_D=2 \rightarrow D(10,2)$$

ج. نحسب مساحة OBDA بمجموع مثلثين $S_{\vee AOB}+S_{\vee ABD}$

لدينا



$${}_{AOB}=\frac{AO.BO}{2}$$

$${}_{O}=x_A-x_O=6-0=6$$

$${}_{O}=y_B-y_O=12-0=12 \Rightarrow S_{\vee AOB}=\frac{6\cdot 12}{2}=36$$

$$S_{ABD}=\frac{AB\cdot AD}{2}$$

$$d_{AB}=\sqrt{(0-6)^2+(12-0)^2}=\sqrt{180}$$

$$d_{AD}=\sqrt{(6-10)^2+(0-2)^2}=\sqrt{20}$$

$$S_{ABD}=\frac{\sqrt{180}\cdot\sqrt{20}}{2}=30$$

مساحة الشكل OBDA :

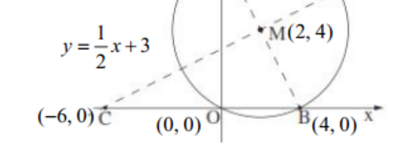
$$30+36=66$$

أ .مركز الدائرة هو M(2,4) و تمر بالنقطة O(0,0)

نحسب نصف القطر

إذن $R=\sqrt{(2-0)^2+(4-0)^2}=\sqrt{20}$

ومنه معادلة الدائرة هي



$$(x-2)^2+(y-4)^2=20$$

ب. A تقع على محور y $\leftarrow x = 0$

ومنه

$$(0-2)^2+(y-4)^2=20$$
$$4+y^2-8y+16=20$$
$$y^2-8y=0$$
$$y(y-8)=0$$
$$\to y_O=0, y_A=8 \to A(0,8)$$

ومنه إحداثيات *A* هي *A(0,8)*

تقع على محورx $\leftarrow y=0$

$$(x-2)^2+(0-4)^2=20$$
$$x^2-4x+4-4=20$$
$$x^2-4x=20$$
$$x(x-4)=0 \to x_O=0, x_B=4 \to B(4,0)$$

ومنه إحداثيات *A* هي *B(4,0)*

ج. نبين أن مركزالدائرة يقع في منتصف AB

$$x=\frac{0+4}{2}=2$$
$$y=\frac{0+8}{2}=4$$

(2,4) هي منتصف القطر وأيضا المركز

د. نجد ميل القطر AB بمساعدة A(0,8) , B(4,0) $m_{AB}=\frac{8-0}{0-4}=\frac{8}{-4}=-2$

MC يعامد إذا AB

$$-2\cdot m_{MC}=-1 \to m_{MC}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$$

لإيجاد معادلة MC : $m_{MC}=\frac{1}{2}, \mathrm{M}(2,4)$

$$y-4=\frac{1}{2}(x-2) \to y-4=\frac{1}{2}x-1 \to y=\frac{1}{2}x+3$$

C نقطة التقاطع مع محورx

$$0=\frac{1}{2}x+3 \rightarrow 0=x+6 \rightarrow x=-6 \rightarrow C(-6,0)$$

صيف 2013 موعد ب

أ. (1) نحسب الاحداثي y للنقطة L بحيث معلوم أن $x_L = 4$ من معادلة الدائرة

لدينا

$$(x_L-7)^2+(y_L-5)^2=25$$
$$(4-7)^2+(y_L-5)^2=25$$
$$9+(y_L-5)^2=25$$
$$(y_L-5)^2=16$$
$$y_L{}^2-10y_L+25=16$$
$$y_L{}^2-10y_L+9=0$$
$$(y_L-9)(y_L-1)=0$$
$$y_L=9$$
$$y_L=1$$

$y_L=9$ لأن $y_L>1$, $L(4,9)$

$$\Downarrow$$

$$m_{ML}=\frac{9-5}{4-7}=\frac{4}{-3}=-1\frac{1}{3}$$

(2) بما أن المماس يعامد نصف القطر

$$\Downarrow$$

$$m_{LF}\cdot m_{ML}=-1$$
$$m_{LF}=\frac{3}{4}$$

لذلك القطعةAM تعامد المماس للدائر في النقطة A

نحسب معادلة المماس :

$$y-9=\frac{3}{4}(x-4)$$

$$y-9=\frac{3}{4}x-3$$

$$y=\frac{3}{4}x+6$$

ومنه معادلة المماس هي

ب. (1) نعوض x = 12 في معادلة LM .

$$y=\frac{3}{4}\cdot 12+6$$

$$y=9+6=15$$

$$F(12,5)$$

ومنه إحداثيات F هي F(12,5)

(2) المثلث BMF قائم لأن الزاوية FBM قائمة

(زاوية بين مماس و نصف قطر)

إذن مساحة المثلث هي $S_{\triangle FMB}=\frac{MB\cdot BF}{2}=\frac{5\cdot 10}{2}=25$,
$MB=12-7=5$
$BF=15-5=10$

أ. المستقيم y = 2x + 10 يقطع المحور y في (0,10)

و المستقيم y = 2x + 30 يقطع المحور y في (0,30)

ومنه نستنتج أن

y= 2x + 10 هو المستقيم II لانه يقطع المحور y في النقطة الأكثر انخفاضا

و y = 2x + 30 هو المستقيم I لأنه يقطع محور y في النقطة الأكثر ارتفاعا

ب.

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$\Downarrow$ لان II يعامد III حسب المعطى

$$m_2 = -\frac{1}{2}$$

نحسب احداثيات A عن طريق تعويض x = 4 في y = 2x + 10

$$y = 2 \cdot 4 + 10 = 18$$

إذن إحداثيات A هي A(4,18)

معادلة III:

لدينا $A(4,18)$

$$m_2 = -\frac{1}{2}$$

$$y - 18 = -\frac{1}{2}(x-4)$$

$$y - 18 = -\frac{1}{2}x + 2$$

إذن $y = -\frac{1}{2}x + 20$

ج. (1)

$$m_1 = 2$$

$$m_2 = -\frac{1}{2}$$

$m_1 \cdot m_2 = 2 \cdot -\frac{1}{2} = -1$ يتحقق شرط التعامد

إذن فهما متعامدان.

(2) نحسب احداثيات النقطة B :

و هي تقاطع II , I

$$y=-\frac{1}{2}x+20$$
$$y=2x+30$$
$$\Downarrow$$
$$-\frac{1}{2}x+20=2x+30$$
$$-2\frac{1}{2}x=10$$
$$x=-4$$
$$y=2\cdot(-4)+30=22$$
$$B(-4,22)$$

إذن إحداثيات B هي B(-4,22)

نحسب F :

و هي تقاطع I مع x :

لدينا

$$y=0$$
$$y=2x+30$$
$$0=2x+30$$
$$x=-15$$
$$F(-15,0)$$

إذن إحداثيات F هي F(-15,0)

بما أن $BF\perp AB\Rightarrow S_{\vartriangle FBA}=\frac{AB\cdot BF}{2}$

$$AB=\sqrt{(-4-4)^2+(22-18)^2}=\sqrt{80}$$
$$FB=\sqrt{(-4-(-15))^2+(22-0)^2}=\sqrt{605}$$
$$\Downarrow$$
$$S_{\triangledown FBA}=\frac{\sqrt{80}\cdot\sqrt{605}}{2}=110$$

صيف 2013 موعد أ

أ. نحسب معادلة AB .

لدينا

$m_{AB}=-\frac{1}{2}$ لأن $AB\perp BC$ (معطى)

بحيث $m_{AB}\cdot m_{BC}=-1$

A (0,10) تقع على AB

$$\Downarrow$$
$$y-10=-\frac{1}{2}(x-0)$$
$$y=-\frac{1}{2}x+10$$

لحساب B : نحسب تقاطع المستقيمين

$$y = -\frac{1}{2}x + 10$$
$$y = 2x - 10$$

$$-\frac{1}{2}x + 10 = 2x - 10$$
$$20 = 2\frac{1}{2}x$$
$$8 = x$$
$$\Downarrow$$
$$y = 2 \cdot 8 - 10 = 6$$
$$B(8,6)$$

إذن إحداثيات B هي (B(8,6

ب. نحسب احداثيات M (تقاطع y = 2x + 10 مع محور x)

لدينا

$$y = 0$$
$$\Downarrow$$
$$0 = 2x + 10$$
$$x = -5$$
$$M(-5,0)$$

ومنه إحداثيات M هي (M(-5,0

لحساب مساحة شبه المنحرف يمكن حساب مساحة

$\triangle ABC, \triangle AMC$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot h}{2} = \frac{20 \cdot 8}{2} = 80$$
$$S_{\triangle AMC} = \frac{AC \cdot h}{2} = \frac{20 \cdot 5}{2} = 50$$

ومنه مساحة شبه المنحرف هي : $50 + 80 = 130$

أ. نحسب احداثيات A , B :

A – تقاطع الدائرة مع محور y (x = 0) :

نعوض ب x=0 في معادلة الدائرة

$$
\begin{aligned}
&(0-4)^2+(y-3)^2=25\\
&16+y^2-6y+9=25\\
&y^2-6x=0\\
&y(y-6)=0\\
&y=0, y=6\\
&A(0,6)
\end{aligned}
$$

إذن إحداثيات A هي A(0,6)

B – تقاطع الدائرة مع محور x (y = 0) :

نعوض ب y=0 في معادلة الدائرة

$$
\begin{aligned}
&(x-4)^2+(0-3)^2=25\\
&x^2-8x+16+9=25\\
&x^2-8x=0\\
&x(x-8)=0\\
&x=0, x=8\\
&\Downarrow\\
&B(8,0)
\end{aligned}
$$

إذن إحداثيات B هي B(8,0)

حساب ميل AB

$$m_{AB}=\frac{6-0}{0-8}=-\frac{3}{4}$$

باستخدام (0,6) A

ومنه معادلة المستقيم المار من AB هي

$$y-6=-\frac{3}{4}(x-0)$$
$$y=-\frac{3}{4}x+6$$

ب. M مركز الدائرة (4,3)

نعوض (x,y) في معادلة AB التي وجدناها في البند «أ»

$$y=-\frac{3}{4}x+6$$
$$3=-\frac{3}{4}\cdot 4+6$$
$$3 = 3$$

إذن M تنتمي للمستقيم AB

ج. بما أن OC قطر فان M هي نقطة منتصف OC .

$$\Downarrow$$
$$4=\frac{0+x_C}{2},3=\frac{0+y_C}{2}$$
$$x_C=8,y_C=6$$
$$\Downarrow$$
$$C(8,6)$$

ومنه إحداثيات C هي C(8,6)

د. $\triangledown AMC$ متساوي ساقين MA =MC - أنصاف أقطار اذا المنصف ل AC هو ارتفاع ل AC ايضا و بما ان AC موازي لمحور x لأن $y_A=y_C=6$

إذن فان المنصف (المعامد) يكون موازي لمحور y و معادلته x = 4 حسب الاحداثي x للنقطة M(4,3)

شتاء 2013

أ. (A نقطة تقاطع $y = mx + 4$ مع محور y $(x = 0)$:

نعوض ب x=0

$$y = mx + 4$$
$$x = 0$$
$$\Downarrow$$
$$y = m \cdot 0 + 4 = 4$$
$$\Downarrow$$
$$A(0,4)$$

إذن إحداثيات A هي A(0,4)

(2) بما أن B (3,-5) تقع على $y = mx + 4$ فهي تحقق المعادلة

$$y = mx + 4$$
$$-5 = m \cdot 3 + 4$$
$$-9 = 3m$$
$$-3 = m$$

ومنه m=-3

ب. لدينا $m_{AB} = -3$ (ميل $y = -3x + 4$)

نحسب m_{AC}

$$m_{AC} = \frac{7-4}{9-0} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -3 \cdot \frac{1}{3} = -1$$

بتحقق شروط التعامد $\Leftarrow$ $AC \perp AB$

ج. نجد احداثيات M (منتصف BC) :

$$x_M = \frac{9+3}{2} = 6, y_M = \frac{7+(-5)}{2} = 1$$

بما أن الشكل AMDC متوازي اضلاع فان القطرين AD , MC ينصف كل منهما الآخر .

نحسب احداثيات منتصف MC (نرمز لها O)

$$x_o = \frac{6+9}{2} = 7.5, y_o = \frac{1+7}{2} = 4$$

إذن (7.5,4) O هي منتصف AD

$$\Downarrow$$

$$\frac{x_D+0}{2} = 7.5, \frac{y_D+4}{2} = 4$$

$$x_D = 15, y_D = 4$$

$$\Downarrow$$

$$D(15,4)$$

إذن إحداثيات D هي D(15,4)

أ. تقاطع x = 5 و الدائرة $x^2+y^2=125$

ومنه

$$5^2 + y^2 = 125$$
$$y^2 = 100$$
$$y_1 = -10 \Rightarrow B(5,-10)$$
$$y_2 = 10 \Rightarrow A(5,10)$$

لأن A فوق B

ب. معادلة AC يمكننا حساب المعادلة حسب النقاط O , A .

O – مركز الدائرة .

A – (5,10) كما حسبنا في بند «أ» .

$$\Downarrow$$

$$m=\frac{10-0}{5-0}=2$$

المعادلة

إذن المعادلة تكتب على الشكل التالي
$$\begin{aligned}&y-0=2(x-0)\\&y=2x\end{aligned}$$

ج. بما أن AC قطر فان (0,0) O مركز الدائرة هي نقطة منتصف AC .

نحسب C حسب قانون نقطة المنتصف

$$\begin{aligned}&0=\frac{x_C+5}{2},0=\frac{y_C+10}{2}\\&x_C=-5,y_C=-10\\&C(-5,-10)\end{aligned}$$

ومنه C هي (-5,-10)

القطر AC يعامد المماس CD لذا و حسب شرط التعامد

$m_{CD}=-\frac{1}{2}$ (لأن $\begin{aligned}&m_{AC}=2\\&m_{AC}\cdot m_{CD}=-1\end{aligned}$)

معادلة المماس :

$$\begin{aligned}&y-(-10)=-\frac{1}{2}(x-(-5))\\&y+10=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}\\&\Downarrow\\&y=-\frac{1}{2}x-12\frac{1}{2}\end{aligned}$$

د. تقاطع المماس $y=-\frac{1}{2}x-12\frac{1}{2}$ مع x = 5

$$y=-\frac{1}{2}\cdot 5-12\frac{1}{2}$$
$$y=-15$$

إذن إحداثيات D هي $D(5,-15)$

صيف 2012 موعد ب

أ.

C (14,10) B (10,17)

D (4,8) A (5,16)

ب -(1)حساب الميل

$$m_{AB}=\frac{17-16}{10-5}=\frac{1}{5}$$
$$m_{BC}=\frac{17-10}{10-14}=\frac{7}{-4}=-1.75$$
$$m_{CD}=\frac{10-8}{14-4}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$$
$$m_{AD}=\frac{16-8}{5-4}=\frac{8}{1}=8$$

(2) AB يوازي CD , AD لا يوازي BC لأن :

$$m_{AB}=m_{CD}=\frac{1}{5} \qquad m_{AD}\neq m_{BC}$$

الشكل الرباعي ABCD شبه منحرف لأن فيه زوج واحد فقط من الاضلاع المتوازية .

ج. (1) لدينا

$$AE \perp DC$$
$$\Downarrow$$
$$m_{AE} \cdot m_{DC} = -1$$
$$m_{AE} \cdot \frac{1}{5} = -1$$
$$m_{AE} = -5$$

ومنه $A(5,16)$

إذن المعادلة هي :

$$y - 16 = -5(x-5)$$
$$y - 16 = -5x + 25$$
$$y = -5x + 41$$

(2) نحسب معادلة DC :

لدينا $m_{DC} = \frac{1}{5}, D(4,8)$

$$y - 8 = \frac{1}{5}(x-4)$$
$$y - 8 = \frac{x}{5} - \frac{4}{5}$$

إذن معادلة DC هي $y = \frac{x}{5} - 7.2$

نحسب التقاطع لتحديد إحداثيات E

$$y = -5x + 41$$
$$-5x + 41 = \frac{x}{5} - 7.2$$

$$-5.2x = -33.8$$
$$x = 6.5$$
$$\Downarrow$$
$$y = -5 \cdot 6.5 + 41 = 8.5$$

$$E(6.5,8.5)$$

إذن إحداثيات E هي E(6.5,8.5)

أ. (1) B هي نقطة تقاطع $y=-\frac{1}{2}x+4$ مع محور x
نعوض ب y=0

$$y=0$$
$$0=-\frac{1}{2}x+4$$
$$x=8$$
$$\Downarrow$$
$$B(8,0)$$

إذن إحداثيات B هي B(8,0)

(2) الدائرة تمس محور x في B (8,0)

اذا معادلة القطر BC هي $x=8$

و بما ان :

$$BC=10$$
$$\Downarrow$$
إذن $C(8,10)$

(3) نجد احداثيات M (مركز الدائرة) عن طريق حساب منتصف BC .

$$y_M=\frac{10+0}{2}=5, x_M=\frac{8+8}{2}=8$$
$$M(8,5)$$

$$R=\frac{10}{2}=5$$
$$\downarrow$$
ومنه معادلة الدائرة هي $(x-8)^2+(y-5)^2=25$

ب. (1)لدينا

$$AB \perp AC$$
$$\Downarrow$$
$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$$
$$-\frac{1}{2} \cdot m_{AC} = -1$$

وبالتالي
$$m_{AC} = 2$$
$$C(8,10), m_{AC} = 2$$

$$y - 10 = 2(x - 8)$$
$$y - 10 = 2x - 16$$

ومنه معادلة AC هي $y = 2x - 6$

(2) A نقطة تقاطع

لدينا
$$y = 2x - 6$$
$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$
$$2x - 6 = -\frac{1}{2}x + 4$$
$$2\frac{1}{2}x = 10$$
$$x = 4$$
$$y = 2 \cdot 4 - 6 = 2$$
$$A(4,2)$$

ومنه إحداثيات A هي A(4,2)

صيف 2012 موعد أ

أ. MA نصف قطر الدائرة و هو يعامد المماس

$$\Downarrow$$

$$m_{MA} = -2$$

$$m = -2$$
$$(6,3)$$
$$y-3 = -2(x-6)$$
$$y-3 = -2x+12$$
$$y = -2x+15$$

ب. نحسب احداثيات M :

و بما أن المركز يقع على y = 7

نعوض y = 7 في y = -2x + 5

$$7 = -2x+15$$
$$-8 = -2x$$
$$x = 4$$
$$M(4,7)$$

نصف قطر الدائرة $R = \sqrt{(4-6)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{20}$

إذن معادلة الدائرة هي :

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

ج. (1) نحسب احداثيات D , C عن طريق حساب تقاطع الدائرة مع محور y : $x = 0$

$$(0-4)^2+(y-7)^2=20$$
$$16+y^2-14y+49=20$$
$$y^2-14y+45=0$$
$$y_{1,2}=\frac{14\pm4}{2}$$

$$y_1=9\Rightarrow C(0,9)$$
$$y_2=5\Rightarrow D(0,5)$$

و بالتالي طول DC : $DC=9-5=4$

(2) نمد MZ للارتفاع من M على DC .

$$MZ=x_M-x_Z=4-0=4$$

إذن مساحة المثلث هي $S_{\triangle CDM}=\frac{DC\cdot MZ}{2}=\frac{4\cdot4}{2}=8$

أ. نحسب إحداثيات منتصف AB

E:
$$y_E=\frac{-4+0}{2}=-2,\ x_E=\frac{9+1}{2}=5$$
$$E(5,-2)$$

الميل : $m_{EC}=\frac{6-(-2)}{1-5}=\frac{8}{-4}=-2$

إذن المعادلة هي :

$$y-6=-2(x-1)$$
$$y=-2x+8$$

ب. نحسب m_{AB}

$$m_{AB}=\frac{-4-0}{1-9}=\frac{-4}{-8}=\frac{1}{2}$$

ميل الارتفاع على AB (من التعامد) :

$$m_h=-2$$

إذن معادلة AB هي :

$$m=-2,(1,6)$$

$$y-6=-2(x-1)$$
$$y=-2x+8$$

ج. وجدنا في الفرعين «أ» و «ب» أن معادلة الارتفاع والمتوسط لAB هي نفس المعادلة .

اذا فالارتفاع و الضلع المتوسط في المثلث يتطابقان فالمثلث متساوي ساقين (CA = CB) .

د. نحسب طول CE (كارتفاع) :

$$CE=\sqrt{(5-1)^2+(-2-6)^2}=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}$$

نحسب طول AB (كقاعدة) :

$$AB=\sqrt{(9-1)^2+(0-(-4))^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}$$

$$S=\frac{CE\cdot AB}{2}=\frac{\sqrt{80}\cdot\sqrt{80}}{2}=40$$

شتاء 2012

أ. أقطار المعين تنصف بعضها البعض

اذا M في منتصف AC .

$$y_M = \frac{5+1}{2} = 3, x_M = \frac{8+(-4)}{2} = 2$$

ومنه إحداثيات M هي $M(2,3)$

ب. أقطار المعين متعامدة

لدينا

$$BD \perp AC$$
$$\Downarrow$$
$$m_{BD} \cdot m_{AC} = -1$$
$$m_{AC} = \frac{5-1}{8-(-4)} = \frac{1}{3} \Rightarrow m_{BD} = -3$$
$$M(2,3)$$
$$m_{BD} = -3$$

إذن معادلة BD هي

$$y-3 = -3(x-2)$$
$$y = -3x+9$$

ج. D هي نقطة تقاطع y = -3x + 9 مع محور x

نعوض ب y=0 في المعادلة السابقة

$$y = 0$$
$$0 = -3x+9$$
$$x = 3$$

و منه إحداثيات D : $D(3,0)$

M تقع في منتصف BD

إذن حسب قانون المنصف

$$3=\frac{0+y_B}{2},2=\frac{3+x_B}{2}$$

$$y_B=6,x_B=1$$

ومنه إحداثيات B هي $B(1,6)$

د. مساحة المعين هي نصف حاصل ضرب القطرين

$$d_{AC}=\sqrt{(8-(-4)^2+(5-1)^2}=\sqrt{160}$$
$$d_{BD}=\sqrt{(1-3)^2+(6-0)^2}=\sqrt{40}$$

إذن مساحة ABCD هي $S_{ABCD}=\frac{\sqrt{160}\cdot\sqrt{40}}{2}=40$

أ. (1) M مركز الدائرة

$M(-1,5)$

AB تقاطع الدائرة مع محور x : $y=0$

نعوض ب y=0 في معادلة الدائرة

$$(x+1)^2+(0-5)^2=50$$
$$x^2+2x+1+25=50$$
$$x^2+2x-24=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 10}{2}$$

إذن
$$x_1=4 \Rightarrow B(4,0)$$
$$x_2=-6 \Rightarrow A(-6,0)$$

(2) مركز الدائرة M هي منتصف الاقطار BD و AC

$$-1=\frac{4+x_D}{2}, 5=\frac{0+y_D}{2} \qquad -1=\frac{-6+x_C}{2}, 5=\frac{0+y_C}{2}$$
$$x_D=-6, y_D=10 \qquad x_C=4, y_C=10$$

$$D(-6,10) \qquad C(4,10)$$

ب. (1) بما أن (1,-5) M هي منتصف AC اذا DM هو مستقيم متوسط ل AC .

ومنه ميل DM هو $m_{DM}=\frac{10-5}{-6-(-1)}=\frac{5}{-5}=-1$

المعادلة : لدينا
$$m=-1$$
$$M(-1,5)$$
$$\Downarrow$$
$$y-5=-1(x-(-1))$$
$$y-5=-1\cdot(x+1)$$
$$y=-x+4$$

(2) نجد احداثيات E : تقاطع المستقيم y = -x + 4 مع محور y .

نعوض ب x=0

$$\begin{aligned}
&x=0\\
&y=-0+4=4\\
&\Downarrow\\
&E(0,4)
\end{aligned}$$

إذن مساحة المثلث هي $S_{\triangle AEB}=\dfrac{AB\cdot h}{2}=\dfrac{10\cdot 4}{2}=20$

صيف 2011 موعد ب

أ. AB = 10 قطر في الدائرة .

$$R=\frac{AB}{2}=5$$

إذن المعادلة هي : $(x-7)^2+y^2=25$

ب. A,B نقاط تقاطع الدائرة مع المحور x :

نعوض ب y=0 في معادلة الدائرة

$$\begin{aligned}
&y=0\\
&(x-7)^2+0^2=25\\
&x^2-14x+49=25\\
&x^2-14x+24=0\\
&(x-12)(x-2)=0\\
&x=12\Rightarrow B(12,0)\\
&x=2\Rightarrow A(2,0)
\end{aligned}$$

إذن إحداثياتBو A هي A(2,0); B (12,0)

أو بطريقة أخرى :

$$x_A = x_M - 5 = 7 - 5 = 2 \Rightarrow A(2,0)$$
$$x_B = x_M + 5 = 7 + 5 = 12 \Rightarrow B(12,0)$$

ج. (1) MC نصف قطر بالدائرة اذا فهو يعامد المماس $y = \frac{4}{3}x - 1$

$$m_{MC} \cdot \frac{4}{3} = -1$$
$$\Downarrow$$
$$m_{MC} = -\frac{3}{4}$$
$$M(7,0)$$
$$y - 0 = -\frac{3}{4}(x - 7)$$

إذن معادلة المستقيم MC هي $y = -\frac{3}{4}x + \frac{21}{4}$

(2) احداثيات C هي التقاطع بين : $y = -\frac{3}{4}x + \frac{21}{4}$

$$y = \frac{4}{3}x - 1$$
$$-\frac{3}{4}x + \frac{21}{4} = \frac{4}{3}x - 1$$
$$2\frac{1}{12}x = 6.25$$
$$x = 3$$
$$y = \frac{4}{3} \cdot 3 - 1 = 3$$
$$\Downarrow$$
$$C(3,3)$$

إذن إحداثيات C هي C(3,3)

د. $BD = x_B - x_D = 12 - 3 = 9$ (لانه موضوع على محور x)

$CD = y_C - y_D = 3 - 0 = 3$ (لانه موازي لمحور y)

ومنه نستنتج ان مساحة المثلث هي $S_{\triangle CDB} = \frac{BD \cdot CD}{2} = \frac{9 \cdot 3}{2} = 13.5$

صيف 2011 موعد أ

أ. $m_{AB} = \frac{8-4}{10-2} = \frac{1}{2}$

بما أن $\sphericalangle B = 90^\circ$ حسب التعامد :

$$\Downarrow$$

$$m_{AB} \cdot m_{BC} = -1$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{BC} = -1$$

$$m_{BC} = -2$$

$$B(10,8)$$

$$y - 8 = -2(x - 10)$$

$$y - 8 = -2x + 20$$

$$y = -2x + 28$$

ب. إحداثيات C : هي تقاطع $y = -2x + 28$ مع محور x :

نعوض ب y=0

$$y = 0$$

$$0 = -2x + 28$$

$$x = 14$$

$$C(14,0)$$

إذن إحداثيات C هي (14,0)C

ج. بما أن AC قطر فإن مركز الدائرة O هي منتصف القطعة AC .

$$y_O = \frac{4+0}{2} = 2, x_O = \frac{2+14}{2} = 8$$
$$O(8,2)$$
$$R = d_{OC} = \sqrt{(8-14)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{40}$$

ومنه نستنتج معادلة الدائرة هي .

$$(x-8)^2 + (y-2)^2 = 40$$

د.

$$(10-8)^2 + (8-2)^2 = 40$$
$$4 + 36 = 40$$
$$40 = 40$$

إذن النقطة B موجودة على محيط الدائرة

أ. A تقع على المحور y (x = 0)

نعوض ب x=0

$$0^2 + (y+3)^2 = 169$$
$$y^2 + 6x + 9 = 169$$
$$y^2 + 6x - 160 = 0$$
$$y_{1,2} = \frac{-6 \pm 26}{2}$$
$$y_1 = 10, y_2 = -16$$
$$y_A > 0 \Rightarrow A(0,10)$$

إذن إحداثيات A هي A(0,10)

بما أن BC يوازي محور x و احداثيات (-12,-8) C

فان معادلة BC y = -8

نعوض y = -8 في معادلة الدائرة :

$$x^2+(-8+3)^2=169$$
$$x^2+25=169$$
$$x^2=144$$
$$x_2=-12, x_1=12$$
$$x_B>0 \Rightarrow B(12,-8)$$

إذن إحداثيات B هي (12,-8)B

ب. ومنه طول BCهو

$$BC=x_B-x_C=12-(-12)=24$$

ج. ارتفاع الضلع BC ملقى على محورy.

لذلك

$$h=y_A-(-8)=10+8=18$$
$$S_{\Delta ABC}=\frac{BC.h}{2}=\frac{24.18}{2}=216$$

د. معادلة المماس في النقطة A من الصورة y=a

لأن المماس يوازي محور x←$y=y_A=10$

شتاء 2011

-

أ. المستقيم AC معادلته $y=-2x+1$

لأنه تنازلي و الميل $y=-2x+1$ سالب .

ب .أقطار المعين متعامدة .

لدينا $BD \perp AC$

ومنه معادلة BD هي :

$$m_{BD}\cdot m_{AC}=-1$$
$$m_{BD}\cdot(-2)=-1$$
$$\Downarrow$$
$$m_{BD}=\frac{1}{2}$$
$$B(5,1)$$
$$y-1=\frac{1}{2}(x-5)$$
$$y=\frac{1}{2}x-1.5$$

ج. إحداثيات M هي تقاطع BD و AC .

$$\frac{1}{2}x-1.5=-2x+1$$
$$2.5x=2.5$$
$$x=1$$
$$y=-2\cdot1+1=-1$$
$$M(1,-1)$$

د. أقطار المعين تنصف بعضها إذا M منتصف BD .

$$-1=\frac{y_D+1}{2},1=\frac{x_D+5}{2}$$
$$y_D=-3,x_D=-3$$
$$D(-3,-3)$$

إذن إحداثيات Dهي (3-,3-)D

ه. حساب أضلاع المثلث لايجاد المساحة

$$d_{BM}=\sqrt{(5-(-3))^2+(1-(-3))^2}=\sqrt{20}$$
$$d_{AM}=\sqrt{(-2-1)^2+(5-(-1))^2}=\sqrt{45}$$

إذن مساحة المثلث هي $S_{\triangledown AMB}=\frac{MB\cdot AM}{2}=\frac{\sqrt{20}\cdot\sqrt{45}}{2}=15$

أ. بما أن A تقع على محيط الدائرة و تقع على المستقيم y = 7

نعوض y = 7 في معادلة الدائرة .

ومنه

$$(x+1)^2+(7-3)^2=25$$
$$x^2+2x+1+16=25$$
$$x^2+2x-8=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 6}{2}$$
$$x_1=2, x_2=-4$$

بما أن A في الربع الأول A (2,7) .

ب. ميل MA . $m_{AM}=\frac{3-7}{-1-2}=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}$

ج- المماس يعامد نصف القطر MA

إذن ميل $m=\frac{-3}{4}$

ومنه معادلة المماس هي

$$y-7=-\frac{3}{4}(x-2)$$
$$y-7=-\frac{3}{4}x+1.5$$
$$y=-\frac{3}{4}x+8.5$$

د. إحداثيات B B (-1,7) .

لأن y= 7 يوازي محور x ,

و العمود BM يوازي المحور y .

وبالتالي مساحة المثلث هي

$$AB = x_A - x_B = 2-(-1) = 3$$
$$BM = y_B - y_M = 7-3 = 4$$
$$S_{\triangle AMB} = \frac{4\cdot 3}{2} = 6$$

صيف 2010 موعد ب

أ. (1) نحسب

$$m_{AB} = \frac{3-1}{4-0} = \frac{1}{2}$$
$$m = \frac{1}{2}, A(0,1)$$

ومنه المعادلة التالية $y-1 = \frac{1}{2}(x-0)$

$$y = \frac{1}{2}x+1$$

(2) لدينا $AB \perp AD$

زاوية المستطيل قائمة

$$m_{AD}\cdot m_{AB} = -1$$
$$m_{AD}\cdot \frac{1}{2} = -1$$
$$m_{AD} = -2$$

معادلة AD :

$$y-1 = -2(x-0)$$
$$y = -2x+1$$

ب.احداثيات D هي التقاطع بين المستقيمين التاليين :

$$y=-2x+1$$
$$y=-\frac{3}{4}x+6$$
$$-2x+1=-\frac{3}{4}x+6$$
$$1-6=1\frac{1}{4}x$$
$$-5=\frac{5}{4}x$$
$$x=-4$$
$$y=-2\cdot(-4)+1=9$$
$$D(-4,9)$$

إذن إحداثيات D هي D(-4,9)

ج. مساحة المستطيل :

حساب طول أضلاع المستطيل أولًا :

$$d_{AB}=\sqrt{(4-0)^2+(3-1)^2}=\sqrt{20}$$
$$d_{AD}=\sqrt{(-4-0)^2+(9-1)^2}=\sqrt{80}$$
$$S_{ABCD}=\sqrt{20}\cdot\sqrt{80}=\sqrt{1600}=40$$

أ. (1) حساب نصف قطر الدائرة

$$R=d=\sqrt{(2-0)^2+(4-0)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$$

(2) إذن معادلة دائرة هي: $(x-2)^2+(y-4)^2=20$

ب .نعوض y = 2 في معادلة الدائرة

$$(x-2)^2+(2-4)^2=20$$
$$x^2-4x+4+4=20$$
$$x^2-4x-12=0$$
$$x_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{16-4\cdot1\cdot(-12)}}{2}=\frac{4\pm8}{2}$$
$$x_1=6$$
$$x_2=-2\Rightarrow x_A=-2\Rightarrow A(-2,2)$$

إذن إحداثيات A هي A(-2,2)

A في الربع الثاني

ج. B نقطة تقاطع مع محور x (y = 0) :

$$(x-2)^2+(0-4)^2=20$$
$$x^2-4x+4+16=20$$
$$x^2-4x=0$$
$$x(x-4)=0$$
$$x=0\Rightarrow O(0,0)$$
$$x=4\Rightarrow B(4,0)$$

إذن إحداثيات B هي B(4,0)

C نقطة تقاطع مع محور y (x = 0) :

$$(0-2)^2+(y-4)^2=20$$
$$4+y^2-8x+16=20$$
$$y^2-8y=0$$
$$y(y-8)=0$$
$$y=0\Rightarrow O(0,0)$$
$$y=8\Rightarrow C(0,8)$$

إذن إحداثيات C هي C(0,8)

نحسب $m_{BC}=\frac{0-8}{4-0}=-2$

نحسب $m_{AC}=\frac{2-0}{-2-0}=-1$

اذا فهما غير متوازيين:

$$m_{BC}\neq m_{AC}$$

صيف 2010 موعد أ

أ. (1) حسب قانون المنتصف :

$$x_M=\frac{x_B+x_A}{2}$$
$$4=\frac{6+x_A}{2}$$
$$8=6+x_A$$
$$x_A=2$$

(2) نعوض x = 2 في معادلة $y=2x$

$$y=2\cdot 2=4$$
$$\Downarrow$$

نجد $A(2,4)$

(3) حسب قانون المنتصف

$$y_M=\frac{y_B+y_A}{2}$$
$$3=\frac{y_B+4}{2}$$
$$2=y_B$$
$$B(6,2)$$

إذن إحداثيات B هي B(6,2)

ب. نحسب R:نصف قطر الدائرة

$$R = d_{AM} = \sqrt{(4-2)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$
$$M(4,3)$$

إذن معادلة الدائرة هي :

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$$

ج. نحسب ميل AB:

$$m_{AB} = \frac{4-2}{2-6} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

و بما ان ميل المماس m = 2

أي :

$$m_{AB} \cdot m = -\frac{1}{2} \cdot 2 = -1$$

المستقيم y = 2x مماس للدائرة اذا يمر في نقطة واحدة.

د. نعوض x = 6 في معادلة الدائرة :

$$(6-4)^2 + (y-3)^2 = 5$$
$$4 + y^2 - 6y + 8 = 0$$
$$y^2 - 6y + 8 = 0$$
$$y_{1,2} = \frac{6 \pm 2}{2}$$
$$y_1 = 4 \Rightarrow C(6,4)$$
$$y_2 = 2 \Rightarrow B(6,2)$$

حصلنا على A (2,4) , C (6,4) أي أن AC يوازي محور x معادلته هي y = 4

أ. A : هي تقاطع المستقيم مع محور x

$$y=0$$
$$0=3x-3$$
$$3=3x$$
$$x=1$$

إذن $A(1,0)$

B : هي تقاطع المستقيم مع محور y

$$y=3\cdot 0-3$$

إذن $B(0-3)$

ب. لدينا

$$AB\perp AC$$
$$\Downarrow$$
$$m_{AB}\cdot m_{AC}=-1$$
$$m_{AB}=3$$
$$\Downarrow$$

ومنه الميل هو $m_{AC}=-\frac{1}{3}$

إذن المعادلة تكتب على الشكل التالي :

$$y-0=-\frac{1}{3}(x-1)$$
$$y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$$

ج. حسب المعطى : $m_{BC}=\frac{1}{7}$

نحسب معادلة BC : $m=\frac{1}{7},B(0,-3)$

$$m=\frac{1}{7}, B(0,-3)$$
$$y-(-3)=\frac{1}{7}(x-0)$$
إذن $y=\frac{1}{7}x-3$

C : هي تقاطع $y=\frac{1}{7}x-3$
$$y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{7}x-3=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$$
$$\frac{10}{21}x=3\frac{1}{3}$$
$$x=7$$
$$y=\frac{1}{7}\cdot 7-3=-2$$
$$C(7,-2)$$

إذن إحداثيات C هي C(7,-2)

د. بما أن $\triangle BCD$ متساوي ساقين فان AC ارتفاع في المثلث ومنه مساحة المثلث :

$$d_{AC}=\sqrt{(1-7)^2+(0-(-2))^2}=\sqrt{40}$$
$$d_{AB}=\sqrt{(1-0)^2+(0-(-3))^2}=\sqrt{10}$$
$$d_{BD}=2d_{AB}=2\sqrt{10}$$
$$S_{\triangle ABD}=\frac{BD\cdot AC}{2}=\frac{2\sqrt{10}\cdot\sqrt{40}}{2}=20$$

شتاء 2010

أ. (1) ميل BC :

$$m_{BC}=\frac{10-4}{3-6}=-2$$

(2) بما أن أضلاع المستطيل متعامدة فان

$$AB\perp BC$$
$$\Downarrow$$
$$m_{AB}\cdot m_{BC}=-1$$
$$\Downarrow$$
$$m_{AB}=\frac{1}{2}$$

إذن المعادلة هي :

$$y-10=\frac{1}{2}(x-3)$$
$$y-10=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$$
$$y=\frac{x}{2}+8\frac{1}{2}$$

(3) بما ان القطر AC يوازي محور x إذن

$$y_A=y_C=4$$

نعوض y = 4 في معادلة AB

$$4=\frac{x}{2}+8\frac{1}{2}$$
$$-4\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x$$
$$-9=x$$
$$A(-9,4)$$

إذن إحداثيات A هي (-9,4)A .

ب. لدينا أضلاع المستطيل متوازية ، DC يوازي AB

$$m_{DC} = m_{AB} = \frac{1}{2}$$
$$m_{DC} = \frac{1}{2}$$
$$y-4 = \frac{1}{2}(x-6)$$
$$y-4 = \frac{1}{2}x-3$$
$$y = \frac{1}{2}x+1$$

ج. E : نقطة تقاطع DC مع محور y

$$x = 0$$
$$\Downarrow$$
$$y = \frac{1}{2}\cdot 0+1 = 1$$
$$E(0,1)$$

F : نقطة تقاطع AC مع محور y

و بما أن AC يوازي محور x لذا

$$y_F = 4$$
$$F(0,4)$$
$$EF = 4-1 = 3$$

أ. B : نقطة تقاطع الدائرة مع محور x

$$y = 0$$
$$(x-3)^2 + (0-6)^2 = 45$$
$$x^2 - 6x + 9 + 36 = 45$$
$$x^2 - 6x = 0$$
$$x(x-6) = 0$$
$$x = 0 \Rightarrow O(0,0)$$
$$x = 6 \Rightarrow B(6,0)$$

إذن إحداثيات B هي B(6,0)

A : هي تقاطع الدائرة مع محور y:

$$x = 0$$
$$(0-3)^2 + (y-6)^2 = 45$$
$$9 + y^2 - 12y + 36 = 45$$
$$y^2 - 12y = 0$$
$$y(y-12) = 0$$
$$y = 0 \Rightarrow O(0,0)$$
$$y = 12 \Rightarrow A(0,12)$$

إذن إحداثيات A هي A(0,12)

ب . (1)ميل المستقيم AB

$$m_{AB} = \frac{12-0}{0-6} = -2$$

بما أن : $AB \perp OC$

إذن $m_{AB} \cdot m_{OC} = -1$

$\Downarrow$

$m_{OC} = \frac{1}{2}$

إذن المعادلة هي

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 0)$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

(2) نعوض $y = \frac{1}{2}x$ في معادلة الدائرة

$$(x-3)^2 + (\frac{1}{2}x - 6)^2 = 45$$

$$x^2 - 6x + 9 + \frac{1}{4}x^2 - 6x + 36 = 45$$

$$1\frac{1}{4}x^2 - 12x = 0$$

$$x(1\frac{1}{4}x - 12) = 0$$

$$x = 0$$

$$1\frac{1}{4}x - 12 = 0$$

$$x = 9.6$$

$$\Downarrow$$

$$C(9.6, 4.8)$$

إذن إحداثيات Cهي (9.6,4.8)C

(3) ومنه مساحة المثلث OCB هي

$$h = y_C \text{ , } S_{\triangledown OCB} = \frac{OB \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 4.8}{2} = 14.4$$

fx الجزء الثالث

تفاضل الدوال fx

صيف 2017 موعد ب

معطاة الدالّة $f(x) = 3x - 6\sqrt{x} + 7$

أ. جد مجال تعريف الدالّة f(x)

ب. جد إحداثيّات النقطة القصوى الداخليّة للدالة f(x)، وحدّد نوع هذه النقطة.

جـ. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة f(x)

د. جد إحداثيّات نقطة تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة f(x) مع المحور y.

ه. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x)

و. هل الرسم البيانيّ للدالّة f(x) يقطع المحور x ؟ علل.

صيف 2017 موعد أ

معطاة الدالة $f(x) = x - 4 + \frac{16}{x}$

أ. اكتب مجال تعريف الدالّة f(x)

ب. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة f(x)، وحدّ د نوع هذه النقاط.

جـ. اكتب مجالات تصاعد وتنازل الدالّة f(x)

د. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x)

هـ. هل توجد للرسم البيانيّ للدالّة f(x) نقاط تقاطع مع المحور x ؟

إذا كانت إجابتك نعم — جد هذه النقاط، إذا كانت إجابتك لا- علّل.

شتاء 2017

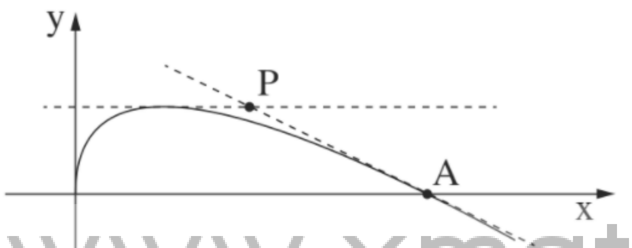
معطاة الدالة $f(x) = \sqrt{x} - x$ (انظر الرسم)

أ. ما هو مجال تعريف الدالة ؟

ب. جد إحداثيّات نقطة النهاية العظمى للدالّة.

مرّروا مستقيمًا يمسّ الرسم البيانيّ للدالة في النقطة A التي فيها $x = 1$،

ومرّروا مستقيمً ا آخر يمسّ الرسم البيانيّ للدالة في نقطة النهاية العظمى للدالة (انظر الرسم)



جـ. (1)جد معادلة المماسّ في النقطة A.

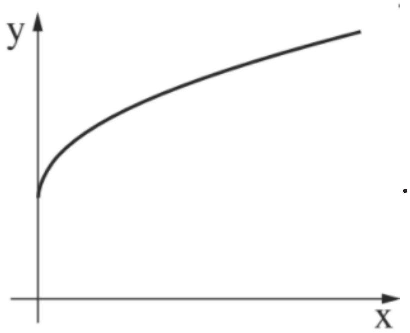
(2)جد معادلة المماسّ في نقطة النهاية العظمى للدالة

د. المماسّان اللذان وجدتَ معادلتيهما في البند "جـ" يلتقيان في النقطة P.

جد إحداثيّات النقطة P.

صيف 2016 موعد ب

الرسم الذي أمامك يصف الرسم البيانيّ للدالّة $\{f(x) = 2\sqrt{x} + 3\}$.



أ. ما هومجال تعريف الدالّة ؟

ب. جد نقطة تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحور y.

ج. اشتّق الدالّة و بيّن أنّه لا توجد للدالّة نقاط قصوى داخلية .

د. مرّروا مماسا للرسم البيانيّ للدالّة في النقطة التي إحداثيّها الـ x يساوي 1 .

جد معادلة المماس .

ه. هل المستقيم$y = 2$ يقطع الرسم البيانيّ للدالّة ؟ علّل .

صيف 2016 موعد أ

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{6}{x}+1$

أ. اكتب مجال تعريف الدالّة.

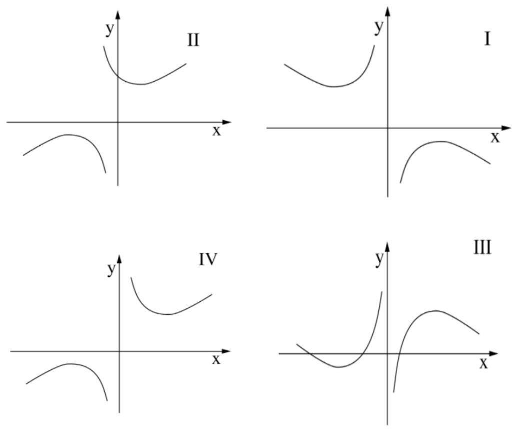
ب. جد احداثيّات النقاط القصوى للدالّة ، وحدّد نوع هذه النقاط.

ج. اكتب مجالات تصاعد و مجالات تنازل الدالّة.

د. من بين الرسوم البيانيّة IV,III,II,I التي أمامك ، أيّ رسم بياني هو للدالة f(x) ؟

علّل.

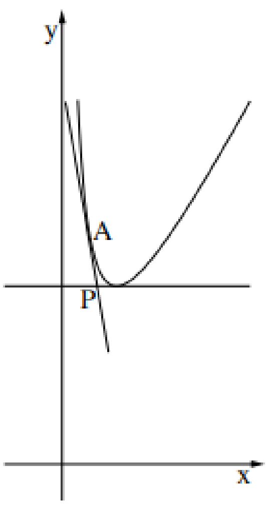
ه.هل المستقيم $y = 2$ يقطع الرسم البياني للدالّة f(x) ؟ علّل.



شتاء 2016

معادلة الدالّة $f(x)=2x+\frac{8}{x}$ في المجال $x > 0$

(انظر الرسم) .



أ.مرّروا مستقيما يمسُ الرسم البيانيّ للدالّة في النقطة Aالتي فيها $x = 1$.

(1)جد ميل المماس في النقطة A .

(2)جد معادلة المماس في النقطة A .

ب.جد إحاثيّات نقطة النهاية الصغرى للدالّة في المجال المعطى .

ج.مرروا مستقيما يمسُ الرسم البيانيّ للدالّة في نقطة نهايتها الصغرى .

(1)جد معادلة المماس في نقطة النهاية الصغرى للدالّة .

(2)المماسّان اللذان وجدت معادلتيهما يلتقيان في النقطة P

(انظر الرسم) .

جد إحداثيّات النقطة P .

صيف 2015 موعد ب

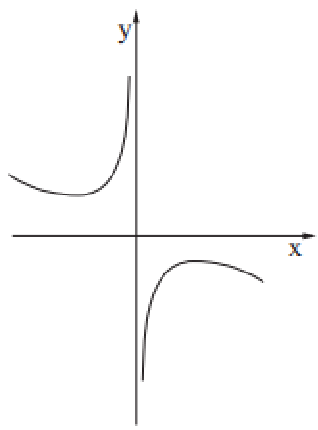
معطاة الدالة $f(x)=\frac{1}{2}-\frac{x}{4}-\frac{4}{x}$.

أ.(1).ما هو مجال تعريف الدالة f(x)؟

(2). ما هو خطّ التقارب العمودي للدالة f(x) ،

ب.جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالة وحدّد نوع هذه النقاط

جـ. هل المشتقّة f'(x) موجبة في النقطة التي فيها x=6؟ علل.



صيف 2015 موعد أ

معطاة الدالة $f(x)=\frac{-x^2}{2}+2\sqrt{x}+1$

أ. ما هو مجال تعريف الدالة

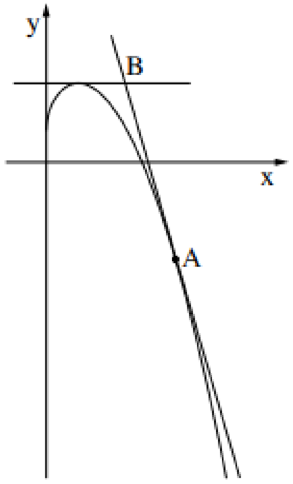
مرروا للرسم البياني للدالة مماسا في النقطة A التي فيها x=4 (انظر الرسم)

ب. 1.جد ميل المماسّ في النقطة A.

2.جد معادلة المماسّ في النقطة A.

جـ. جد إحداثيّات نقطة النهاية العظمى للدالة

المماسّ في النقطة A يلتقي في النقطة B مع المستقيم الذي يمسّ الرسم البيانيّ للدالة في نقطة نهايتها العظمى (انظر الرسم).



د. 1.ما هي معادلة المماسّ في نقطة النهاية العظمى للدالّة؟

2. جد إحداثيّات النقطة B.

في إجابتك أَبقِ رقمًا واحدًا بعد الفاصلة العشريّة.

شتاء 2015

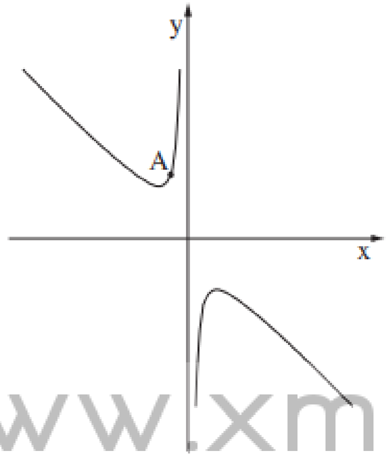
معطاة الدالّة $f(x)=-x-\frac{4}{x}$ (انظر الرسم)

أ. 1. ما هو مجال تعريف الدالّة؟

2. ما هو خطّ التقارب العموديّ للدالّة؟

ب.جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة f(x)،

وحدِّد نوع هذه النقاط حسب الرسم البيانيّ



مرّروا مماسًّا للرسم البيانيّ للدالّة في النقطة A التي فيها x= -1

جـ .1. جد ميل المماسّ.

2.جد معادلة المماسّ .

صيف 2014 موعد ب

معطاة الدالّة $f(x)=2x-8\sqrt{x}$

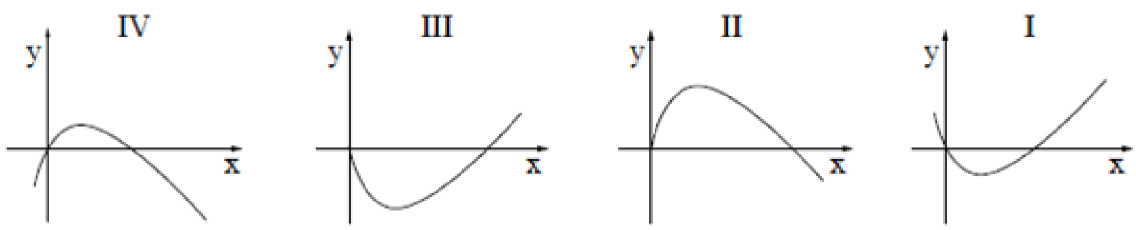
أ- ما هو مجال تعريف الدالّة؟

ب- جد النقطة القصوى الداخليّة للدالّة، وحدد نوع هذه النقطة. علّل

ج- جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة .علّل إجابتك .

د- جد نقطة تقاطع الرسم البياني للدالّة f(x) مع المحور y.

ه- حدد اي رسم بياني من الرسوم البيانية I-IV التي امامك هو الرسم البياني للدالة f(x) .



صيف 2014 موعد أ

معطاة الدالّة $f(x)=x+4+\frac{4}{x}$

أ- اكتب مجال تعريف الدالّة

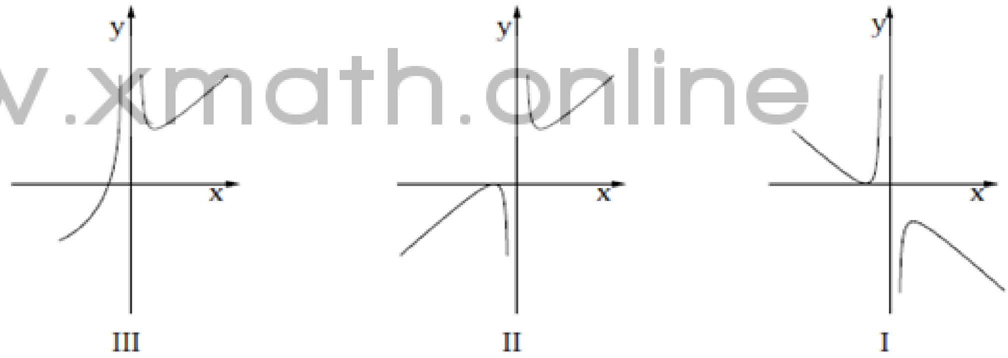
ب- جد النقاط القصوى للدالّة ، وحدد نوع هذه النقاط.

ج- اكتب مجالات تصاعد وتنازل الدالّة.

د- جد نقطة تقاطع الرسم البياني للدالّة مع المحور x.

ه- حدد اي رسم من الرسوم البيانية I-III التي امامك هو الرسم البياني للدالّة f(x)

علل تحديدك



شتاء 2014

معطاة الدالّة $f(x)=4\sqrt{x}-2x$

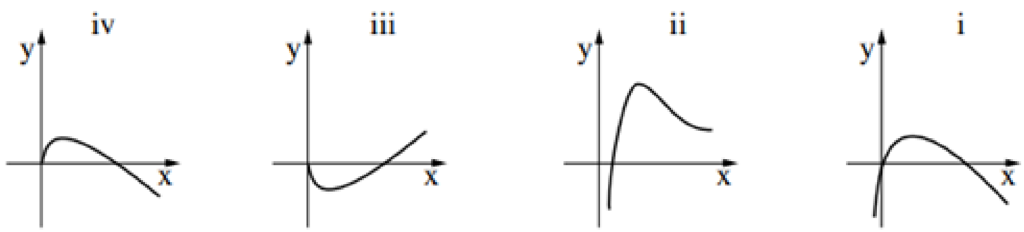
أ. ما هو مجال تعريف الدالّة؟

ب. جد نقاط تقاطع الدالّة مع المحورين

جـ. جد x الذي بالنسبة له f'(x)=0.

د. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة. علل.

ه. أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة i-iv التي أمامك هو الرسم البيانيّ للدالّة f(x) وعلل اختيارك.



صيف 2013 موعد ب

معطاة الدالّة $f(x)=x+\frac{4}{x^{2}}$

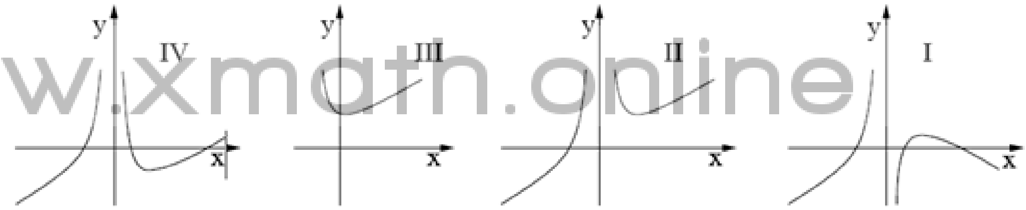
أ.   جد مجال تعريف الدالة .

ب. جد خط التقارب العمودي للدالة .

ج. جد احداثيات النقاط القصوى للدالة , و حدد نوع هذه النقاط .

د. جد مجالات تصاعد و تنازل الدالة .

ه. أي رسم بياني من الرسوم البيانية I , II, III, IV التي امامك يصف الدالة المعطاة ؟ علل .

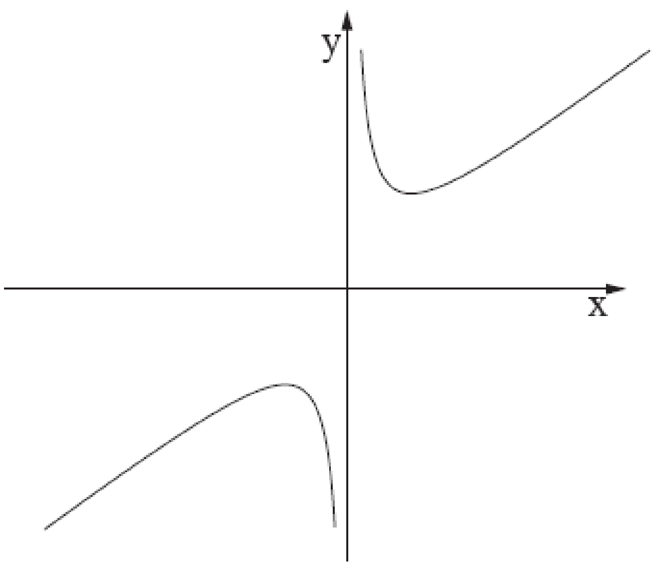


صيف 2013 موعد أ

معطاة الدالّة $y=2x+\frac{1}{2}.\frac{1}{x}$ (أنظر الرسم).

أ. جد احداثيات النقاط القصوى للدالة ,
و حدد نوع هذه النقاط حسب الرسم .

ب. مرروا مستقيما يمس الرسم البياني
للدالة في النقطة التي فيها $x=\frac{1}{2}$
و مرروا مستقيما يمس الرسم البياني
للدالة في النقطة التي فيها x=-1 .
جد احداثيات نقطة التقاء المماسين .



شتاء 2013

معطاة الدالّة $y = x^2 - 4\sqrt{x}$

أ. جد مجال تعريف الدالة .

ب. جد النقطة القصوى الداخلية للدالة , و حدد نوع هذه النقطة .

ج. جد مجلات تصاعد و تنازل الدالة .

د. جد نقطة تقاطع الدالة مع المحور y .

ه. معطى أن الدالة تقطع المحور x في النقطة (2.52,0) .

استعن بهذا المعطى و بإجابتك عن البنود "أ – د" , و ارسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة

صيف 2012 موعد ب

معطاة الدالّة $f(x) = x - 2\sqrt{x} - 3$

معطى أن الرسم البياني للدالة يقطع المحور x في النقطة (9,0) .

أ. (1) ما هو مجال تعريف الدالة ؟

(2) جد نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور y.

ب. جد النقطة القصوى الداخلية للدالة , و حدد نوع هذه النقطة القصوى .

ج. أرسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة .

د. حدد بالنسبة لأية قيم x تكون الدالة موجبة .

صيف 2012 موعد أ

معطاة الدالّة $f(x)=x-\frac{1}{x}$

أ. جد مجال التعريف .

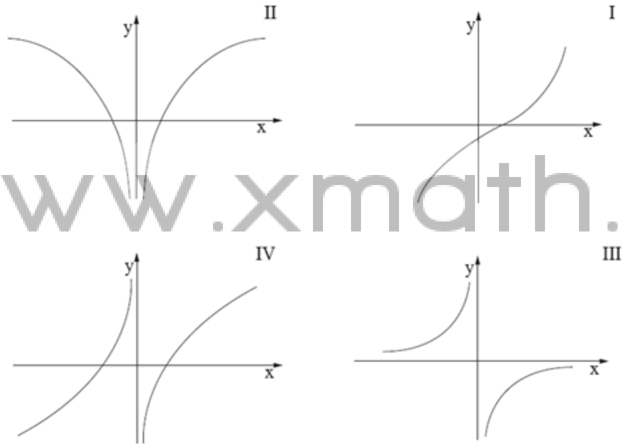
ب. جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور x .

ج. (1) بين انه لا توجد للدالة نقاط قصوى.

(2) فسر لماذا الدالة تصاعدية في المجال x>0 و كذلك في المجال x<0.

د. أمامك اربعة رسوم بيانية I, II, III, IV

أي من الرسوم البيانية يصف الدالة ؟ علل .



شتاء 2012

معطاة الدالّة $y=\frac{16}{x}+x-2$

أ. أكتب مجال التعريف الدالة

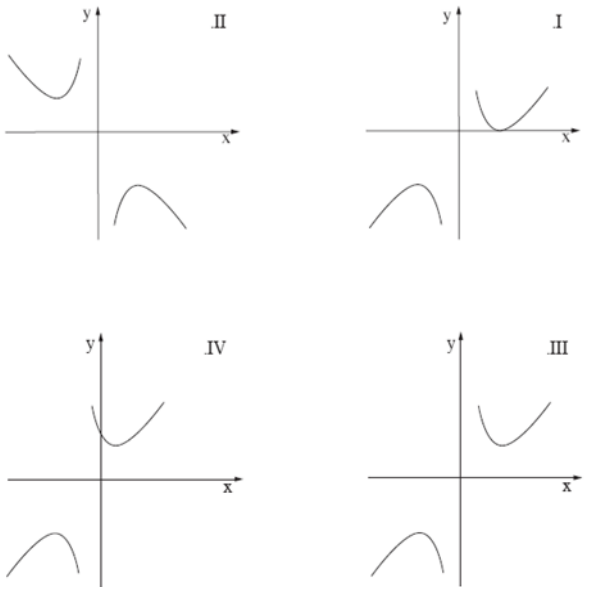
ب. جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين (إذا وجدت كهذه) .

ج. جد النقاط القصوى للدالة , و حدد نوع هذه النقاط .

د. جد مجالات تصاعد و تنازل الدالة .

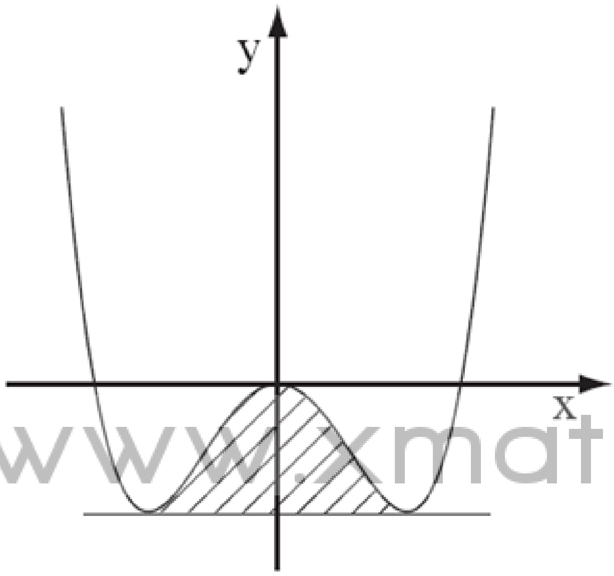
ه. أمامك أربعة رسوم بيانية I , II, III,IV

أي الرسوم البيانية يصف الدالة المعطاة ؟ علل .



صيف 2011 موعد ب

معطاة الدالّة $y = x^4 - 2x^2$ (انظر الرسم)



أ. جد النقاط القصوى للدالة , و حدد نوعها .

ب. مرروا مستقيما عبر نقطتي النهاية الصغرى للدالة .
المستقيم يوازي المحور x .

(1) جد معادلة المستقيم .

(2) احسب المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة و المستقيم الذي يوازي المحور x الذي وجدته في البند الفرعي (1) (المساحة المخططة في الرسم) .

صيف 2011 موعد أ

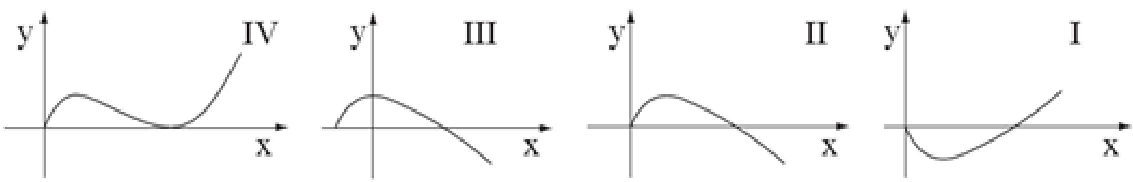
معطاة الدالّة $f(x) = 2\sqrt{x} - x$

أ. (1) جد مجال تعريف الدالة.

(2) جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين.

(3) جد النقطة القصوى للدالة, و حدد نوعها.

ب. أمامك الرسوم البيانية الاربعة I, II, III , IV



أي من الرسوم البيانية يصف الدالة المعطاة ؟ علل .

ج. معطى المستقيم y=k (k هو بارامتر) . جد بالنسبة لأية قيم k المستقيم يقطع الدالة المعطاة في نقطتين مختلفتين .

شتاء 2011

معطاة الدالّة $f(x)=\dfrac{1}{3x+12}$

أ.   جد مجال تعريف الدالة.

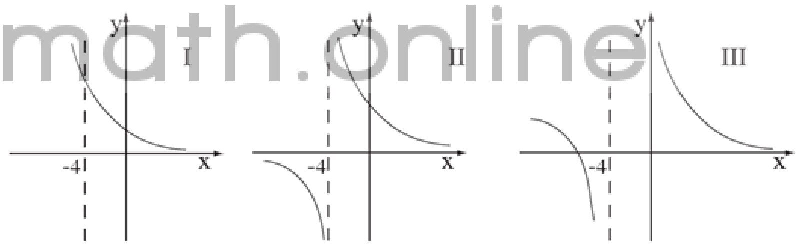
ب. (1) جد نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور y.

(2) هل توجد للرسم البياني للدالة نقطة تقاطع مع المحور x ؟

إذا كانت إجابتك نعم – جد هذه النقطة . إذا كانت إذا كانت إجابتك لا – علل .

ج. بين ان الدالة تنازلية في كل مجال تعريفها .

د. أمامك ثلاث رسوم بيانية I, II, III



أي من الرسوم البيانية I, II, III هو الرسم البياني للدالة f(x) ؟ علل .

صيف 2010 موعد ب

معطاة الدالّة $f(x)=x^3-6x^2+9x$

أ.   جد إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين .

ب. جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة , و حدد نوعها .

ج. أرسم رسما تقريبيا للرسم البياني للدالة .

د. المماس للرسم البياني للدالة في نقطة نهايتها العظمى يقطع المحور y في النقطة B .

جد إحداثيات النقطة B .

صيف 2010 موعد أ

معطاة الدالّة $f(x) = -\frac{x}{4} - \frac{4}{x}$

أ.   جد مجال تعريف الدالة .

ب. جد خط التقارب المعامد للمحور x .

ج. جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة , و حدد نوعها .

د. هل يقطع الرسم البياني للدالة المحور x ؟

إذا كانت إجابتك نعم – جد نقاط التقاطع . إذا كانت إجابتك لا – علل .

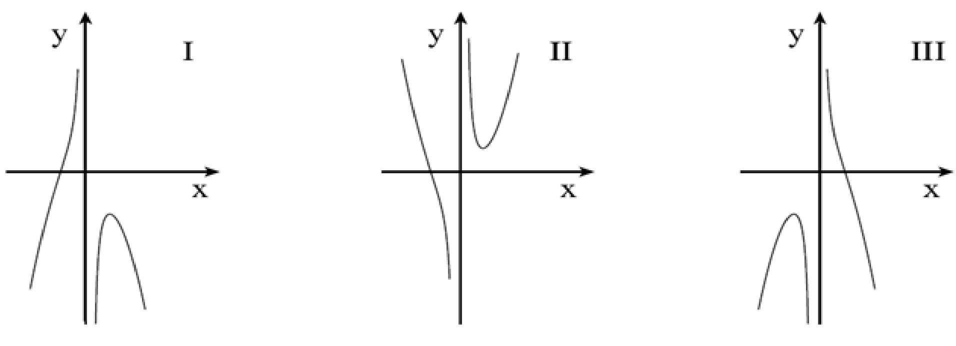
شتاء 2010

معطاة الدالّة $y = \frac{2}{x} - x^2$

أ.   جد مجال تعريف الدالة .

ب. جد إحداثيات النقطة القصوى للدالة , و حدد نوعها .

ج. أمامك ثلاث رسوم بيانية ,I , II, III



أي من الرسوم البيانية ,I , II, III هو الرسم البياني المعطاة ؟ علل .

د. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة.

إجابات تمارين fx

fx تفاضل الدوال

صيف 2017 موعد ب

$f(x)=3x-6\sqrt{x}+7$.

أ. مجال تعريف الدالة . $x\ge 0$

ب. احداثيات النقاط القصوى الداخلية .

$$f'(x)=3-\frac{\cancel{6}\,3}{\cancel{2}\sqrt{x}}$$

$$0=3-\frac{3}{\sqrt{x}} \quad /\cdot\sqrt{x}$$

$$0=3\sqrt{x}-3$$

$$3=3\sqrt{x} \quad /:3$$

$$1=\sqrt{x}$$

$$x=1\rightarrow \quad f(1)=3\cdot 1-6\sqrt{1}+7=4 \quad \rightarrow(1,4)$$

$$f'(0.5)=3-\frac{3}{\sqrt{0.5}}<0,\ \ f'(2)=3-\frac{3}{\sqrt{2}}>0$$

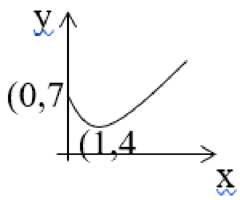
0	0.5	1	2	x
	$-$	0	$+$	$f'(x)$
	↘	Min	↗	

$Min(1,4)$.

ج. مجال تصاعد $x>1$ مجال تنازل . $0<x<1$

د. التقاطع مع محور . y : $f(0)=3\cdot 0-6\sqrt{0}+7=7$, $(0,7)$

ه. رسم الدالة .



و. حسب الرسم أصغر نقطة في الدالة هي $(1,4)$ أي لايوجد تقاطع مع المحور x .

صيف 2017 موعد أ

أ. مجال التعريف. $x \neq 0$

ب. احداثيات النقاط القصوى.

$$f'(x) = 1 - \frac{16}{x^2}$$
$$f'(x) = 0$$
$$1 - \frac{16}{x^2} = 0$$
$$x^2 - 16 = 0$$
$$x^2 = 16$$
$$x = \pm 4$$

$$f(4) = 4 - 4 + \frac{16}{4} = 4 \quad (4,4)\ Min$$

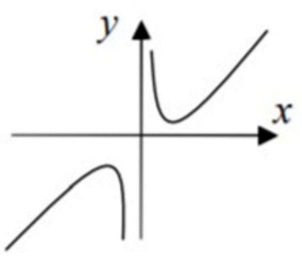
$$f(-4) = -4 - 4 + \frac{16}{-4} = -12 \quad (-4,-12)\ Max$$

x	-5	-4	-1	0	1	4	5
y'	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
y	↗		↘		↘		↗

ج. مجال التصاعد $x < -4$ أو $x > 4$.

مجال التنازل $-4 < x < 0$ أو $0 < x < 4$.

د. الرسم :



هـ. حسب الرسم فإن الدالة لا تقطع محور x .

و يمكن تعويض في الدالة وحل المعادلة و الإجابة (لا يوجد حل).

شتاء 2017

$f(x)=\sqrt{x}-x$

أ. مجال تعريف الدالة $x \geq 0$.

ب. احداثيات نقطة النهاية العظمى.

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1$$
$$0=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1 \quad / \cdot 2\sqrt{x}$$
$$0=1-2\sqrt{x}$$
$$2\sqrt{x}=1$$
$$\sqrt{x}=0.5 \quad ()^2$$
$$\left.\begin{array}{l} x=0.25 \\ f(0.25=\sqrt{0.25}-0.25=0.25 \end{array}\right\}(0.25,0.25)$$

ج. (1) ميل المماس في $x=1$.

$$f'(1)=\frac{1}{2\sqrt{1}}-1=-0.5 \quad \rightarrow m=-0.5$$
$$f(1)=\sqrt{1}-1=0 \quad \rightarrow A(1,0)$$

(2) معادلة المماس .

$$A(1,0)\ m=-0.5$$
$$y-0=-0.5(x-1)$$
$$y=-0.5x+0.5$$

معادلة المماس في نقطة النهاية العظمى للدالة هي دالة ثابتة $y=0.25$.

د. نجد احداثيات P.

$$\begin{cases} y=-0.5x+0.5 \\ y=0.25 \end{cases}$$
$$-0.5x+0.5=0.25$$
$$-0.5x=-0.25 \quad / :(-0.5)$$

$$x=0.5 \rightarrow P(0.5,0.25)$$

صيف 2016 موعد ب

$f(x)=2\sqrt{x}+3$.

أ. مجال تعريف الدالة . $x \geq 0$

ب. التقاطع مع محور y . $x=0$.

$$f(0)=2\sqrt{0}+3=3 \quad \to (0,3)$$

ج. نشتق الدالة و نبيّن أنه لا يوجد للدالة نقاط قصوى.

$$f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}}=0 \quad /\cdot\sqrt{x}$$

$$1=0$$

د. نمرر مماس للدالة في $x=1$.

النقطة. $\Rightarrow \; f(1)=2\sqrt{1}+3=5 \quad \to (1,5)$

الميل. $\Rightarrow m=f'(1)=\frac{1}{\sqrt{1}}=1$

المعادلة. $\Rightarrow$

$$y-5=1(x-1)$$
$$y-5=x-1$$
$$y=x+4$$

ه. حسب الرسم نلاحظ أن الدالة تصاعدية لكل x ، و أن نقطة الطرف هي $(0,3)$ و هي أصغر قيمة للدالة لذلك المستقيم $y=2$ يقع أسفل الدالة و لا يقطعها.

صيف 2016 موعد أ

$f(x)=\frac{x}{6}+\frac{6}{x}+1.$

أ. مجال تعريف الدالة $x\neq 0$.

ب. نجد احداثيات النقاط القصوى.

$$f\,'(x)=\frac{1}{6}-\frac{6}{x^2}$$

$$0=\frac{1}{6}-\frac{6}{x^2}\quad /\cdot 6x^2$$

$$0=-x^2+36$$

$$36=x^2$$

$$x=6\ \rightarrow y=\frac{6}{6}+\frac{6}{6}++1=3\ \rightarrow (6\,,3)$$

$$x=-6\ \rightarrow y=\frac{-6}{6}+\frac{6}{-6}++1=-1\ \rightarrow (-6,-1)$$

$Max(-6,-1)\ ,\ Min(6,3)$

-7	-6	-5	0	5	6	7	x
$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	$f\,'(x)$
↗	Max	↘		↘	Min	↗	$f(x)$

جـ. مجالات تصاعد $x>6$, $x<-6$ ، مجالات تنازل $0<x<6$, $-6<x<0$

د . الشكل IV يمثل الدالة المعطاة. و ذلك حسب النقاط القصوى و مجال تعريف الدالة.

هـ. المستقيم لا يقطع لأنه في المجال $-1<y<3$ لا توجد نقاط للدالة (حسب الرسم).

شتاء 2016

أ.

(1) نجد ميل المماس في النقطة A. $(x=1)$

$$f'(x)=2-\frac{8}{x^2}$$

$$f'(x)=2-\frac{8}{1^2}=-6$$

(2) نجد معادلة المماس في A.

$$y_A=2\cdot 1+\frac{8}{1}=10$$

$$A(1,10), m=-6$$

$$y-10=-6(x-1)$$

$$y-10=-6x+6$$

$$y=-6x+16$$

ب. نجد احداثيات النهاية الصغرى للدالة.

$$f'(x)=2-\frac{8}{x^2}$$

$$0=2-\frac{8}{x^2} \to 0=2x^2-8$$

$$8=2x^2 \quad /:2$$

$$x^2=4 \to x=2 \leftarrow x>0$$

$$y=2\cdot 2+\frac{8}{2} \to y=8 \to (2,8)$$

ج. (1) معادلة المماس في نقطة النهاية الصغرى $y=8$.

(2) نجد احداثيات P.

$$\begin{cases} y=-6x+16 \\ y=8 \end{cases}$$

$$8=-6x+16$$

$$6x=8$$

$$P(\tfrac{4}{3};8) \leftarrow x=\tfrac{4}{3}$$

صيف 2015 موعد ب

أ. $f(x)=\frac{1}{2}-\frac{x}{4}-\frac{4}{x}$

(1) مجال التعريف $x\neq 0$.

(2) خط التقارب العمودي للدالة $x=0$.

ب. نجد النقاط القصوى :

$$f'(x)=-\frac{1}{4}+\frac{4}{x^2}$$

$$f'(x)=\frac{-x^2+16}{4x^2}$$

$$0=\frac{-x^2+16}{4x^2}$$

$$0=-x^2+16$$

$$x^2=16 \rightarrow x=\pm 4$$

$$x=4 \rightarrow y=\frac{1}{2}-\frac{4}{4}-\frac{4}{4} \rightarrow y=-\frac{3}{2} \rightarrow \min\ (4,-\frac{3}{2})$$

$$x=-4 \rightarrow y=\frac{1}{2}-\frac{-4}{4}-\frac{4}{-4} \rightarrow y=\frac{5}{2} \rightarrow \max\ (-4,\frac{5}{2})$$

[نحدد نوع النقاط القصوى حسب الرسم] .

ج. نحسب قيمة $f'(6)$.

$$f'(6)=\frac{-(-6)^2+16}{4(-6)^2}=\frac{-20}{144}=-\frac{5}{36}<0$$

قيمة $f'(6)$ سالبة.

أو يمكن حساب ما يلي :

$x=6$ تقع في مجال تكون فيه $f(x)$ تنازلية لذلك $f'(6)$ سالبة .

صيف 2015 موعد أ

أ. معطاة الدالة $y=-\frac{1}{2}x^2+2\cdot\sqrt{x}+1$ بمجال التعريف $x\geq 0$.

ب. (1) نجد ميل المماس A في النقطة، $x=4$.

$$f'(x)=-\frac{1}{2}\cdot 2x+2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$$
$$f'(x)=-x+\frac{1}{\sqrt{x}}$$
$$f'(x)=-4+\frac{1}{\sqrt{4}}=-3.5$$

(2) نجد احداثيات نقطة التماس :

$$A(4,-3) \quad , y=-\frac{1}{2}\cdot 4^2+2\cdot\sqrt{4}+1=-3$$

نجد معادلة المماس :

$$y-(-3)=-3.5(x-4)$$
$$y+3=-3.5x+14$$
$$y=-3.5x+11$$

ج. نجد احداثيات نقطة النهاية العظمى :

$$0=-x+\frac{1}{\sqrt{x}}$$
$$x=\frac{1}{\sqrt{x}} \quad (\ )^2$$
$$x^2=\frac{1}{x}$$
$$x^3=1$$
$$x=1 \ \rightarrow 0=-1+\frac{1}{\sqrt{1}} \ \rightarrow 0=0 \quad o.k.$$
$$y=-\frac{1}{2}\cdot 1^2+2\cdot\sqrt{1}+1=2.5 \ \rightarrow (1,2.5)$$

د. (1) معادلة المماس في نقطة الـ max هي $y=2.5$.

(2) نعوض $y=2.5$ في معادلة مماس A.

$$2.5=-3.5x+1$$
$$3.5x=8.5$$
$$x=2.5 \ \rightarrow B(2.5,2.5)$$

شتاء 2015

أ. معطاة الدالة $f(x) = -x - \frac{4}{x}$

(1) مجال التعريف $x \neq 0$.

(2) خط التقارب العمودي $x = 0$.

ب. النقاط القصوى للدالة ، نحدد نوع النقاط حسب الرسم :

$$f'(x) = -1 + \frac{4}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{-x^2+4}{x^2}$$

$$0 = \frac{-x^2+4}{x^2}$$

$$0 = -x^2 + 4$$

$$x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$x = 2 \rightarrow y = -2 - \frac{4}{2} \rightarrow y = -4 \rightarrow (2, -4)$

$x = -2 \rightarrow y = -(-2) - 4/2 \rightarrow y = 4 \rightarrow (-2, -4)$

ج.

(1) ميل المماس في النقطة A هو $x = -1$.

$$m = f'(-1) = -1 + \frac{4}{(-1)^2} = -1 + 4 = 3$$

(2) نجد احداثيات نقطة التماس :

$y = -(-1) - \quad = 1 + 4 = 5$

. $A(-1,5)$

ثم نجد معادلة المماس $A(-1,1.5)$, $m = 3$:

$y - 5 = 3 - x - (-1))$

$y - 5 = 3(x + 1)$

$y - 5 = 3x + 3$

$y = 3x + 8$

صيف 2014 موعد ب

أ. مجال التعريف هو :

التعبير داخل الجذر التربيعي يجب ألا يكون سالبا. $x \geq 0$

ب. مشتقة الدالّة f(x) هي :

$$f'(x) = 2 - \frac{8}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$2 - \frac{4}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$2 = \frac{4}{\sqrt{x}}$$

$$\Downarrow$$

الإحداثي x الذي بالنسبة له f'(x)=0 هو :   x = 4

فحص اشارة المشتقة f'(x):

المجالات	0 < x < 4	X = 4	X > 4
X	X = 1	X = 4	X=9
$f'(x)$	-	0	+
f(x)	↘	نقطة نهاية صغرى	↗

احداثيات النقطة القصوى الداخلية هي: (4 , -8) نقطة نهاية صغرى

ج. نحدد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة f(x)

حسب اشارة المشتقة f'(x) $\quad$ $f'(x) > 0$ في المجال $x > 4$

$f'(x) < 0$ في المجال $0 < x < 4$

$$\Downarrow$$

الدالّة f(x) تصاعدية في المجال : $x > 4$

الدالّة f(x) تنازليّة في المجال: $0 < x < 4$

د. في نقطة تقاطع الدالّة f(x) مع المحور y

الاحداثي x هو x=0 ، لذلك يتحقق : $f(0) = 2.0 - 8\sqrt{0}$

$$\Downarrow$$

$$f(0) = 0$$

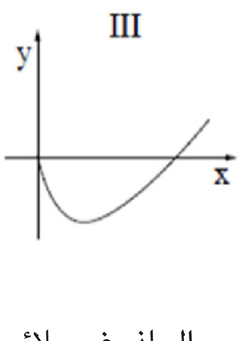
$$\Downarrow$$

نقطة تقاطع الدالّة f(x) مع المحور y هي : (0 , 0)

ه. الرسم البياني III هو الرسم البياني للدالّة f(x) لأنه يتحقق:

مجال التعريف $x>0$

النقطة القصوى الداخلية (4,-8) التي هي نقطة نهاية الصغرى.



الدالة تصاعدية في المجال $x>4$ وتنازلية في المجال $0<x<4$.

نقطة التقاطع مع المحور y (0,0).

في الرسم البياني I الدالّة معرفة لكل x ،لذلك الرسم البياني غير ملائم .

في الرسم البياني II توجد للدالّة نقطة قصوى التي هي نقطة نهاية عظمى، لذلك الرسم البياني غير ملائم.

في الرسم البياني IV الدالّة معرفة لكل x وتوجد للدالّة نقطة نهاية عظمى، لذلك الرسم البياني غير ملائم.

صيف 2014 موعد أ

أ. مجال تعريف الدالّة f(x) هو: $x \neq 0$

ب. مشتقة الدالّة هي: $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$

f ‘(x) = 0

$\Downarrow$

$x^2 = 4$

$\Downarrow$

النقاط التي تساوي فيها المشتقّة صفرًا: $x = \pm 2$

فحص اشارة المشتقة f ‘(x) بين نقاط الصفر:

4	x=2	1	x=0	-1	x=-2	-4	x
+	0	-		-	0	+	f’(x)
↗ تصاعدية	نقطة نهاية صغرى	↘ تنازلية		↘ تنازلية	نقطة نهاية عظمى	↗ تصاعدية	f(x)

النقطتان القصويان للدالّة f ‘ (x) هما: نقطة نهاية صغرى: (2 ,8)

نقطة نهاية عظمى: (0 , 2-)

ج. مجالات تصاعد الدالّة هي: x <-2 , x > 2

مجالات تنازل الدالّة هي: -2 < x < 0 , 0 < x < 2

د. نقطة تقاطع الدالّة مع المحورx

لذلك يتحقق: $f(x)\ x + 4 + \frac{4}{x} = 0$

$\Downarrow$

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x} = 0$$

x=2 باستخدام الدستور العام

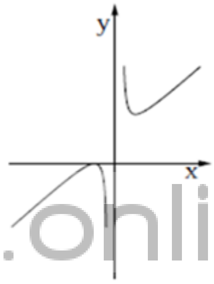
(0 , 2-)نقطة تقاطع الدالّة مع المحورx

. ٥. الرسم البياني 2 هو الرسم البياني للدالّة f(X).

للدالّة f(X) نقطتان قصويان إحداهما نقطة نهاية صغرى والأخرى نقطة نهاية عظمى.

نقطة النهاية الصغرى (2,8) تقع في الربع الاوّل، ونقطة النهاية العظمى هي (-2.0)

لذلك الرسم البياني 2 هو الرسم البياني ل f(x).



II

شتاء 2014

أ. مجال تعريف الدالة $f(x)=4\sqrt{x}-2x \Rightarrow x\geq 0$

ب. التقاطع مع محور $x \leftarrow x=0$

$$f(0)=4\sqrt{0}-2.0=0$$

التقاطع مع محور $y \leftarrow y=0$

$$0=4\sqrt{x}-2x$$
$$2x=4\sqrt{x}$$
$$x=2\sqrt{x}$$
$$x^2+4x=0$$
$$x(x-4)=0$$
$$x_1=0\rightarrow(0,0)$$
$$x_2=4\rightarrow(4,0)$$

ج. نحسب $f'(x)=0$

$$f'(x)=\frac{4}{2\sqrt{x}}-2$$
$$0=\frac{4}{2\sqrt{x}}-2$$
$$0=2-2\sqrt{x}$$
$$2\sqrt{x}=2$$
$$\sqrt{x}=1$$

$$x=1\rightarrow f(1)=4\sqrt{1}-2=2$$

$$\rightarrow(1,2)$$

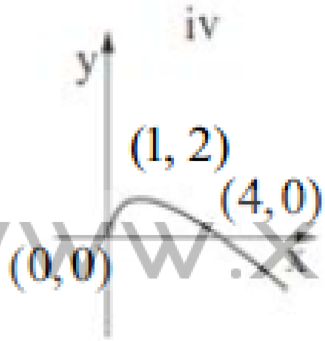
د. مجالات التصاعد والتنازل (حسب الجدول)

x	0	0.5	1	2
f'(x)		+	0	-
f(x)		↗	Max	↘

مجال التصاعد $x \succ 1$

مجال التنازل $0 \prec x \prec 1$

هـ .الرسم المناسب هو iv



حسب مجالات التصاعد والتنازل النقطة القصوى max هي

$(1,2)$

صيف 2013 موعد ب

أ. مجال التعريف :

$$x^2 \neq 0$$
$$x \neq 0$$

ب. خط تقارب عمودي $x=0$

ج. نقاط قصوى :

$$f'(\mathrm{x}) = 1 + \frac{4.(-2)}{x^3}$$
$$f'(x) = 1 + \frac{-8}{x^3}$$
$$f'(x) = 0$$
$$1 + \frac{-8}{x^3} = 0$$
$$x^3 - 8 = 0$$
$$x^3 = 8$$
$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2 + \frac{4}{2^2} = 3 \Rightarrow (2,3)$$

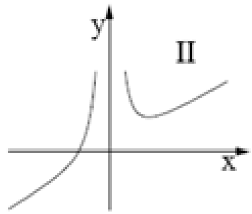
$f'(x)$	+		-	0	+
X	-1	0	1	2	3
$f(x)$	تصاعد		تنازل	min	تصاعد

$\min(2,3)$

د. مجال التصاعد $x<0, x>2$

مجال التنازل $0<x<2$

هـ . الرسم :



(min في الربع الأول و مجالات التصاعد و التنازل تناسب الرسم)

صيف 2013 موعد أ

أ. النقاط القصوى :

$$y' = 2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{(-1)}{x}$$

$$y' = 2 - \frac{1}{2x^2}$$

$$y' = 0$$

$$2 - \frac{1}{2x^2} = 0$$

$$4x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow y(\frac{1}{2}) = 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 + 1 = 2$$

$$(\frac{1}{2}, 2)$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y(-\frac{1}{2}) = 2 \cdot (-\frac{1}{2}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -1 - 1 = -2$$

$$(-\frac{1}{2}, -2)$$

$f'(x)$	+	0	-	0	+
x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x)$	تصاعد	max	تنازل	min	تصاعد

$$\max(-\frac{1}{2}, -2)$$

$$\min(\frac{1}{2}, 2)$$

ب. في نقطة $x = \frac{1}{2}$ تكون هي قيمة النهاية الصغرى للدالة أي أن المماس y = 2

نحسب معادلة المماس في x = -1

$$x = -1$$

$$y(-1) = 2\cdot(-1) + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(-1)} = -2\frac{1}{2}$$

نحسب الميل

$$y'(-1) = 2 - \frac{1}{2\cdot(-1)^2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$y - (-2\frac{1}{2}) = 1\frac{1}{2}(x - (-1))$$

$$y = 1\frac{1}{2}x - 1$$

نحسب نقطة التقاء المماسين

$$y = 2$$

$$y = 1\frac{1}{2}x - 1$$

$$1\frac{1}{2}x - 1 = 2$$

$$1\frac{1}{2}x = 3$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 2$$

$$(2,2)$$

شتاء 2013

أ. مجال التعريف : $x \ge 0$

ب. النقاط القصوى :

$$y' = 2x - 4 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$y' = 2x - \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$y' = 0$$

$$2x - \frac{2}{\sqrt{x}} = 0$$

$$x\sqrt{x} = 1$$

$$(x\sqrt{x})^2 = 1^2$$

$$x^2 \cdot x = 1$$

$$x^3 = 1$$

$$x = 1$$

نفحص الجواب قبل التربيع

$$1 \cdot \sqrt{1} = 1$$

$$1 = 1$$

+	0	-	خارج	$f'(x)$
2	1	-0.5		x
تصاعد	min	تنازل	المجال	$f(x)$

$$x = 1 \Rightarrow y = 1^2 - 4 \cdot \sqrt{1} = -3$$

$$\min(1, -3)$$

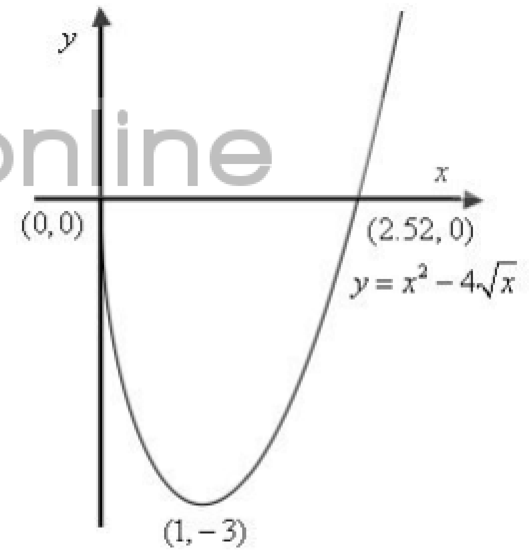
ج. تصاعد : $x > 1$

تنازل : $0 < x < 1$

د. تقاطع مع محور y (x = 0) :

$$y = 0^2 - 4\cdot\sqrt{0} = 0$$
$$(0,0)$$

هـ.



صيف 2012 موعد ب

أ. (1) مجال التعريف : $x \geq 0$

(2)التقاطع مع محور y (x = 0)

$$f(0) = 0 - 2\sqrt{0} - 3 = -3$$
$$(0,-3)$$

ب. النقاط القصوى :

$$f'(x)=1-2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x)=1-\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x)=0$$

$$1-\frac{1}{\sqrt{x}}=0$$

$$\sqrt{x}-1=0$$

$$\sqrt{x}=1$$

$$x=1$$

نفحص قبل التربيع : $\sqrt{1}-1=0$

$$x=1$$

$$\Downarrow$$

$$f(1)=1-2\sqrt{1}-3=-4$$

$f'(x)$		-	0	+
x	0	0.5	1	2
$f(x)$		تنازل	min	تصاعد

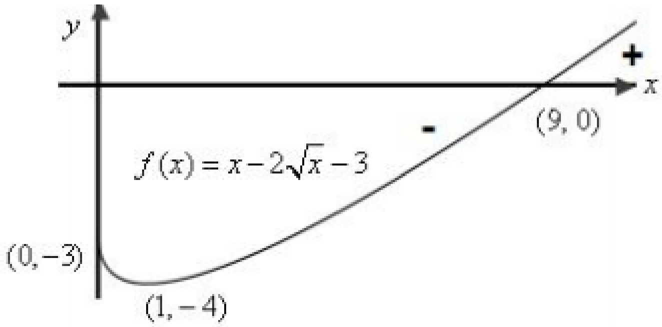
$$f'(0.5)=1-\frac{2}{2\sqrt{0.5}}<0$$

$$f'(2)=1-\frac{2}{2\sqrt{2}}>0$$

$$\Downarrow$$

$$\min(1,-4)$$

ج-



د- حسب الرسم اعلاه الدالة موجبة لكل x>9.

صيف 2012 موعد أ

أ. مجال التعريف : $x \neq 0$

ب. التقاطع مع محور x (y = 0) :

$$0 = x - \frac{1}{x}$$
$$0 = x^2 - 1$$
$$x^2 = 1$$
$$x = -1 \Rightarrow (-1,0)$$
$$x = 1 \Rightarrow (1,0)$$

ج. (1) نقاط قصوى

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$$
$$f'(x) = 0$$
$$1 + \frac{1}{x^2} = 0$$
$$x^2 + 1 = 0$$
$$\varnothing$$

لا يوجد حل – لا توجد نقاط قصوى

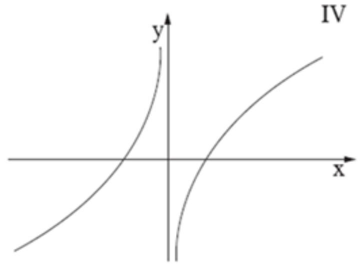
(2)

$f'(x)$	+		+
x	-1	0	1
$f(x)$	تصاعد		تصاعد

$$f'(-1) = 1 + \frac{1}{(-1)^2} = 2 > 0$$
$$f'(1) = 1 + \frac{1}{1^2} = 2 > 0$$

اذا الدالة تصاعدية في : $x > 0$
$x < 0$

د- الرسم الملائم هو : IV (استعانة بنقاط التقاطع و مجالات التصاعد و التنازل)



شتاء 2012

أ. مجال التعريف : $x \neq 0$

ب. التقاطع مع محور x $(y = 0)$

$$0 = \frac{16}{x} + x - 2$$
$$0 = 16 + x^2 - 2x$$
$$x^2 - 2x + 16 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{-60}}{2}$$
$$\varnothing$$

لا يوجد حل – لا يوجد تقاطع

مع محور y – لا يوجد تقاطع لأن $x = 0$ خارج مجال التعريف

ج.

$$y' = \frac{-16}{x^2} + 1$$
$$y' = 0$$
$$\frac{-16}{x^2} + 1 = 0$$
$$-16 + x^2 = 0$$
$$x^2 = 16$$
$$x = -4 \Rightarrow y(-4) = \frac{16}{-4} - 4 - 2 = -10 \Rightarrow (-4, -10)$$
$$x = 4 \Rightarrow y(4) = \frac{16}{4} + 4 - 2 = 6 \Rightarrow (4, 6)$$

+	صفر	-		-	صفر	+	y'
5	4	3	0	-3	-4	-5	x
تصاعد	min	تنازل		تنازل	max	تصاعد	y

$$y'(-5)=\frac{-16}{(-5)^2}+1>0$$

$$y'(-3)=\frac{-16}{(-3)^2}+1<0$$

$$y'(5)=\frac{-16}{5^2}+1>0$$

$$y'(3)=\frac{-16}{3^2}+1<0$$

$$\max(4,6)$$
$$\min(-4,-10)$$

د. تصاعد :

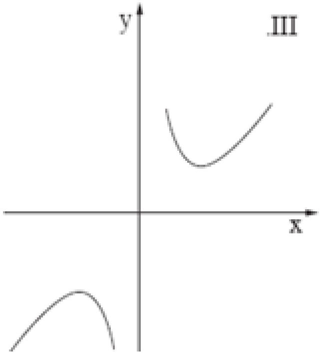
$$x>4, x<-4$$

تنازل :

$$0<x<4$$
$$-4<x<0$$

هـ.

الرسم الملائم:



صيف 2011 موعد ب

أ. النقاط القصوى

$$y' = 4x^3 - 4x$$
$$y' = 0$$
$$4x(x^2 - 1) = 0$$
$$4x = 0 \Rightarrow x = 0$$
$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -1$$
$$x = 0 \Rightarrow y(0) = 0^4 - 2\cdot 0^2 = 0$$
$$x = 1 \Rightarrow y(1) = 1^4 - 2\cdot 1^2 = -1$$
$$x = -1 \Rightarrow y(-1) = (-1)^4 - 2\cdot(-1)^2 = -1$$

نستخدم المشتقة الثانية

$$y'' = 12x^2 - 4$$
$$y''(0) = 12\cdot 0^2 - 4 < 0 \Rightarrow \max(0,0)$$
$$y''(1) = 12\cdot 1^2 - 4 > 0 \Rightarrow \min(1,-1)$$
$$y''(-1) = 12\cdot(-1)^2 - 4 > 0 \Rightarrow \min(-1,-1)$$

ب.

(1) المستقيم المار عبر نقطتي النهاية الصغرى يوازي المحور x اذا معادلته y = -1 .

(2)

$$S = \int_{-1}^{1}[(x^4 - 2x^2) - (-1)]dx$$
$$S = \int_{-1}^{1}(x^4 - 2x^2 + 1)dx = \frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x\Big|_{-1}^{1}$$
$$S = (\frac{15}{3} - \frac{2\cdot 1^3}{3} + 1) - (\frac{(-1)^5}{5} - 2\cdot\frac{(-1)^3}{3} + (-1))$$
$$S = \frac{8}{15} - (-\frac{8}{15}) = 1\frac{1}{15}$$

المساحة المطلوبة بين الدالة والمستقيم (طرح دالتين)

صيف 2011 موعد أ

معطاة الدالة $f(x) = 2\sqrt{x} - x$

أ. (1) مجال التعريف : $x \ge 0$

(2) تقاطع مع x $(y = 0)$

$$0 = 2\sqrt{x} - x$$
$$x = 2\sqrt{x}$$
$$x^2 = 4x$$
$$x(x-4) = 0$$
$$x = 0 \Rightarrow (0,0)$$
$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow (4,0)$$

تقاطع مع y $(x = 0)$

$$f(0) = 2\sqrt{0} - 0 = 0$$
$$(0,0)$$

(3)

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$$
$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1$$
$$f'(x) = 0$$
$$\frac{1}{\sqrt{x}} - 1 = 0$$
$$1 - \sqrt{x} = 0$$
$$\sqrt{x} = 1$$
$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2\sqrt{1} - 1 = 2$$
$$(1,1)$$

$f'(x)$	+		-
x	0.5	1	2
$f(x)$	تصاعد	Max	تنازل

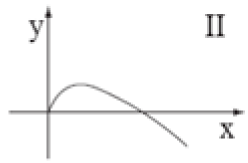
$$f'(0.5)=\frac{2}{2\sqrt{0.5}}-0.5>0$$

$$f'(2)=\frac{2}{2\sqrt{2}}-2<0$$

$$\Downarrow$$

$$\max(1,1)$$

ب .الرسم



حسب نقاط التقاطع (0,0) , (4,0) .

و النقطة القصوى (1,1) .

ج. يقطع المستقيم y = k في نقطتين بالضبط و ذلك أسفل النقطة القصوى و حتى محور x

في المجال (0≤k≤1)

شتاء 2011

أ. مجال التعريف :

$$3x+12\neq 0$$
$$3x\neq -12$$
$$x\neq -4$$

أ. (1) التقاطع مع y ‏(x = 0)

$$f(0)=\frac{1}{3\cdot 0+12}=\frac{1}{12}$$
$$(0,12)$$

(2) التقاطع مع x ‏(y = 0)

$$0=\frac{1}{3x+12}$$
$$0=1$$
$$\varnothing$$

لا يوجد حل – لا يوجد تقاطع مع محور x .

ج.

$$f'(x)=\frac{-3}{(3x+12)^2}$$
$$f'(x)=0$$
$$\frac{-3}{(3x+12)^2}=0$$
$$-3=0$$
$$\varnothing$$

لا يوجد حل - لا يوجد نقاط قصوى .

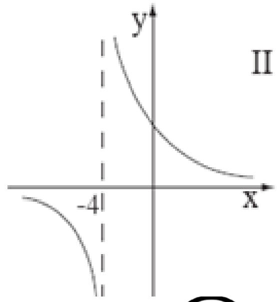
-		-	$f'(x)$
-2	-4	-5	x
تنازل		تنازل	$f(x)$

$$f'(-2)=\frac{-3}{+}<0$$
$$f'(-5)=\frac{-3}{+}<0$$

مجال التنازل : $x>-4, x<-4$

الدالة تنازلية لكل مجال تعريفها .

د. الرسم المناسب:



صيف 2010 موعد ب

أ. التقاطع مع x ‏(y = 0) :

$$0 = x^3 - 6x^2 + 9x$$
$$0 = x(x^2 - 6x + 9)$$
$$x = 0 \Rightarrow (0,0)$$
$$x^2 - 6x + 9 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 0}{2}$$
$$x = 3 \Rightarrow (3,0)$$

التقاطع مع y ‏(x = 0) :

$$f(0) = 0^3 - 6 \cdot 0^2 + 9 \cdot 0$$
$$(0,0)$$

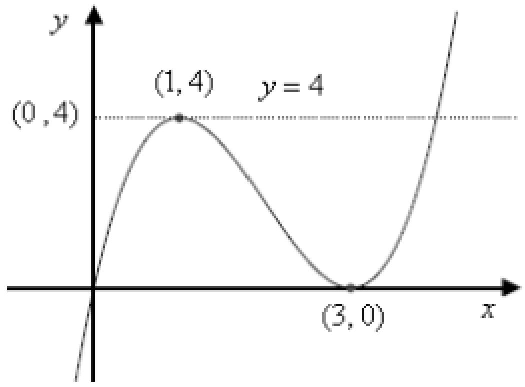
ب. النقاط القصوى

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$
$$f'(x) = 0$$
$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$
$$x^2 - 4x + 3 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$
$$x_1 = 3 \Rightarrow f(3) = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 = 0 \Rightarrow (3,0)$$
$$x_2 = 1 \Rightarrow f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 = 4 \Rightarrow (1,4)$$

$f'(x)$	+	صفر	-	صفر	+
x	0	1	2	3	4
$f(x)$	تصاعد	max	تنازل	min	تصاعد

$$f'(0) = 3\cdot 0^2 - 12\cdot 0 + 9 > 0$$
$$f'(2) = 3\cdot 2^2 - 12\cdot 2 + 9 < 0$$
$$f'(4) = 3\cdot 4^2 - 12\cdot 4 + 9 > 0$$
$$\min(3,0)$$
$$\max(1,4)$$

ج. الرسم



د. نقطة النهاية العظمى هي (1,4)

ميل المماس في نقطة النهاية العظمى هو 0

معادلة المماس :

$$y - 4 = 0(x-1)$$
$$y = 4$$

تقاطع y = 4 مع محور y هو : $B(0,4)$

صيف 2010 موعد أ

$$f(x)=-\frac{x}{4}-\frac{4}{x}$$

أ. مجال التعريف : $x\neq 0$

ب. خط التقارب العمودي $x=0$

ج. نقاط قصوى

$$f'(x)=-\frac{1}{4}+\frac{4}{x^2}$$

$$f'(x)=0$$

$$-\frac{1}{4}+\frac{4}{x^2}=0$$

$$-x^2+16=0$$

$$x^2=16$$

$$x=4\Rightarrow f(4)=-\frac{4}{4}-\frac{4}{4}=-2\Rightarrow(4,-2)$$

$$x=-4\Rightarrow f(-4)=-\frac{(-4)}{4}-\frac{4}{(-4)}=2\Rightarrow(-4,2)$$

$f'(x)$	-	صفر	+		+	صفر	-
x	-5	-4	-3	0	3	4	5
$f(x)$	تنازل	min	تصاعد		تصاعد	max	تنازل

$\max(4,-2)$

$\min(-4,2)$

$$f'(-3) = -\frac{1}{4} + \frac{4}{(-3)^2} > 0$$

$$f'(-5) = -\frac{1}{4} + \frac{4}{(-5)^2} < 0$$

$$f'(3) = -\frac{1}{4} + \frac{4}{3^2} > 0$$

$$f'(5) = -\frac{1}{4} + \frac{4}{5^2} < 0$$

د. نحسب التقاطع مع x (y = 0) :

$$x, y = 0$$
$$0 = -\frac{x}{4} - \frac{4}{x}$$
$$0 = -x^2 - 16$$
$$x^2 = -16$$
$$\Downarrow$$
$$\varnothing$$

لا يوجد حل لا يوجد تقاطع مع محور x

شتاء 2010

أ. مجال التعريف : $x \neq 0$

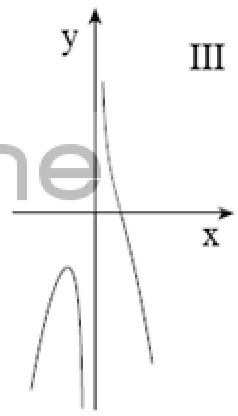
ب. النقاط القصوى

$$y' = \frac{-2}{x^2} - 2x$$
$$y' = 0$$
$$\frac{-2}{x^2} - 2x = 0$$
$$-2 - 2x^3 = 0$$
$$-2x^3 = 2$$
$$x^3 = -1$$
$$x = -1$$
$$f(-1) = \frac{2}{-1} - (-1)^2 = -3$$
$$(-1, -3)$$

$f'(x)$	+	صفر	-		-
x	-2	-1	-0.5	0	1
$f(x)$	تصاعد	max	تنازل		تنازل

$\max(-1,-3)$

ج. الرسم :



مجال تصاعد: $x<-1$

مجال تنازل: $-1<x<0$
$x>0$

الجزء الرابع

التكامل

صيف 2017 موعد ب

معطاة الدالّة $f\left(x\right)= x^2-2x +5$

مرّروا للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مماسًّا في النقطة A التي فيها $x=3$

أ. (1) جد ميل المماسّ .

(2) جد معادلة المماسّ .

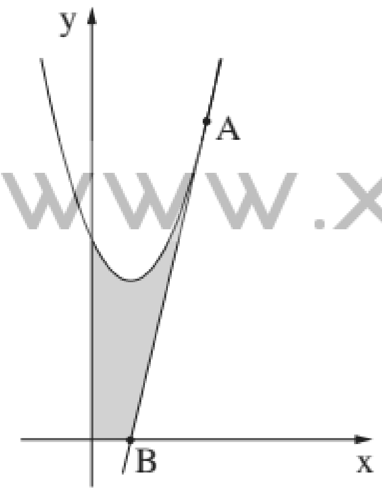
النقطة B هي نقطة تقاطع المماسّ مع المحور x.

ب. جد إحداثيّات النقطة B.

جـ. احسب المساحة الرماديّة في الرسم:

المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$

والمماسّ والمحور x والمحور y.



صيف 2017 موعد أ

يصف الرسم الذي أمامك الرسم البيانيّ للدالّة $f\left(x\right)= x^2+3$

في النقطة A التي فيها $x=-1$، مرّروا مماسًّا للرسم البيانيّ للدالّة.

أ. (1) جد ميل المماسّ .

(2) جد معادلة المماسّ .

ب. جد إحداثيّات النقطة B ، نقطة تقاطع المماسّ

مع المحور x.

النقطة C تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في الربع الأول .

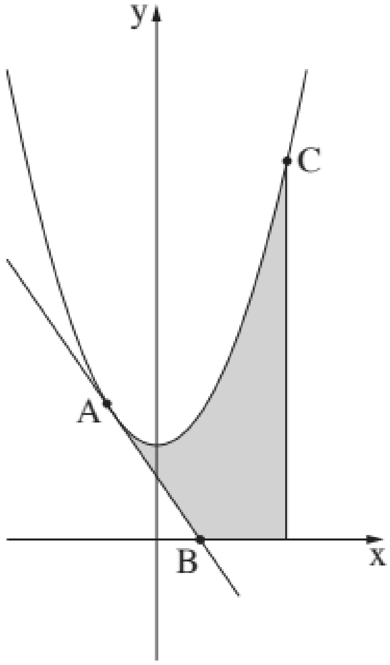
الاحداثيّ y للنقطة C هو 12.

جـ. جد الاحداثيّ x للنقطة C.

د. أنزلوا من النقطة C عمودًا على المحور x.

احسب المساحة الرماديّة في الرسم:

المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمماسّ والمحور x والعمود.



شتاء 2017

معطاة الدالة $f(x) = x^2 - 4x + 4$

النقطة A هي نقطة النهاية الصغرى للدالة.

المستقيم y = x يقطع الرسم البيانيّ للدالة في النقطتين B وَ C ، كما هو موصوف في الرسم.

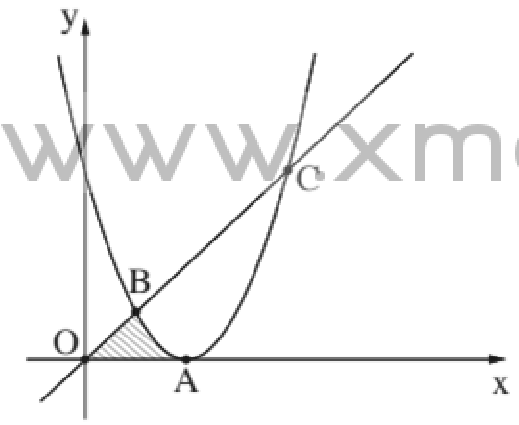
النقطة O هي نقطة أصل المحاور.

أ. جد إحداثيّات النقطة A.

ب. جد إحداثيّات النقطتين B وَ C.

جـ. جد المساحة المخطّطة في الرسم:

المساحة المحصورة بين القطعة OB والرسم البيانيّ للدالة $f(x)$ والمحور x.



صيف 2016 موعد ب:

القطع المكافئ $y = x^2 + 2x + 6$

يقطع المحورy في النقطةA (انظر الرسم) .

أ. جد إحداثيّات النقطة A .

ب. مرّروا عبرالنقطة A مستقيما ميله 1- .

(1) جد معادلة المستقيم .

(2) المستقيم يقطع المحور x في النقطة B .

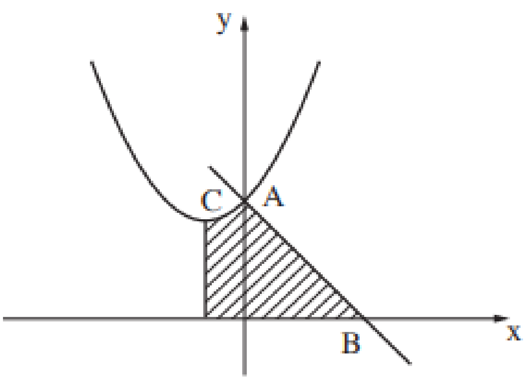
جد إحداثيات النقطة B .

ج. النهاية الصغرى للقطع المكافئ هي في النقطةC .

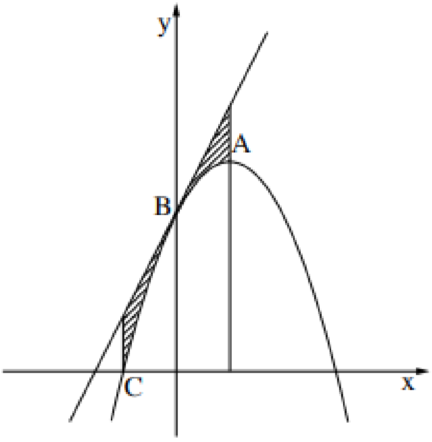
جد إحداثيّات النقطةC .

د. مرّروا عبر النقطةC عمودا على المحورx .

احسب المساحة المحصورة بين القطع المكافئ و العمود و المحورx و المستقيمAB (المساحة المخططة في الرسم) .



صيف 2016 موعد أ



الرسم الذي أمامك يعرض الرسم البياني للدّالة $f(x) = - x^2 + 2x + 3$

C هي نقطة تقاطع الرسم البياني مع الجزء السالب للمحور x .

B هي نقطة تقاطع الرسم البياني مع المحور y .

النقطة$A\ (1, 4)$ تقع عل الرسم البياني للدالّة $f(x)$.

أ. جد احداثيات النقطة B و النقطة C .

مرّروا مستقيما يمس الرسم البياني للدالّة $f(x)$ في النقطة B .

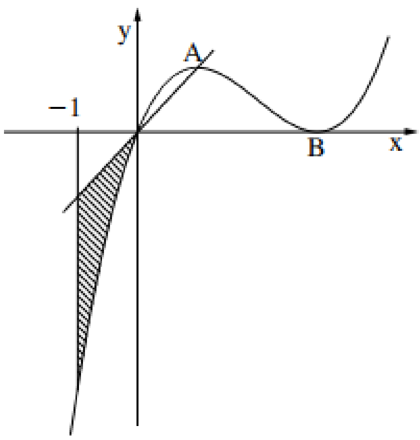
ب. (1) جد معادلة المماسّ.

(2) بيّن أن المماس يوازي AC .

ج.مرّروا عمودين على المحورx: عمودا عبر النقطة A و عمودا عبر النقطةC.

جد المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة $f(x)$ و العمودين و المماس في النقطة B (المساحة المخططة في الرسم) .

شتاء 2016



معطاة الدالّة $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

النقطتانA و B هما النقطتان

القصويان للدالّة (انظر الرسم)

أ. جد إحداثيات النقطتينA و B، و حدد نوع كلّ نقطة قصوى منهما حسب الرسم .

ب. مرّروا مستقيما عبر النقطة A و عبر نقطة أصل المحاور .

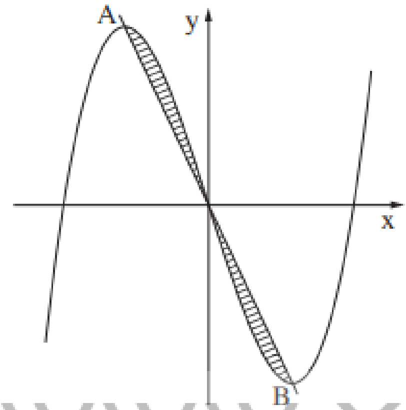
(1) بيّن أنّ معادلة المستقيم هي $y = 4x$.

(2) جد المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة و المستقيم الذي في البند الفرعيّ ب (1) و المستقيم$x = - 1$ في المجال $x \leq 0$

(المساحة المخطّطة في الرسم) .

صيف 2015 موعد ب

معطاة الدالة $f(x) = x^3 - 12x$



النقطة A هي نقطة النهاية العظمى للدالة،

والنقطة B هي نقطة النهاية الصغرى للدالة كما هو موصوف في الرسم

أ. جد إحداثيّات النقطة A وإحداثيّات النقطة B

ب. بيّن أنّ نقطة أصل المحاور تقع على المستقيم AB.

ج. جد المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالة $f(x)$ والمستقيم AB (المساحة المخطّطة في الرسم).

صيف 2015 موعد أ

معطاة دالة المشتقة $f'(x) = 3x^2 - 6$

المستقيم $y = 6x - 14$ يمسّ الرسم البيانيّ للدالة $f(x)$ في النقطة A.

النقطة A موجودة في ّ الربع الأول

أ. ١.ما هو ميل المماسّ في النقطة A ؟

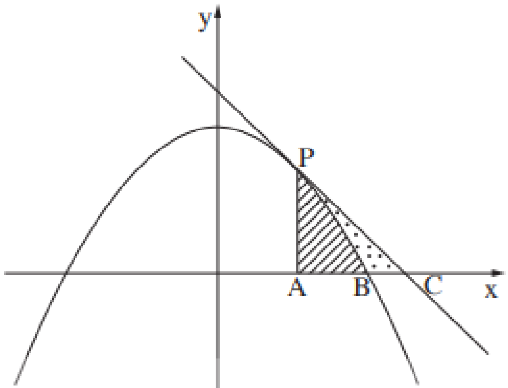
٢. جد إحداثيّات نقطة التماسّ A

ب. جد الدالة $f(x)$

شتاء 2015

معطى القطع المكافئ $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2$

مستقيم معادلته $y=-x+2.5$ يمسّ القطع المكافئ في النقطة P (انظر الرسم)



أ. جد إحداثيّات النقطة P

القطع المكافئ يقطع الجزء الموجب للمحور x في النقطة B

المماسّ يقطع المحور x في النقطة C .

ب. جد إحداثيّات النقطة B وإحداثيّات النقطة C .

جـ. مرّروا عبر النقطة P عمودًا على المحور x .

هذا العمود يقطع المحور x في النقطةA

1. جد المساحة المحصورة بين القطع المكافئ والعمود والمحور x (المساحة المخطّطة في الرسم).

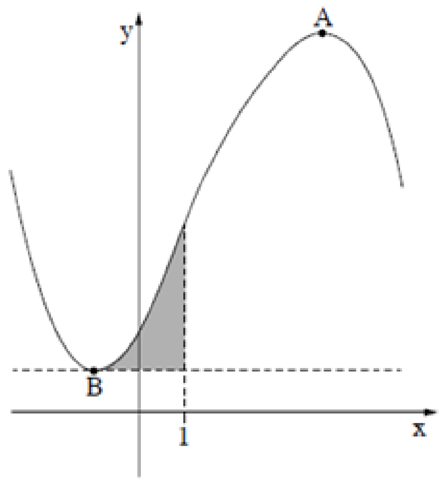
2. جد مساحة المثلث PAC

3.جد المساحة المحصورة بين القطع المكافئ والمماسّ والمحور x (المساحة المنقّطة في الرسم)

صيف 2014 موعد ب

يصف الرسم الذي أمامك رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالة

$f(x)=\frac{-x^3}{3}+2x^2+5x+6\frac{2}{3}$



BوA هما النقطتان القصويان للدالّة $f(x)$

أ. جد إحداثيات النقطتين BوA.

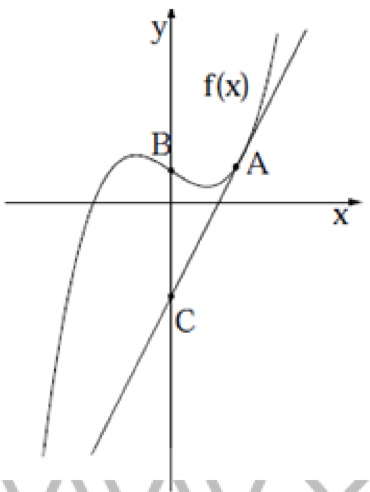
ب. مرروا في النقطة B مماسا للرسم البياني للدالّة $f(x)$.

جد معادلة المماس .

جـ. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالّة $f(x)$ و المستقيم x=1 والمماس .

الذي وجدت معادلته في البند «ب» .(المساحة الرمادية في الرسم).

صيف 2014 موعد أ



مشتقة الدالّة $f(x)$ هي $f'(x) = 12x^2 - 3$

أ-جد الاحداثيات x للنقاط على الرسم البياني للدالّة التي ميل المماس فيها هو9

يعرض الرسم الذي امامك الرسم البياني للدالّة $f(x)$ والمستقيم $y=9x-6$ الذي يمس الرسم البياني للدالة في النقطة A التي في الربع الاوّل .

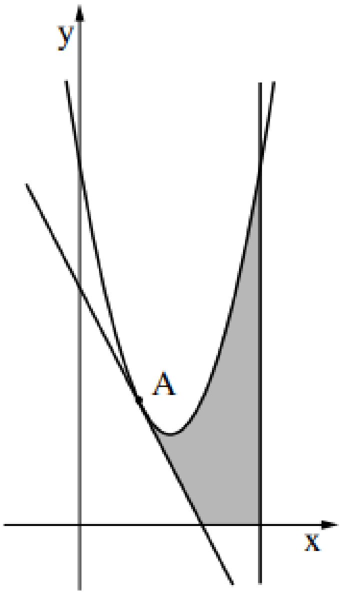
ب- (1) جد الاحداثي y للنقطة A

(2) جد الدالّة $f(x)$

ج-الرسم البياني للدالّة $f(x)$ يقطع المحور y في النقطة B

المستقيم الذي يمس الرسم البياني للدالّة $f(x)$ في النقطة A، يقطع المحور y في النقطة C جد الطول القطعة BC

شتاء 2014



معطاة الدالّة $y = 2x^2 - 6x+6$

ومعطى المستقيم الذي يمسّ الرسم البيانيّ للدالة في النقطة A التي فيها x=1

أ. جد معادلة المماسّ .

ب. جد نقطة تقاطع المماسّ مع المحور x .

ج. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة والمماسّ والمستقيم x=3 والمحور x (المساحة الرماديّة في الرسم).

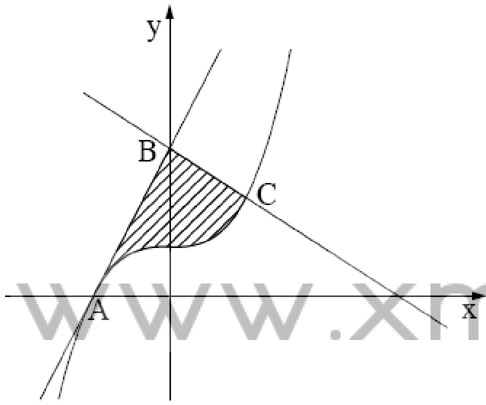
صيف 2013 موعد ب

معطاة الدالة $f(x) = x^3 + 1$

أ. النقطة C تقع على الرسم البياني للدالة $f(x)$ في الربع الأول .

ميل المستقيم , الذي يمس الرسم البياني للدالة $f(x)$ في النقطة C , هو 3.

جد احداثيات النقطة C .



الرسم البياني للدالة يقطع المحور x في النقطة A .

المستقيم $y = 3x + 3$ يمر عبر النقطة A ,

و يقطع المحور y في النقطة B , كما هو موصوف بالرسم .

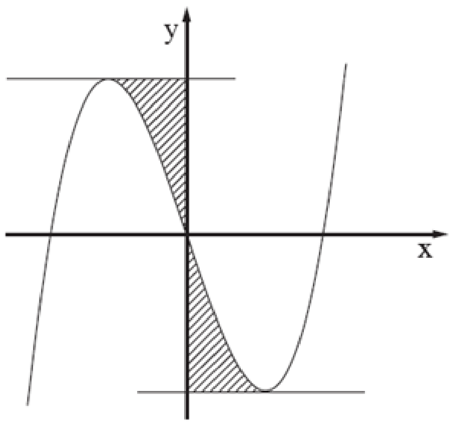
ب. جد احداثيات النقطة B , و جد معادلة المستقيم BC .

ج. جد المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة و المستقيم BA (BA يمس $f(x)$) و المستقيم BC (المساحة المخططة في الرسم).

صيف 2013 موعد أ

معطاة الدالة $f(x) = x^3 - 3x$ (أنظر الرسم) .

أ. جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة , و حدد نوع هذه النقاط حسب الرسم .



مرروا مماسا للرسم البياني للدالة عبر نقطة نهايتها العظمى , ومرروا مماسا آخر للرسم البياني للدالة عبر نقطة نهايتها الصغرى , كما هو موصوف بالرسم .

ب. جد المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة و المماس في نقطة النهاية العظمى و المماس في نقطة النهاية الصغرى و المحور y (المساحة المخططة في الرسم).

شتاء 2013

معطاة الدالة $f(x) = -4x^3 + 6x^2$

أ. جد النقاط القصوى للدالة , وحدد نوع هذه النقاط .

ب. الرسم البياني للدالة يقطع محور x في النقطة A (A ليست نقطة أصل المحاور)

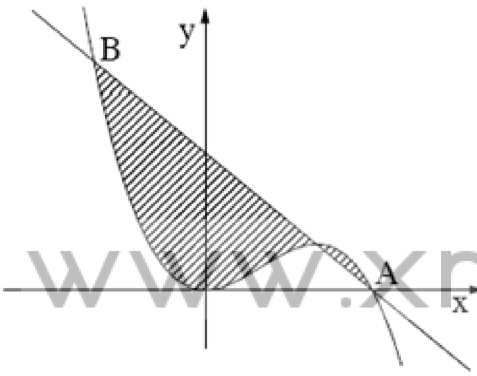
جد احداثيات النقطة A .

ج. معادلة المستقيم الذي يمر عبر نقطة النهاية العظمى للدالة و عبر النقطة A هي $y = -4x + 6$.

المستقيم يقطع الرسم البياني للدالة في النقطة(B (-1,10

(أنظر الرسم).

احسب المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة و المستقيم AB (المساحة المخططة في الرسم) .



صيف 2012 موعد ب

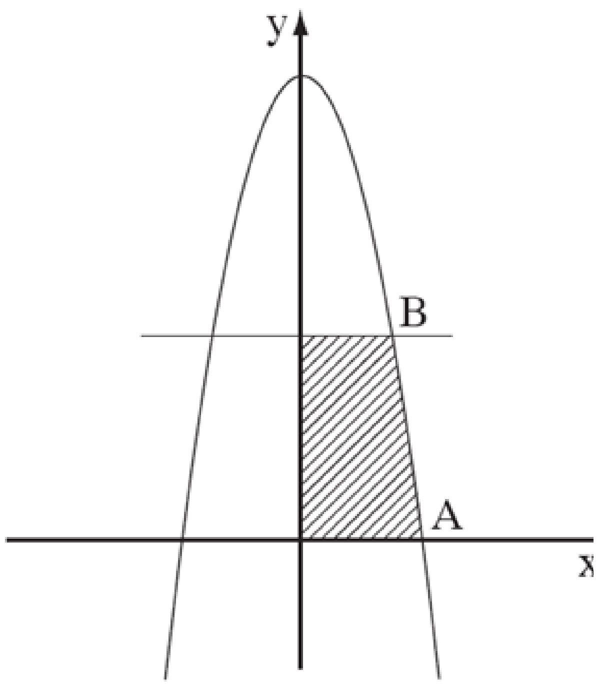
يعرض الرسم الذي أمامك الرسم البياني للدالة $f(x) = -x^2+16$.

A هي إحدى نقطتي تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور x.

B هي إحدى نقطتي تقاطع المستقيم $y = 7$ مع الرسم البياني للدالة (كما هو موصوف بالرسم) .

أ. جد إحداثيات النقطتين A و B .

ب. جد المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة و المستقيم $y = 7$ و المحور x و المحور y (المساحة المخططة في الرسم) .

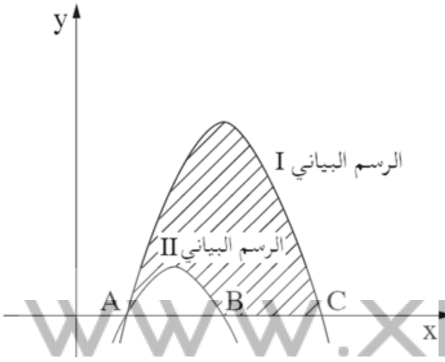


صيف 2012 موعد أ

في الرسم الذي أمامك معطى الرسمان البيانيان للدالتين :

$f(x) = -x^2 + 4x - 3$

$g(x) = -x^2 + 6x - 5$



الرسمان البيانيان يقطعان المحور x في النقطة A .

الرسم البياني I يقطع المحور x في النقطة C أيضا .

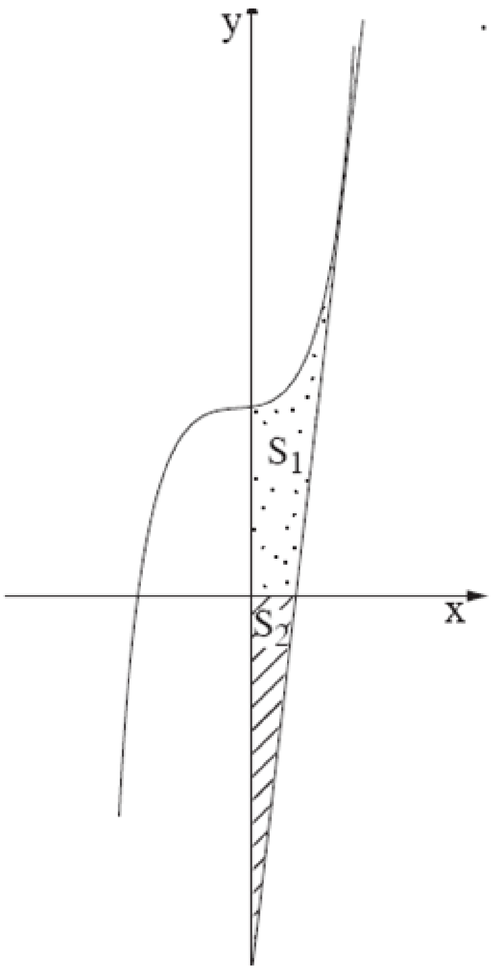
الرسم البياني II يقطع المحور x في النقطة B أيضا .

أ. جد احداثيات النقاط A و B و C .

ب. حدد أي دالة من الدالتين يصفها الرسم البياني I , و ايهما يصفها الرسم البياني II . علل .

ج. جد المساحة المحصورة بين الرسم البياني I و الرسم البياني II و المحور x (المساحة المخططة في الرسم).

شتاء 2012



يعرض الرسم الذي أمامك الرسم البياني للدالة $f(x) = x^3 + 4$

مرروا في النقطة التي فيها $x = 2$ مماسا للرسم البياني للدالة .

أ. (1) جد معادلة المماس .

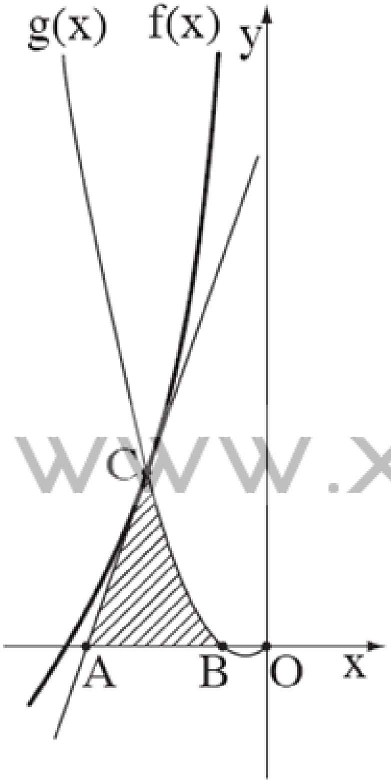
(2) جد نقطة تقاطع المماس مع المحور x .

ب. نرمز ب S_1 الى المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة و المماس (الذي وجدت معادلته في البند "أ") و المحور x و المحور y . (المساحة المنقطة في الرسم) .

نرمز ب S_2 الى المساحة المحصورة بين المماس و المحور x و المحور y (المساحة المخططة في الرسم) .

بين أن $S_1 = S_2$

صيف 2011 موعد ب



معطاة الدالة $f(x) = x - \frac{8}{x}$ في الربع الثاني

ميل المماس للرسم البياني للدالة $f(x)$ في النقطة C هو 3 (أنظر الرسم) .

أ. (1) جد احداثيات النقطة C .

(2) جد معادلة المماس .

(3) A هي نقطة تقاطع المماس مع المحور x .

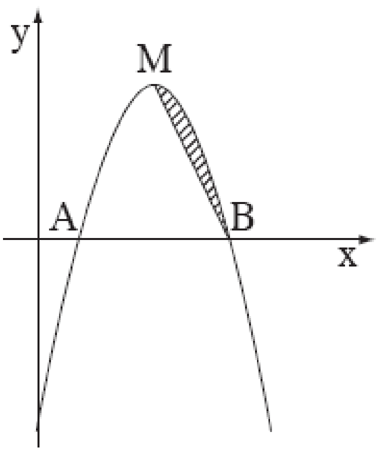
جد احداثيات النقطة A .

ب. الرسم البياني للدالة $g(x) = x^2 + \frac{x}{2}$ يمر عبر النقطة C .

و يقطع المحور x في النقطتين $B(-\frac{1}{2};0)$ و O (O نقطة أصل المحاور)

احسب المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة $g(x)$ و المماس للرسم البياني للدالة $f(x)$ و المحور x (المساحة المخططة في الرسم) .

صيف 2011 موعد أ



الرسم البياني للقطع المكافئ $y = -x^2+6x-5$

يقطع المحور x في النقطتين A و B (أنظر الرسم) .

النقطة M هي نقطة النهاية العظمى للقطع المكافئ .

أ. جد إحداثيات النقطتين M و B .

ب. جد معادلة المستقيم MB .

ج. احسب المساحة المحصورة بين القطع المكافئ و المستقيم MB (المساحة المخططة في الرسم) .

شتاء 2011

معطاة الدالة $y = -x^2 - 6x - 5$ (أنظر الرسم) .

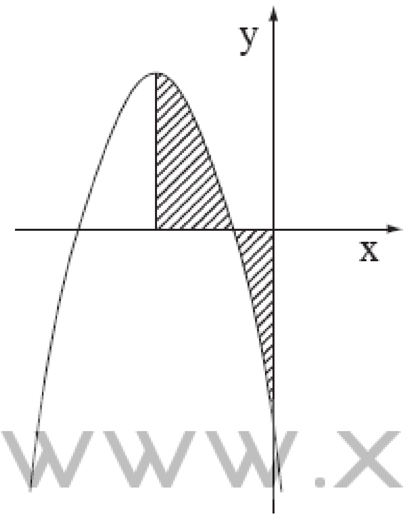
أ. جد احداثيات نقطة النهاية العظمى للدالة .

ب. مرروا عبر نقطة النهاية العظمى للدالة

عمودا على المحور x (أنظر الرسم) .

احسب المساحة المحصورة بين الرسم البياني

للدالة و العمود و المحورين (المساحة المخططة في الرسم) .



صيف 2010 موعد ب

معطى القطع المكافئ $f(x) = x^2+4$

من النقطة B , الموجودة على القطع المكافئ في الربع الأول , مرروا العمود

BC على المحور x

و العمود AB على المحور y (أنظر الرسم) .

إحداثيات النقطة A (0,5) .

أ. جد معادلة المستقيم AB .

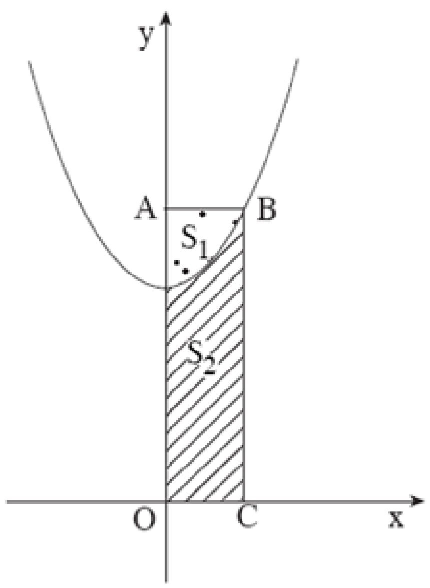
ب. جد إحداثيات النقطة B .

ج. القطع المكافئ يقسم مساحة المستطيل ABCO

(O – نقطة أصل المحاور) الى مساحتين :

S_1 (المساحة المنقطة في الرسم) , و S_2 (المساحة المخططة في الرسم) .

احسب النسبة $\frac{S_1}{S_2}$.

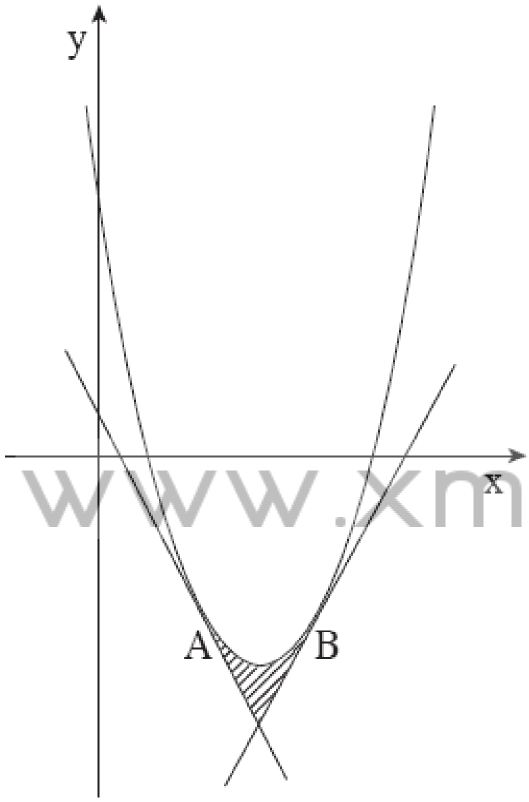


صيف 2010 موعد أ

معطى قطع مكافئ معادلته $y = x^2 - 6x - 5$ (أنظر الرسم) .
معادلة المستقيم الذي يمس القطع المكافئ في النقطة A
هي $y = -2x + 1$.
معادلة المستقيم الذي يمس القطع المكافئ في النقطة B
هي $y = 2x - 11$.

أ. جد الإحداثي x للنقطة A , و الإحداثي x للنقطة B .

ب. جد المساحة المحصورة بين المماسين و القطع المكافئ (المساحة المخططة في الرسم) .

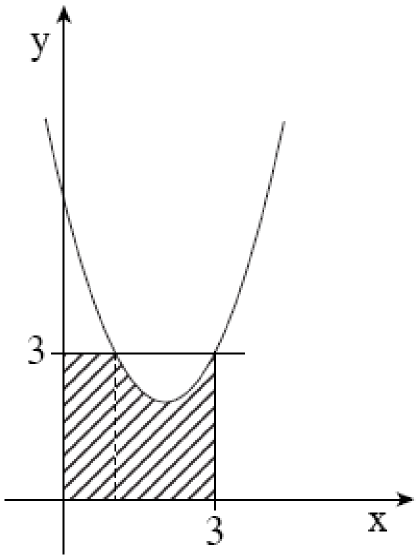


شتاء 2010

معطاة الدالة $y = x^2 - 4x + 6$
يمررون المستقيم $y = 3$ (أنظر الرسم) .

أ. جد نقطتي تقاطع المستقيم $y = 3$ مع الرسم البياني للدالة المعطاة .

ب. جد المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة $f(x)$, و المستقيم $x = 3$, و المستقيم $y = 3$ و المحورين (المساحة المخططة في الرسم) .



إجابات تمارين

التكامل

صيف 2017 موعد ب

أ. $f(x)=x^2-2x+5$.

(1) نجد ميل المماس في $x=3$.

لدينا : $f'(x)=2x-2$

إذن: $f'(3)=2\cdot 3-2=4$

(2) نجد معادلة المماس.

يمر المماس من النقطة $f(3)=3^2-2\cdot 3+5=8$

بما أن ميل المماس هو 4 فإن معادلته تحقق

$y-8=4(x-3)$

$y-8=4x-12$

و منه معادلة المماس هي $y=4x-4$

ب. تقاطع المماس مع محور x $y=0$

نعوض في معادلة المماس. $0=4x-4$

$4=4x$

$x=1 \;\; \to B(1,0)$

ج. نحسب المساحة :

نقسم المساحة لأثنين.

طرح الدالتين : $x^2-2x+5-(4x-4)=x^2-2x+5-4x+4=x^2-6x+9$.

الأولى S_1 :

المساحة بين الدالة و المماس بين $x=1$ و $x=3$.

$$S_1=\int_1^3 (x^2-6x+9)dx$$

$$S_1=\frac{x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}+9x\Big]_1^3$$

$$S_1=9-(6\frac{1}{3})$$

$$S_1=2\frac{2}{3}$$

الثانية S_2:

المساحة بين الدالة و محور x من $x=0$ و حتى $x=1$.

$$S_2 = \int_0^1 (x^2 - 2x + 5)\,dx$$

$$S_2 = \frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 5x \Big]_0^1$$

$$S_2 = (\frac{1^3}{3} - 1^2 + 5\cdot 1) - (\frac{0^3}{3} + 0^2 + 5\cdot 0)$$

$$S_2 = 4\frac{1}{3} - (0)$$

المساحة الكلية $7 = 4\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3}$.

صيف 2017 موعد أ

أ.(1) ميل المماس

$$M = f'(-1) = 2\cdot(-1) = -2$$

(2) معادلة المماس .

يمر المماس من النقطة $f(-1) = (-1)^2 + 3 = 4$

بما أن ميل المماس هو 2- (السؤال 1) فإن معادلته تحقق

$(-1,4)\quad m = -2$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = -2(x - (-1))$$

$$y - 4 = -2x - 2$$

و منه معادلة المماس هي $y = -2x + 2$

ب. احداثيات B : نعوض في معادلة المماس .

$$0 = -2x + 2$$

$B(1,0) \quad 1 = x$

ج. نعوض y=12 في الدالة .

$12 = x^2+3$

$9 = x^2$

x= -3 أو x=3

نختار $x = 3$ لأنه في الربع الأول C(3,12) .

د.　نقسم المساحة المطلوبة لإثنين :

S_1 المساحة بين الدالة و المماس من $x=-1$ إلى $x=1$.

S_2 المساحة بين الدالة و محور x من $x=1$ إلى $x=3$.

المساحة الأولى

$$S_1=\int_{-1}^{1}[(x^2+3)-(-2x+2)]dx$$

$$S_1=\int_{-1}^{1}(x^2+2x+1)dx=\frac{x^3}{3}+\frac{2x^2}{2}+x\Big]_{-1}^{1}$$

$$S_1=\frac{x^3}{3}+x^2+x\Big]_{-1}^{1}$$

$$S_1=(\frac{1^3}{3}+1^2+1)-(\frac{(-1)^3}{3}+(-1)^2+(-1))$$

$$S_1=\frac{7}{3}-\frac{-1}{3}=\frac{8}{3}$$

المساحة الثانية

$$S_2=\int_{1}^{3}(x^2+3)dx=\frac{x^3}{3}+3x\Big]_{1}^{3}$$

$$S_2=(\frac{3^3}{3}+3\cdot3)-(\frac{1^3}{3}+3\cdot1)$$

$$S_2=18-3\tfrac{1}{3}=14\tfrac{2}{3}$$

و منه: $S=S_1+S_2=\frac{8}{3}+14\frac{2}{3}=17\frac{1}{3}$

شتاء 2017

أ.　نجد احداثيات A (نقطة النهاية الصغرى).

نبحث عن النقطة حيث تنعدم الدالة المشتقة.

لدينا

$$f'(x)=2x-4$$
$$0=2x-4$$
$$-2x=-4$$
$$x=2$$

نعوض في الدالة الأصلية

$$f(2)=2^2-4\cdot2+4=0\rightarrow$$

A(2,0)

ب. احداثيات B,C .

B و C ينتميان إلى الدالة و y=x، إذن إحداثياتهما تحقق

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 4 \\ y = x \end{cases}$$

ندمج ثم نحل المعادلتين $x^2 - 4x + 4 = x$

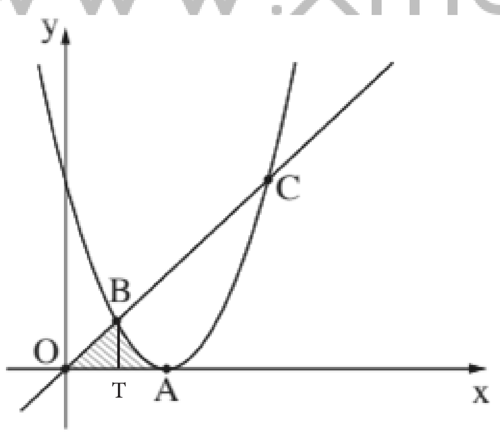
$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

الحلان هما : $x_1 = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow y = 4$ و $x_2 = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow y = 1$.

و منه إحداثيتا النقطتين هما : $B(1,1)$ و $C(4,4)$



ج. نقسم المساحة لإثنين .

مساحة المثلث : $S = \frac{OT.BT}{2} = \frac{1.1}{2} = \frac{1}{2}$

مساحة بين الدالة و محور x بين $x = 1$ و $x = 2$.

$$S = \int_1^2 (x^2 - 4x + 4)dx$$

$$S = \left. \frac{x^3}{3} - \frac{4 \cdot x^2}{2} + 4x \right|_1^2$$

$$S = \left(\frac{2^3}{3} - \frac{4 \cdot 2^2}{2} + 4 \cdot 2\right) - \left(\frac{1^3}{3} - \frac{4 \cdot 1^2}{2} + 4 \cdot 1\right)$$

$$S = \frac{8}{3} - \left(\frac{7}{3}\right)$$

$$S = \frac{1}{3}$$

المساحة الكلية : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$.

صيف 2016 موعد ب

أ.A هي نقطة التقاطع مع محور y ، يعني $x=0$.

$f(0)=0^2+2\cdot 0+6 \rightarrow A(0,6)$

ب. (1) معادلة المستقيم.

المستقيم AB يمر من النقطة A و بميل 1-.

إذن يحقق $A(0,6)\ ,\ m_{AB}=-1$

$y-6=-1(x-0)$

$y-6=-x$

$y=-x+6$

(2) تقاطع المستقيم مع محور x .

يتناسب مع y=0

اذن

$0=-x+6 \rightarrow x=6 \rightarrow B(6,0)$

ج. احداثيات نقطة النهاية الصغرى.

تتناسب مع انعدام الدالة المشتقة

لدينا : $f'(x)=2x+2$

إذن $0=2x+2$

و منه x=-1

$x=-1 \rightarrow f(-1)=(-1)^2+2\cdot(-1)+6=5 \rightarrow C(-1,5)$

حسب الرسم النقطة نقطة نهاية صغرى.

د. نحسب المساحة المخططة.

القسم الأول: مساحة المثلث AOB.

$d_{AO}=y_A-y_O=6-0=6$

$d_{OB}=x_B-x_O=6-0=6$

$S_{AOB}=\frac{AO.OB}{2}=\frac{6.6}{2}=18$

القسم الثاني :المساحة بين الدالة و محور x من $x=-1$ إلى $x=0$.

$$S=\int_{-1}^{0}(x^2+2x+6-0)dx$$

$$S=\frac{x^3}{3}+\frac{2x^2}{2}+6x\Big]_{-1}^{0}$$

$$S=(\frac{0^3}{3}+\frac{2\cdot 0^2}{2}+6\cdot 0)=(\frac{(-1)^3}{3}+\frac{2\cdot(-1)^2}{2}+6\cdot(-1)$$

$$S=0-(-5\frac{1}{3})$$

$$S=5\frac{1}{3}$$

المساحة الكلية: . $S=18+5\frac{1}{3}=23\frac{1}{3}$

صيف 2016 موعد أ

أ. B هي تقاطع الدالة مع محور y

يعني البحث عن : $f(0)$ $\quad f(0)=-0^2+2\cdot 0+3=3 \rightarrow B(0,3)$

تقاطع الدالة مع محورx .

نحل المعادلة $\quad -x^2+2x+3=0$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot(-1)\cdot 3}}{2\cdot(-1)}$$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 4}{-2}$$

الحلان هما $x_1=\frac{-2+4}{-2}=\frac{2}{-2}=-1$ $\quad x_2=\frac{-2-4}{-2}=\frac{-6}{-2}=3$

إذن $C(-1,0)$

ب. (1) معادلة المماس في $B(0,3)$.

نحسب الميل أولا

لدينا $\quad f'(x)=-2x+2$

إذا $\quad .m=-2\cdot 0+2=2$

معادلة المماس تحقق

$$y-3=2(x-0)$$

إذن $\quad y=2x+3$

(2) ميل AC : نطبق العلاقة مباشرة $m_{AC}=\frac{4-0}{1-(-1)}=\frac{4}{2}=2$

بما أن الميل يساوي ميل المماس, ABو AC متوازيان .

ج. الفرق بين الدالتين (لأن المساحة المطلوبة بين دالتين).

$$2x+3-(-x^2+2x+3)=2x+3+x^2-2x-3=x^2$$

و منه المساحة :

$$S=\int_{-1}^{1}(x^2)dx$$

$$S=\frac{x^3}{3}\Big]_{-1}^{1}$$

$$S=(\frac{1^3}{3})-(\frac{(-1)^3}{3})$$

$$S=\frac{1}{3}-(-\frac{1}{3})$$

$$S=\frac{2}{3}$$

شتاء 2016

أ. A و B نقاط قصوى:

حساب مشتقة الدالة

$$f'(x)=3x^2-12x+9$$

نحل المعادلة

$$3x^2-12x+9=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-(-12)\pm\sqrt{(-12)^2-4.3.9}}{2.6}$$

$$x_{1,2}=\frac{12\pm 6}{6}$$

نحدد النقط بالإعتماد على الشكل $x_1=\frac{12+6}{6}=\frac{18}{6}=3\rightarrow y=3^3-6\cdot3^2+9\cdot3=0\rightarrow B(3,0)$ *Min*

$$x_2=\frac{12-6}{6}=\frac{6}{6}=1\rightarrow y=1^3-6\cdot1^2+9\cdot1=4\rightarrow A(1,4)\ \ Max$$

ب.(1) نجد معادلة المستقيم المار بـ (1,4) و (0,0).

نحسب الميل أولا $M=\frac{4-0}{1-0}=4$

معادلة المستقيم تحقق $y-0=4(x-0)$

إذن $y=4x$

(2) نحسب حاصل طرح الدوال $4x-(x^3 6x^2+9x)=4x-x^3+6x^2-9x=-x^3+6x^2-5x$

و منه المساحة هي :

$$S=\int_{-1}^{0}(-x^3+6x^2-5x)dx$$

$$S=-\frac{x^4}{4}+\frac{6\cdot x^3}{3}-\frac{5\cdot x^2}{2}\Big]_{-1}^{0}$$

$$S=(-\frac{0^4}{4}+\frac{6\cdot 0^3}{3}-\frac{5\cdot 0^2}{2})-(-\frac{(-1)^4}{4}+\frac{6\cdot(-1)^3}{3}-\frac{5\cdot(-1)^2}{2})$$

$$S=(-\frac{0^4}{4}+\frac{6\cdot 0^3}{3}-\frac{5\cdot 0^2}{2})-(-\frac{(-1)^4}{4}+\frac{6\cdot(-1)^3}{3}-\frac{5\cdot(-1)^2}{2})$$

S= 0 - (-4.75)

S= 4.75

صيف 2015 موعد ب

أ.الدالة $f(x)=x^3-12x$

نحسب احداثيات A و B :

نحسب مشتقة الدالة: $f'(x)=3x^2-12x$

A و B يحققان: $0=3x^2-12$

نحل المعادلة $-3x^2=-12$

$x^2=4$

و منه : $x=2\rightarrow f(2)=2^3-12.2=-16\rightarrow B(2,-16)$

$x=-2\rightarrow f(-2)=(-2)^3-12.(-2)=-16\rightarrow A(-2,16)$

ب.نجد ميل AB:

نطبق العلاقة مباشرة: $m_{AB}=\frac{16-(-16)}{-2-2}=\frac{32}{-4}=-8$

نجد معادلة المستقيم AB :

معادلة المستقيم تحقق: $y-16=-8(x-(-2))$

$y-16=-8x-16$

$y=-8x$

نلاحظ أن أصل المحاور ينتمي فعلا إلى المماس :

$O(0,0)$

$0=-8.0$

ج.نحسب المساحة .

S_1 هي المساحة بين الدالة و المستقيم من $x=-2$ إلى $x=0$.

$$S_1=\int_{-2}^{0}(x^3-12x-(-8x))\,dx$$

$$S_1=\int_{-2}^{0}(x^3-12x+8x))\,dx$$

$$S_1=\int_{-2}^{0}(x^3-4x)dx$$

$$S_1=\frac{x^4}{4}-\frac{4x^2}{2}\Big]_{-2}^{0}$$

$$S_1=(\frac{0^4}{4}-\frac{4\cdot 0^2}{2})-(\frac{(-2)^4}{4}-\frac{4\cdot(-2)^2}{2})=0-(-4)\quad\rightarrow S_1=4$$

S_2 : هي المساحة بين الدالة و المستقيم من $x = 0$ إلى $x = 2$.

$$S_2 = \int_0^2 (-8x - (x^3 - 12x))\, dx$$

$$S_2 = \int (-x^3 + 4x)\, dx$$

$$S_2 = \int_0^2 (4x - x^3)\, dx$$

$$S_2 = \frac{4 \cdot x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \Big]_0^2$$

$$S_2 = (\frac{4 \cdot 2^2}{2} - \frac{2^4}{4}) - (\frac{4 \cdot 0^2}{2} - \frac{0^2}{2}) = 4 - (0) \quad \rightarrow S_2 = 4$$

$$S_1 + S_2 = 8$$

صيف 2015 موعد أ

معطاة دالة المشتقة $f'(x) = 3x^2 - 6$

(1) ميل المماس في النقطة هو 6 كما في ميل المستقيم $y = 6x - 14$.

(2) نجد احداثيات نقطة التماس

ميل المماس :

$$f'(x) = 3x^2 - 6 = 6$$
$$\longrightarrow 3x^2 = 12$$
$$\longrightarrow x^2 = 4$$
$$\longrightarrow x = 2 \rightarrow y = 6 \cdot 2 - 14 = -2 \rightarrow A(2,-2)$$

$x = -2$ ملغى لأنه ليس في الربع الرابع .

ب. نجد الدالة $f(x)$.

$$f(x) = \int (3x^2 - 6)\, dx$$

$$f(x) = \frac{3x^3}{3} - 6x + c$$

$$f(x) = x^3 - 6x + c$$

نعوض قيمة $A(2,-2)$ لنجد قيمة c .

$$-2 = 2^3 - 6 \cdot 2 + c$$

$$-2 = -4 + c$$

$$2 = c$$

الدالة : $f(x) = x^3 - 6x + 2$

شتاء 2015

أ.نجد احداثيات P

P تنتمي إلى الدالة و y=-x+2.5، إذن إحداثياتها تحقق:
$$\begin{cases} y = -x + 2.5 \\ y = -\frac{1}{2}x^2+2 \end{cases}$$

اذن :

$$-\frac{1}{2}x^2+2 = -x+2.5$$
$$\frac{1}{2}x^2 - x + 0.5 = 0$$
$$x^2-2x+1 = 0 \longrightarrow (x-1)^2=0 \longrightarrow x=1$$

نعوض في معادلة المستقيم : $y = -1 + 2.5 = 1.5$

إذن $P(1;1.5)$

ب. القطع المكافئ يقطع محورx في B , $y = 0$.

$$-\frac{1}{2}x^2+2 = 0$$
$$-x^2 = -4$$
$$x^2=4 \longrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

بما أن: $x_B>0$ إذن $B(2;0)$

تقاطع المماس مع محورx في C : $y = 0$

$$y = -x+2.5 = 0 \longrightarrow x = 2.5$$

إذن $C(2.5;0)$

ج.(1) نحسب المساحة المخططة .

$$S=\int_1^2 (-\frac{1}{2}x^2+2)\,dx$$
$$= -\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+2x\Big|_1^2$$
$$= (-\frac{1}{2}\frac{2^3}{2}+2.2)-(-\frac{1}{2}\frac{1^3}{2}+2.1)$$
$$= \frac{8}{3}-\frac{11}{6}$$
$$= \frac{5}{6}$$

(2) مساحة المثلث Δ PAC :

$$S_{\Delta PAC} = \frac{AC.\ AP}{2} = \frac{(2.5-1).(1.5-0)}{2}$$
$$= \frac{1.5\ .\ 1.5}{2} = 1.125$$

المساحة المنقطة في الشكل :

$$S' = S_{\Delta PAC} - S = 1.125 - \frac{5}{6} = \frac{7}{24}$$

صيف 2014 موعد ب

أ- مشتقة الدالّة $f(x)$هي:

A و Bنقطتان قصويتين ، إذن:

$$f'(x) = -x^2 + 4x + 5$$
$$f'(x) = 0$$
$$\to -x^2+4x+5 = 0$$
$$\to (x+1).(x-5) = 0$$
$$\to x=-1 \to f(-1) = 4$$
$$\to x = 5 \to f(5) = 40$$

احداثيات النقطة A هي:(A(5 ,40 نقطة نهاية عظمى

احداثيات النقطة B هي : (B(-1 , 4 نقطة نهاية صغرى

ب-ميل المماسّ للرسم البيانيّ للدالّة في نقطة النهاية الصغرى هو0.

لذلك معادلة المماس للرسم البياني للدالّة $f(x)$ في النقطة B هي: $y=y_B = 4$.

ج. S هي المساحة الحصورة بين الدالة و المماس في النهاية الصغرى من x=-1 إلى x=1 .

لدينا : $S_{\text{مستطيل}} = 4.2 = 8$ إذن

$$S=\int_{-1}^{1} f(x)dx - S_{\text{مستطيل}} = \int_{-1}^{1} \left(\frac{-x^3}{3} +2x^2+5x+6\frac{2}{3}\right)dx - 4.2$$

$$=-\frac{x^4}{12}+2\frac{x^3}{3}+5\frac{x^2}{2}+6\frac{2}{3}x\Big|_{-1}^{1}-8$$

$$=\left(-\frac{1^4}{12}+2\frac{1^3}{3}+5\frac{1^2}{2}+6\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{-1^4}{12}+2\frac{-1^3}{3}+5\frac{-1^2}{2}-6\frac{2}{3}\right) - 8 = 6\frac{2}{3}$$

صيف 2014 موعد أ

أ- ميل المماس للرسم البياني للدالّة $f(x)$ هو9، لذلك يتحقق:

$$f'(x) = 9$$
$$\to 12x^2-3 = 9$$
$$\to x^2= 1$$
$$\to \begin{cases} x=-1 \\ x = 1 \end{cases}$$

ب-(1) A تنتمي إلى الدالة و y= 9x-6، إذن إحداثياتها تحقق $\begin{cases} y = f(x) \\ y =9x-6 \end{cases}$

وجدنا في البند "أ" نقطتين ميل المماس فيهما يساوي 9

حسب الرسم، النقطةA تقع في الربع الاوّل، لذلك الاحداثي $x_A=1$

نعوض $y_A = 9 . 1- 6 = 3$

إذن $A= (1;3)$

(2)الدالّة $f(x)$ هي دالّة اصليّة لدالّة المشتقة

$$f(x)=\int f'(x)dx=\int(12x^2-3)dx$$
$$=4x^3-3x+c$$

نعوض بإحداثيات A

$$y_A=4x_A^3-3x+c \longrightarrow 3=4-3+c \longrightarrow c=2$$

إذن $f(x)=4x^3-3x+2$

ج. B هي نقطة تقاطع الرسم البياني للدالّة $f(x)$ مع المحور y

C هي نقطة تقاطع مماس الرسم البياني مع المحور y

نعوض ب : x=0

$$y_B=f(0)=2$$
$$y_c=9.0-6=-6$$

إذن :

$$BC=y_B-y_C=8$$

شتاء 2014

أ- المماس للدالة في x=1

ميل المماس :

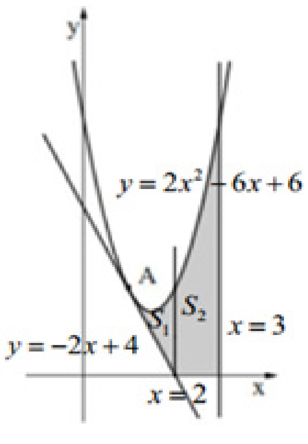
$$f'(x)=4x-6$$
$$m=f'(1)=4-6=-2$$

لدينا : $y_A=2x_A^2-6x_A+6=2.1-6.1+6=2$

إذن معادلة المماس تحقق

$$(y-2)=-2(x-1)$$

و منه : $\longrightarrow y=-2x+4$



ب.التقاطع مع محور x: $y=0$

$$0=-2x+4$$

$\longrightarrow x=2 \longrightarrow$ إحداثيات النقطة هي (2;0)

ج. نضيف للرسم العمود x=2 ونحسب مساحتين منفصلتين

$$S_1=\int_1^2(2x^2-6x+6)-(-2x+4)\,dx=\int_1^2(2x^2-4x+2)\,dx$$

$$=\frac{2x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+2x\Big]_1^2=\left(\frac{2.2^3}{3}-2.2^2+2.2\right)-\left(\frac{2.1^3}{3}-2.1^2+2.1\right)$$
$$=1\frac{1}{3}-\frac{2}{3}$$

$$S_1=\frac{2}{3}$$

$$S_2=\int_2^3 (2x^2-6x+6)\,dx$$

$$=\frac{2x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}+6x\Big]_1^2=(\frac{2.2^3}{3}-3\,.\,3^2+6\,.\,3)-(\frac{2.1^3}{3}-3\,.2^2+6\,.\,2\,)$$

$$S_2=3\,\frac{2}{3}$$

و منه : $S=S_1+S_2=4\,\frac{1}{3}$

صيف 2013 موعد ب

أ. حسب المعطى $f'(x_c)=3$

و لدينا : $f'(x)=3x^2$

$\longrightarrow 3x_c^{\,2}=3$

$\longrightarrow \begin{cases} x_c=1 \\ x_c=-1 \end{cases}$

بما أن C في الربع الأول نحتفظ ب: $x_c=1$

نعوض في الدالة

$y_c=f(x_c)$

$\longrightarrow y_c=x_c^{\,3}+1$

$\longrightarrow y_c=2$

و منه $C(1;2)$

ب. نجد احداثيات B عن طريق حساب تقاطع $y=3x+3$ مع محور y :(x = 0) :

$y_B=3x_B+3$

$\longrightarrow y_B=3$

و منه $B(0;3)$

.نجد ميل BC:

نطبق العلاقة مباشرة: $m_{BC}=\frac{3-2}{0-1}=\frac{1}{-1}=-1$

معادلة المستقيم تحقق: $y-3=-1\,(x-0)$

$y=-x+3$

ج. نقسم المساحة المطلوبة الى مساحتين عن طريق فصل المساحتين بمحور y .

S_1: المساحة بين $y=3x+3$ و الدالة $f(x)$من $x=-1$ الى $x=0$

($x=-1$ تقاطع $y=3x+3$ مع محور x)

S_2 : المساحة المحصورة بين $y=-x+3$ و الدالة $f(x)$من $x=0$ الى $x=1$

$$S_1=\int_{-1}^{0} [(3x+3) - (x^3+1)]\, dx = \int_{-1}^{0} -x^3+3x+2\, dx$$

$$= \left.\frac{-x^4}{4}+\frac{3x^2}{2}+2x\right]_{-1}^{0}$$

$$= \left(\frac{-0^4}{4}+\frac{3.0^2}{2}+2.0\right)-\left(\frac{-(-1)^4}{4}+\frac{3.(-1)^2}{2}+2\ .1\right)$$

$S_1 = 0.75$

و

$$S_2=\int_{0}^{1} [(-x+3) - (x^3+1)]\, dx = \int_{0}^{1} -x^3- x+2\, dx$$

$$= \left.\frac{-x^4}{4}-\frac{x^2}{2}+2x\right]_{0}^{1}$$

$$= \left(\frac{-1^4}{4}+\frac{1^2}{2}+2.0\right)-\left(\frac{-0^4}{4}+\frac{3.0^2}{2}+2\ .\ 0\right)$$

$S_2 = 1.25$

إذن $S= S_1+S_2 = 0.75+1.25 = 2$

صيف 2013 موعد أ

أ. نقاط قصوى : $f'(x) = 0$

لدينا : $f(x) = 3x^2 - 3$

$\longrightarrow 3x^2 - 3=0$

$\longrightarrow x^2=1$

$$\longrightarrow \begin{cases} x = 1 \longrightarrow f(1)=1^3-3\ .\ 1 =-2 \longrightarrow (1;-2) \\ x = -1 \longrightarrow f(-1)=(-1)^3-3.(-1) =2 \longrightarrow (-1;2) \end{cases}$$

حسب الرسم $\max(-1;2)$ و $\min(1;-2)$

ب. S_1 : المساحة المحصورة بين $y = 2$ و الدالة و محور y من $x=0 \leftarrow x=-1$

($y = 2$ المماس في نقطة النهاية العظمى)

$$S_1=\int_{-1}^{0} [2-(x^3 - 3x)]\, dx = \int_{-1}^{0} -x^3+3x+2\, dx$$

$$= \left.\frac{-x^4}{4}+\frac{3x^2}{2}+2x\right]_{-1}^{0}$$

$$= \left(\frac{-0^4}{4}+\frac{3.0^2}{2}+2.0\right)-\left(\frac{-(-1)^4}{4}+\frac{3.(-1)^2}{2}+2\ .1\right)$$

$S_1 = 0.75$

S_2: المساحة المحصورة بين $y = -2$ الدالة و محور y من $x = 0 \rightarrow x = 1$

(y = -2 المماس في نقطة النهاية الصغرى)

$$S_2 = \int_0^1 [(x^3 - 3x) - (-2)]\, dx = \int_0^1 x^3 - 3x + 2\, dx$$

$$= \left. \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_0^1$$

$$= \left(\frac{1^4}{4} - \frac{3.1^2}{2} + 2.1 \right) - \left(\frac{0^4}{4} \quad \frac{3.\,0^2}{2} + 2\,.0 \right)$$

$$S_2 = 0.75$$

و منه : $S = S_1 + S_2 = 0.75 + 0.75 = 1.5$

شتاء 2013

أ. نقاط قصوى : $f'(x) = 0$

لدينا : $f(x) = -4x^3 + 6x^2$

$f'(x) = -12x^2 + 12x$

$f'(x) = 0 \longrightarrow -12x^2 + 12x = 0 \longrightarrow -x^2 + x = 0$

$\longrightarrow x(-x+1) = 0$

$\longrightarrow x = 1 \longrightarrow f(1) = -4.1^3 - 6.1^2 = 2 \longrightarrow (1;2)$

$x = 0 \longrightarrow f(0) = 0 \longrightarrow (0;0)$

حسب الرسم $(0;0)$ min و $(1;2)$ max

ب. التقاطع مع محورx : $f(x) = 0$

$f(x) = -4x^3 + 6x^2$

$0 = -4x^3 + 6x^2$

لأن $(x \neq 0)$ $0 = x(-4x^2 + 6x) \longrightarrow -4x^2 + 6x = 0$

$\longrightarrow x(-4x+6) = 0$

$\longrightarrow x = \frac{6}{4} = 1.5$

إذن: $A\ (1.5;0)$

ج. نقسم المساحة لمساحتين :

S_1: المساحة بين الدالة $f(x)$ و $y = -4x + 6$ من $x_B = -1 \rightarrow x_{\max} = 1$

S_2: المساحة بين الدالة $f(x)$ و $y = -4x + 6$ من $x_{\max} = 1 \rightarrow x_A = 1.5$

$$S_1=\int_{-1}^{1}[(-4x+6)-(-4x^3+6x^2)]\,dx=\int_{-1}^{1}(-4x^3-6x^2+4x+6)\,dx$$

$$=\left.\frac{4x^4}{4}-\frac{6x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+6x\right]_{-1}^{1}$$

$$=(1^4-2\,.1^3-2.\,1^2+6\,.\,1)-((-1)^4-2\,.\,(-1)^3-2(-1)^2+6\,.(-1))$$

$$S_1=3-(-5)=8$$

و

$$S_2=\int[(-4x^3+6x^2)-(-4x+6)]dx=\int_{1}^{1.5}(-4x^3+6x^2+4x-6)\,dx$$

$$=\left.-\frac{4x^4}{4}+\frac{6x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}-6x\right]_{1}^{1.5}$$

$$=(-(1.5)^4+2\,.(1.5)^3+2.\,(1.5)^2-6\,.(1.5))-(-1^4+2\,.\,1^3+2\,.\,1^2+6\,.\,1)$$

$$S_2=\frac{3}{16}$$

إذن $S=S_1+S_2=8+\frac{3}{16}=8\,\frac{3}{16}$

صيف 2012 موعد ب

أ. A : نقطة تقاطع $f(x)$ مع محور x $f(x)=0$

$f(x)=-x^2+16$

$f(x)=0\longrightarrow -x^2+16=0$

$\longrightarrow x^2=16$

$\longrightarrow\begin{cases}x=4\longrightarrow & A(4;0)\\ x=-4\end{cases}$ بما أنA في الربع الأول

B تنتمي إلى الدالة و Y= 7، إذن إحداثياتها تحقق $\begin{cases}y=f(x)\\ y=7\end{cases}$

$\longrightarrow -x^2+16=7$

$\longrightarrow x^2=9$

$\longrightarrow\begin{cases}x=3\longrightarrow & B(3;7)\\ x=-3\end{cases}$ بما أن B في الربع الأول

ب. نقسم المساحة لمساحتين :

S_1: المساحة بين y = 7 و محور x من $x=0\to x=3$

S_2: المساحة بين $f(x)$ و محور x من $x=3\to x=4$

$S_1 = 3 \,.\, 7 = 21$

و

$$S_2 = \int_3^4 (-x^2 + 16)\, dx$$

$$= \left. \frac{-x^3}{3} + 16x \right]_3^4$$

$$= \left(\frac{-4^2}{3} + 16 \,.\, 4 \right) - \left(\frac{-3^4}{3} + 16 \,.4 \right)$$

$$S_1 = 3\frac{2}{3}$$

إذن $S = S_1 + S_2 = 24\frac{2}{3}$

صيف 2012 موعد أ

أ.A تقاطع $f(x)$ و $g(x)$:

إذن إحداثياتها تحقق $f(x) = g(x)$

$\longrightarrow -x^2+4x-3 = -x^2+6x-5$

$\longrightarrow -2x = -x$

$\longrightarrow x = 1 \longrightarrow f(1) = 0 \longrightarrow A\ (1;0)$

نجد تقاطع $f(x)$ و $g(x)$ مع محور x :

$-x^2+4x-3 = 0 \longrightarrow x^2-4x+3=0$

$\longrightarrow (x-1)(x-3)= 0$

$$\longrightarrow \begin{cases} x = 1 \longrightarrow A\ (1;0) \\ x=3 \longrightarrow (3;0) \end{cases}$$

و

$-x^2+6x-3 = 0 \longrightarrow x^2-6x+3=0$

$\longrightarrow (x-1)(x-5)= 0$

$$\longrightarrow \begin{cases} x = 1 \longrightarrow A\ (1;0) \\ x=5 \longrightarrow (5;0) \end{cases}$$

اذا : $A(1,0), B(3,0), C(5,0)$

ب. $f(x)$ تتقاطع مع محور x في B و A اذا $f(x)$ هي الدالة II .

$g(x)$ تتقاطع مع محور x في C و A اذا $g(x)$ هي الدالة I .

ج. المساحة المطلوبة هي المساحة بين $g(x)$ مع محور x من $x=1 \rightarrow x=5$

لكن بعد حذف المساحة بين $f(x)$ و محور x من $x=1 \rightarrow x=3$

S_1 : المساحة بين $g(x)$ و محور x من $x=1 \rightarrow x=5$

S_2 : المساحة بين $f(x)$ و محور x من $x=1 \rightarrow x=3$

$$S_2=\int_1^3 (-x^2+4x-3)\,dx$$

$$= \frac{-x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}-3^2x\Big]_1^3$$

$$= \left(\frac{-3^3}{3}+\frac{4.3^2}{2}-3.\ 3\right)-\left(\frac{-1^4}{3}+\frac{4\ .\ 1^2}{2}-3\ .\ 1\right)$$

$$S_2=1\frac{1}{3}$$

و

$$S_1=\int_1^5 [-x^2+6x-5]\,dx$$

$$= \frac{-x^3}{3}+\frac{6x^2}{2}-5x\Big]_1^5$$

$$= \left(\frac{-5^3}{3}+\frac{6.5^2}{2}-5.5\right)-\left(\frac{-1}{4}+\frac{6\ .\ 1^2}{2}-5\ .1\right)$$

$$S_1=10\frac{2}{3}$$

إذن $S=S_1-S_2=10\frac{2}{3}-1\frac{1}{3}=9\frac{1}{3}$

شتاء 2012

أ. (1) لدينا $f(2)=2^3+4=12$

إذن نقطة التماس $(2,12)$

نحسب الميل :

$f(x)=x^3+4$

$f'(x)=3x^2$

$f'(2)=12 \longrightarrow m=12$

معادلة المماس تحقق $y-12=12(x-2)$

$\longrightarrow y=12x-12$

(2) تقاطع المماس مع محور x : $y=0$

$0=12x-12$

$\longrightarrow x=1 \longrightarrow (1;0)$

ب. نجد أولا S_1+S_2 :

$$S_1+S_2=\int_0^2[(x^3+4)-(12x-12)]\,dx=\int_0^2 x^3-12x+16\,dx$$

$$= \frac{x^4}{4}-\frac{12x^2}{2}+16x\Big]_0^2$$

$$= \left(\frac{2^4}{4}-\frac{12.2^2}{2}+16\ .\ 2\right)-\left(\frac{0^4}{4}+\frac{12\ .0^2}{2}+16.\ 0\right)$$

$$S_1+S_2=12$$

نحسب S_1 مساحة المثلث بين المماس $y = 12x - 12$ و المحور x: $S_1 = \frac{1\cdot 12}{2} = 6$

إذن : $S_2 = (S_1+S_2) - S_1 = 12 - 6 = 6$

$\longrightarrow S_1 = S_2$

صيف 2011 موعد ب

أ.(1) احداثيات C :

لدينا : $f'(x_C) = 3$

مع: $f'(x) = 1 + \frac{8}{x^2}$

إذن:

$$1 + \frac{8}{x^2} = 3$$

$$\frac{8}{x^2} = 2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = -2, x = 2$$

$$f(-2) = -2 - \frac{8}{-2} + 1 = 3$$

و منه : $C(-2,3)$

(2) معادلة المماس تحقق $m = 3$

إذن $y - 3 = 3(x - (-2))$

$\longrightarrow y = 3x+9$

(3) تقاطع المماس مع محور x : $y = 0$

$0 = 3x+9$

$\longrightarrow x = -3 \longrightarrow A(-3;0)$

ب. نقسم المساحة المطلوبة ل :

S_1: المساحة بين المماس و محور x $x = -3 \rightarrow x = -2$

S_2: المساحة بين$g(x)$و محور x $x = -2 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

و

$$S_1 = \frac{1\cdot 3}{2} = 1.5$$

$$S_2 = \int_{-2}^{-0.5} (x^2 + \frac{x}{2})dx$$

$$S_2 = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{4}\Big|_{-2}^{-0.5}$$

$$S_2 = (\frac{(-0.5)^3}{3} + \frac{(-0.5)^2}{4}) - (\frac{(-2)^3}{3} + \frac{(-2)^2}{4})$$

$$S_2 = \frac{1}{48} - (-1\frac{2}{3}) = 1\frac{11}{16}$$

إذن

$$S = S_1 + S_2 = 1.5 + 1\frac{11}{16} = 3\frac{3}{16}$$

صيف 2011 موعد أ

أ- نجد إحداثيات B (التقاطع مع محور x)

$f(x) = 0$

$$-x^2 + 6x - 5 = 0$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = 5 \Rightarrow B(5,0)$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow A(1,0)$$

نحسب M , نقطة النهاية العظمى للدالة .

$f'(x) = -2x+6$

$f'(x) = 0 \longrightarrow -2x+6=0$

$\longrightarrow x = 3 \longrightarrow f(3)=-3^2+6 . 3 - 5 = 4$

$\longrightarrow M(3;4)$

ب- معادلة MB .

ميل المستقيم $m_{MB} = \frac{4-0}{3-5} = -2$

معادلة المستقيم تحقق

$y - 0 = -2 (x -5)$

$y= -2x +10$

ج-المساحة المطلوبة .

$$S=\int_{3}^{5}[(-x^2+6x=5)-(-2x+10)]dx$$

$$S=\int_{3}^{5}(-x^2+8x-15)dx=-\frac{x^3}{3}+\frac{8x^2}{2}-15x\Big|_{3}^{5}$$

$$S=-\frac{x^3}{3}+4x^2-15x\Big|_{3}^{5}$$

$$S=(-\frac{5^3}{3}+4\cdot5^2-15\cdot5)-(-\frac{3^2}{3}+4\cdot3^2-15\cdot3)$$

$$S=-16\frac{2}{3}-(-18)=1\frac{1}{3}$$

شتاء 2011

أ. احداثيات نقطة النهاية العظمى للدالة: y'=0

لدينا

$$y'=-2x-6$$
$$y'=0$$
$$-2x-6=0$$

إذن

$$x=-3$$
$$y=-(-3)^2-6(-3)-5=4$$
$$(-3,4)$$

نحسب تقاطع الدالة مع المحور x :

y= 0

$$-x^2-6x-5=0$$
$$x^2+6x+5=0$$
$$x_{1,2}=\frac{6\pm4}{2}$$
$$x_1=-5, x_2=-1$$

حسب الرسم نقطة التقاطع المطلوبة أكبر من 3- .

ب. نقسم المساحة لمساحتين

S_1 : المساحة بين الدالة و محور x من x = -1 - x = -3 .

$$S_1=\int_{-3}^{-1}(-x^2-6x-5)dx$$

$$S_1=\frac{-x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}-5x\Big|_{-3}^{-1}$$

$$S_1=(-\frac{(-1)^3}{3}-\frac{6\cdot(-1)^2}{2}-5\cdot(-1))-(-\frac{(-3)^3}{3}-\frac{6\cdot(-3)^2}{2}-5\cdot(-3))$$

$$S_1=-2\frac{1}{3}-(-3)=5\frac{1}{3}$$

S_2 : المساحة بين الدالة و محور x من x = 0 - x = -1 .

لدينا $S_2 = \left|\int_{-1}^{0}(-x^3-6x-5)dx\right|$ لأن المساحة تحت محور x .

و $$S_2 = -\int_{-1}^{0}(-x^3-6x-5)dx = \frac{-x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}-5x\Big|_{-1}^{0}$$

$$S_2 = -[(-\frac{0^3}{3}-\frac{6\cdot 0^2}{2}-5\cdot 0)-(-\frac{(-1)^3}{3}-\frac{6\cdot(-1)^2}{2}-5\cdot(-1))]$$

$$S_2 = 2\frac{1}{3}$$

إذن $$S = S_1+S_2 = 2\frac{1}{3}+5\frac{1}{3} = 7\frac{2}{3}$$

صيف 2010 موعد ب

أ. AB يوازي محور x و $y_A = 5$

أما معادلة AB : y=5

ب. نعوض y = 5 في معادلة : $f(x) = x^2+4$

إذن $$x^2+4=5$$

$$x^2=1$$

$$x=1, x=-1$$

B في الربع الأول : $x_B = 1$

إذن $B(1,5)$

ج. نحسب أولا S_1 : $S_1 = \int_{0}^{1}[5-(x^2+4)]dx$

$$S_1 = \int_{0}^{1}(-x^2+1)dx$$

$$S_1 = -\frac{x^3}{3}+x\Big|_{0}^{1}$$

$$S_1 = (-\frac{1^3}{3}+1)-(-\frac{0^3}{3}+0)$$

$$S_1 = \frac{2}{3}$$

$S_1 + S_2$ هي مساحة المستطيل ABCO :

$$S_1+S_2=1\cdot 5=5$$
$$\Downarrow$$
إذن $$S_2=5-\frac{2}{3}=4\frac{1}{3}$$

و منه $$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{2}{3}}{4\frac{1}{3}}=\frac{2}{13}$$

صيف 2010 موعد أ

أ. ميل المماس في النقطة A هو 2-

ميل المماس في النقطة B هو 2

نحسب مشتقة الدالة $f(x)=x^2-6x+5$

$$\Downarrow$$
$$f'(x)=2x-6$$

لحساب احداثي x ل A:
$$f'(x_A)=-2$$
$$2x-6=-2$$
$$x_A=2$$

لحساب احداثي x ل B:
$$f'(x_B)=2$$
$$2x-6=2$$
$$2x=8$$
$$x_B=4$$

ب. نحسب الاحداثي x لنقطة الرأس في القطع المكافئ

$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-6)}{2\cdot 1}=3$$

نقسم المساحة لمساحتين :

S_1 المساحة بين $f(x)$ و $y = -2x + 1$ من $x = 2$ الى $x = 3$.

S_2 المساحة بين $f(x)$ و $y = 2x - 1$ من $x = 3$ الى $x = 4$.

$$S_1=\int_2^3[(x^2-6x+5-(2x+1)]dx$$

$$S_1=\int_2^3(x^2-4x+4)dx$$

$$S_1=\frac{x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+4x\Big|_2^3$$

$$S_1=(\frac{3^3}{3}-\frac{4\cdot3^2}{2}+4\cdot3)-(\frac{2^3}{3}-\frac{4\cdot2^2}{2}+4\cdot2)$$

$$S_1=3-2\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

و

$$S_2=\int_3^4[(x^2-6x+5-(2x-11)]dx$$

$$S_2=\int_3^4(x^2-8x+16)dx$$

$$S_2=\frac{x^3}{3}-\frac{8x^2}{2}+16x\Big|_3^4$$

$$S_2=(\frac{4^3}{3}-\frac{8\cdot4^2}{2}+16\cdot4)-(\frac{3^3}{3}-\frac{8\cdot3^2}{2}+16\cdot3)$$

$$S_2=21\frac{1}{3}-21=\frac{1}{3}$$

المساحة $S_1+S_2=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

شتاء 2010

أ. التقاطع مع y=3 :

$$f(x)=3$$
$$x^2-4x+6=3$$
$$x^2-4x+3=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-(-4)\pm2}{2}$$

الإحداثيات إذن:

$$x_1=3\Rightarrow(3,3)$$
$$x_2=1\Rightarrow(1,3)$$

ب. نحسب المساحة المحصورة بين y = 3 و محور x من x = 0 الى x = 3 و هي مساحة المربع $S_1=3\cdot3=9$

نطرح من المساحة S_1 المساحة بين y = 3 و الدالة $f(x)$ من x = 1 و حتى x = 3

$$S_2 = \int_1^3 [3-(x^2-4x+6)]dx$$

$$S_2 = \int_1^3 (-x^2+4x-3)dx$$

$$S_2 = \frac{-x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}-3x\Big|_1^3$$

$$S_2 = (-\frac{3^2}{3}+2\cdot 3^2-3\cdot 3)-(-\frac{1^3}{3}+\frac{4\cdot 1^2}{2}-3\cdot 1)$$

$$S_2 = (-9+18-9)-(-\frac{1}{3}+2-3)=0-(-\frac{1}{3})=1\frac{1}{3}$$

اذا المساحة المطلوبة : $S = S_1 - S_2$

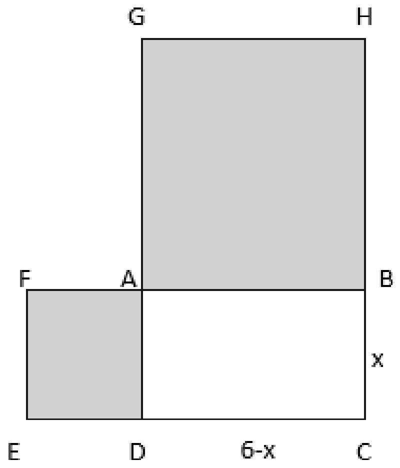
$$S = 9-1\frac{1}{3}=7\frac{2}{3}$$

الجزء الخامس

المسائل القصوى

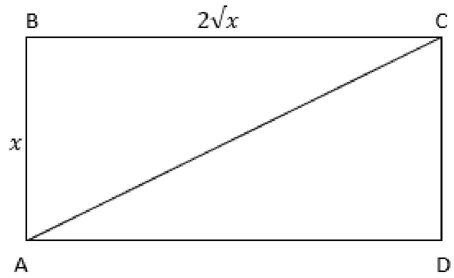
صيف 2017 موعد ب

ABCD هو مستطيل مجموع ضلعَيْه المتجاورين 6 سم.
بنوا على ضلعَي المستطيل، AB وَ AD المربّعين ADEF وَ AGHB ،
كما هو موصوف في الرسم.نرمز $BC= x$.
أ.جد طول الضلع BC الذي بالنسبة له يكون مجموع مساحتَي المربّعين أصغر ما يمكن (المساحتان الرماديّتان في الرسم).
ب.بالنسبة لطول الضلع BC الذي وجدتَه في البند "أ"، احسب طول القطر BD.

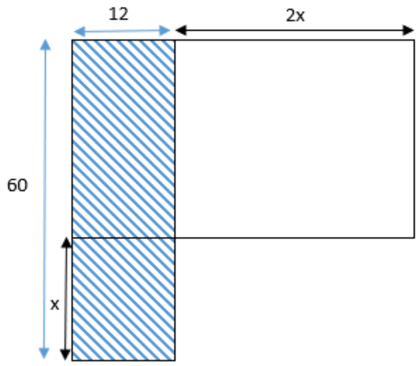


صيف 2017 موعد أ

أمامك المستطيل ABCD.
طول الضلع AB هو x ، وطول الضلع BC هو $2\sqrt{x}$
أ. جد x الذي بالنسبه له الفرق بين BC وَ AB (BC-AB)هو أكبر ما يمكن.
ب. بالنسبة لقيمة x التي وجدتَها في البند "أ"، احسب طول القطر AC.



شتاء 2017

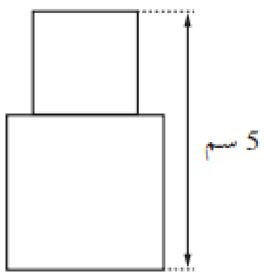


معطى مستطيل عرضه 12 مترًا
وطوله 60 مترًا (المستطيل المخطّط في الرسم)
أضافوا 2x أمتار إلى عرض المستطيل،
وأنقصوا x أمتار من طوله، وتكوّن مستطيل جديد.

أ. عبّر بدلالة x عن مساحة المستطيل الجديد (المستطيل الغامق في الرسم)

ب. بالنسبة لأيّة قيمة لِـ x يتكوّن مستطيل جديد مساحته أكبر ما يمكن؟

صيف 2016 موعد ب



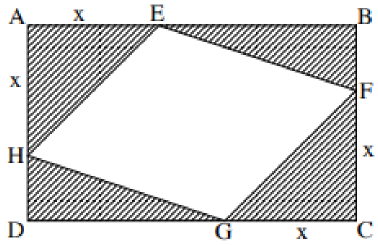
معطى شكل مكّون من مربّعين موضوعين الواحد على الآخر
(المربّعان يمكن ان يكونا بمساحتين مختلفتين أو بمساحتين متساويتين) .
ارتفاع الشكل هو 5 سم (انظر الرسم) .

أ.أشر بـ x إلى طول ضلع المربّع السفليّ ، و عبّر بدلالةx عن طول ضلع المربّع العلويّ .

ب.جد ماذا يجب أن يكون x ، حتّى تكون مساحة الشكل أصغر ما يمكن .

ج.احسب أصغر مساحة ممكنة للشكل .

صيف 2016 موعد أ



في المستطيل ABCD معطى أنّ :

$AB = DC =$ 10 سم

$AD = BC =$ 6 سم

على أضلاع المستطيل عيّنوا قطعا متساوية:

$AE = AH = CF = CG = x$

و تكوّنت أربعة مثلثات مساحتها مخططة في الرسم.

أ.عبّر بدلالةx عن كلّ المساحة المخطّطة في الرسم.

ب.ماذا يجب أن يكون x ، حتّى تكون المساحة المخطّطة أصغر ما يمكن ؟

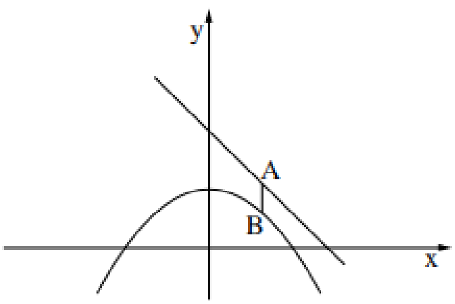
ج.احسب مساحة الشكل الرباعيّ EFGH عندما تكون المساحة المخطّطة أصغر ما يمكن .

شتاء 2016

معطاة الدالّة $f(x) = -0.5x^2 + 1$ و معطى المستقيم $y = -x + 2$.

النقطة A تقع على المستقيم ، و النقطةB تقع على لرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$

بحيث القطعةAB توازي المحور y (انظر الرسم) .



أ.ماذا يجب أن يكون الإحداثي x للنقطة A ،حتّى يكون طول القطعة AB أصغر ما يمكن ؟

ب.جد أصغر طول ممكن للقطعة AB.

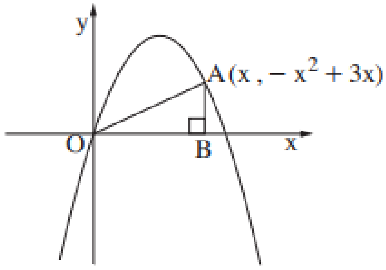
صيف 2015 موعد ب

النقطة A تقع في الربع الأوّل على القطع المكافئ

الذي معادلته $y= - x^2 + 3x$

مرروا عبر النقطة A عمودًا على المحور x يقطع المحور في النقطة B

نرمز بِـ x إلى الإحداثيّ x للنقطة A (انظر الرسم).



أ.عبّر بداللة x عن طول OB وعن طول AB

O - نقطة أصل المحاور.

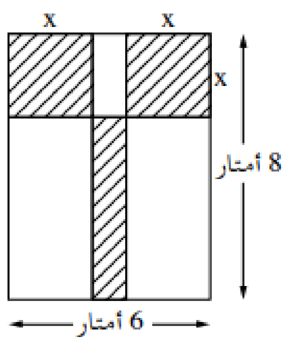
ب. 1.جد ماذا يجب أن يكون x ، حتّى تكون مساحة المثلث ABO أكبر ما يمكن

2. جد أكبر مساحة ممكنة للمثلثABO

صيف 2015 موعد أ

معطاة حديقة زينة شكلها مستطيل.

أبعاد المستطيل هي 8 أمتار وَ 6 أمتار (انظر الرسم)



يرغبون في شتل عشب أخضر في المساحات المخطّطة في الرسم :

شكلا اثنتين من المساحات هما مربّعان متطابقان،

وشكل المساحة الثالثة هو مستطيل، كما هو موصوف في الرسم

سعر شتل 1 م^2 من العشب الأخضر هو 60 شيكل.

نرمز بِـ x إلى طول ضلع المربّعين

أ. عبّر بدلالة x ّ عن كل المساحة المخطّطة في الرسم.

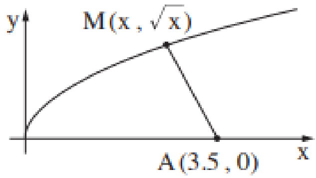
ب.ماذا يجب أن يكون x حتّى تكون مساحة العشب األخضر أصغر ما يمكن؟

جـ. جد أصغر ثمن ممكن لشتل العشب الأخضر.

شتاء 2015

معطاة الدالّة $f(x)=\sqrt{x}$

و معطاة النقطة $A(3.5,0)$



النقطة M تقع على الرسم البيانيّ للدالّة f(x)

نرمز إلى إحداثيّات النقطة M ب $(x,\sqrt{x})$

(انظر الرسم).

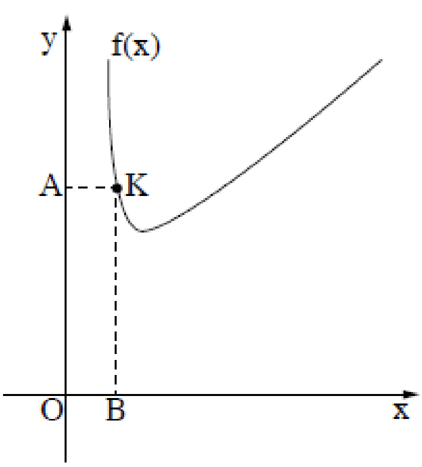
أ. عبّر بدالة x عن تربيع طول القطعة MA ، أي $(MA)^2$

ب. جد ماذا يجب أن يكون x ، حتّى يكون تربيع طول القطعة MA أصغر ما يمكن

صيف 2014 موعد ب

يصف الرسم الذي امامك الرسم البياني للدالّة $f(x)=x+\frac{1}{2}.\frac{1}{x}+5$ في المجال $x > 0$

من النقطة K ، التي تقع على الرسم البياني للدالّة ،



مرروا عامودين على المحورين بحيث تكوّن المستطيل AKBO

(O- نقطة اصل المحاور)

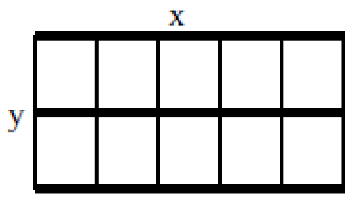
أ. عبِّر عن طولَي ضلعَي المستطيل AK و KB

بدلالة الاحداثي x للنقطة K .

ب.ماذا يجب ان يكون الاحداثي x للنقطة K

حتى يكون محيط المستطيل AKBO اصغر ما يمكن؟

صيف 2014 موعد أ



يعرض الرسم الذي شبكة شكلها مستطيل.

الشبكة مصنوعة من 3 قضبان طويلة طول كل واحد منها هو x، ومن 6 قضبان قصيرة طول كل واحد منها هو y . معطى أنّ : $x.y=18$

أ-(1) عبّر عن y بدلالة x

(2) عبّر بدلالة x عن مجموع أطوال كل القضبان المصنوعة منها الشبكة .

ب-ماذا يجب ان يكون x ، حتى يكون مجموع اطوال كل القضبان المصنوعة منها الشبكة اصغر ما يمكن ؟

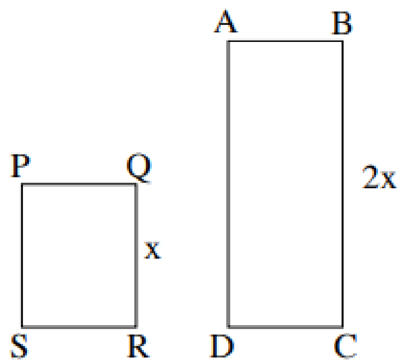
شتاء 2014

معطى أنّ : $AB+BC=30$ (مجموع طولَي الضلعين AB وَ BC هو 30 سم)

$PQ= AB$

$QR=x$

$BC=2x$

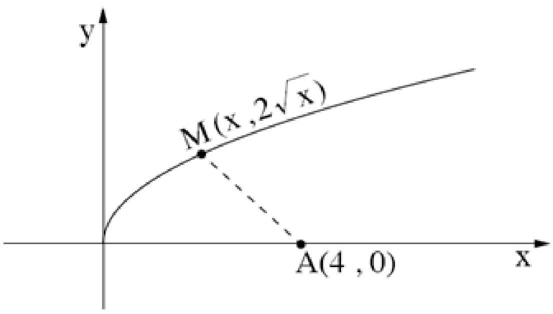


أ 1.عبّر بدلالة x عن طول الضلع AB

2.عبّر بدلالة x عن مجموع مساحتَي المستطيلَيْن.

ب.ماذا يجب أن يكون x حتّى يكون مجموع مساحتَي المستطيلَيْن أكبر ما يمكن؟

صيف 2013 موعد ب



معطاة الدالة $f(x)=2\sqrt{x}$ (أنظر الرسم) .

أ. جد الاحداثي x للنقطة M على الرسم البياني للدالة ,
التي تربيع بعدها (d^2) عن النقطة هو أصغر ما يمكن .

ب. جد أصغر بعد ممكن (d) بين النقطة M و النقطة A .

صيف 2013 موعد أ

من بين جميع الأعداد الموجبة x و yالتي تحقق , جد العددين الذين بالنسبة لهما مجموع أصغر ما يمكن.

شتاء 2013

أ. من بين جميع أزواج الاعداد الموجبة x و z التي تحقق , جد زوج الأعداد الذي يكون المجموع x + 3z بالنسبة له هو أصغر ما يمكن .

ب. ما هو أصغر مجموع ممكن ؟

صيف 2012 موعد ب

حاصل جمع ثلاثة أعداد موجبة هو 18 .

العدد الثاني هو ضعف العدد الأول .

أ. ارمز بx الى العدد الأول , و عبر بدلالته عن العدد الثالث .

ب. جد قيمة x التي بالنسبة لها حاصل ضرب الأعداد الثلاثة هو اكبر ما يمكن .

صيف 2012 موعد أ

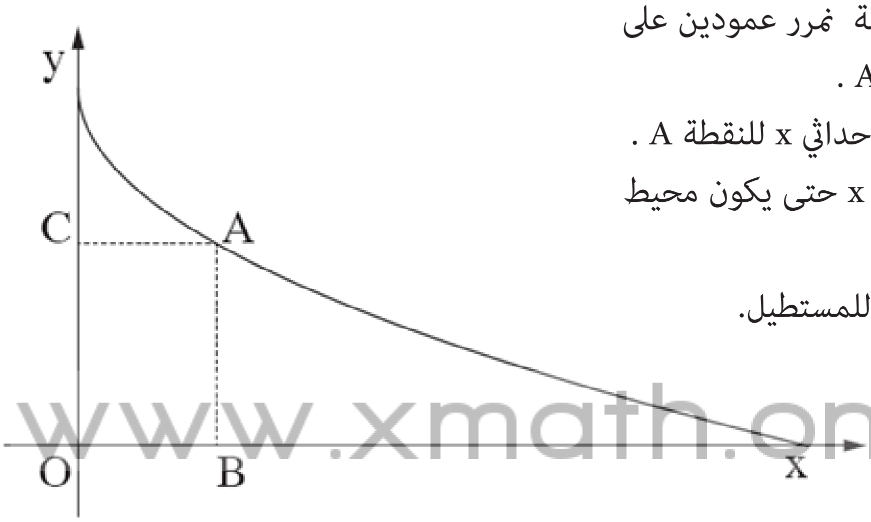
في الرسم الذي امامك معطى الرسم البياني للدالة $f(x)=-\sqrt{x}+2$ في الربع الأول .

من النقطة A التي على الرسم البياني للدالة نمرر عمودين على المحورين بحيث يتكون المستطيل ABOC .

أ. عبر عن محيط الدالة بدلالة الإحداثي x للنقطة A .

ب. (1) ماذا يجب ان تكون قيمة x حتى يكون محيط المستطيل ABOC أصغر ما يمكن ؟

(2) جد أصغر محيط ممكن للمستطيل.

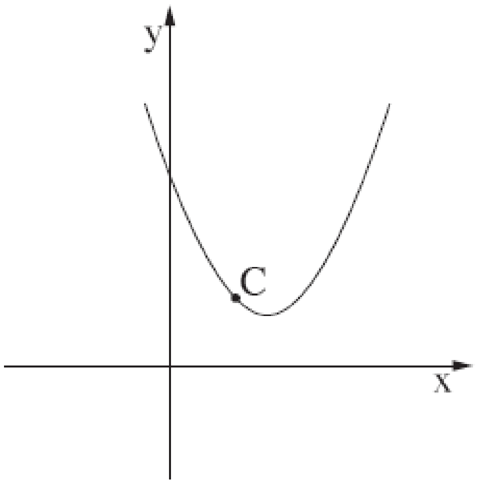


شتاء 2012

في الرسم الذي أمامك معطاة الدالة $y=x^2-3x+3$

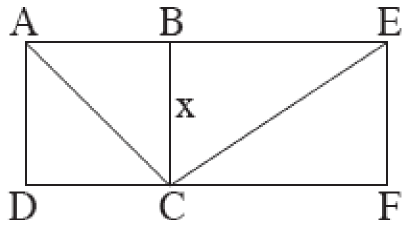
أ. C هي نقطة على الرسم البياني للدالة, جد الإحداثي x للنقطة C الذي بالنسبة له مجموع إحداثي C هو أصغر ما يمكن .

ب. جد أصغر مجموع ممكن لإحداثي النقطة C .



صيف 2011 موعد ب

القطعة BC (المشار اليها بـx) هي ضلع مشترك بين المربع ABCD و المستطيل BEFC (أنظر الرسم) .



معطى أن طول القطعة AE هو 10 سم .

أ. (1) عبر بدلالة x عن طول القطعة BE .

(2) عبر بدلالة x عن CE^2 (تربيع قطر المستطيل) .

ب. جد طول القطعة BC الذي بالنسبة له مجموع $AC^2 + CE^2$ هو أصغر ما يمكن .

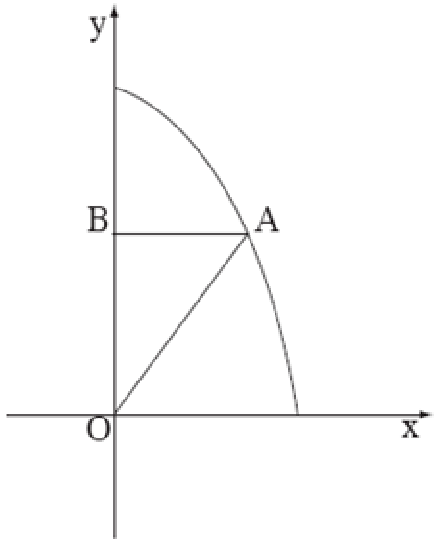
ج. جد أصغر قيمة ممكنة للمجموع $AC^2 + CE^2$.

صيف 2011 موعد أ

معطى الرسم البياني للدالة $y = -x^2 + 27$ في الربع الأول .

المستقيم الذي يوازي المحور x يقطع الرسم البياني للدالة في النقطة A الموجودة في الربع الأول ,و المحور y في النقطة B .

يصلون النقطة A بنقطة أصل المحاور O (أنظر الرسم) .



أ. ماذا يجب ان يكون طول القطعة AB حتى تكون مساحة المثلث AOB أكبر ما يمكن ؟

ب. ما هي أكبر مساحة ممكنة للمثلث AOB ؟

شتاء 2011

أ.من بين جميع الأعداد الموجبة x و y التي تحقق $y(x + 2) = 9$, جد العددين الذين بالنسبة لهما المجموع $x + y$ هو أصغر ما يمكن .

ب.جد اصغر قيمة ممكنة للمجموع $x + y$.

صيف 2010 موعد ب

مجموع عددين أكبر من صفر هو 24 .

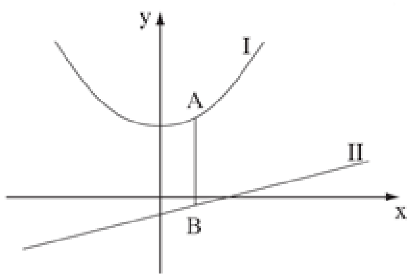
ماذا يجب أن يكون العددان , حتى يكون حاصل ضرب أحدهما في تربيه الآخر أكبر ما يمكن ؟

صيف 2010 موعد أ

معطى في الرسم الرسمان البيانيان و للدالتين :

$$f(x) = \frac{x-2}{4}$$

$$g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2$$



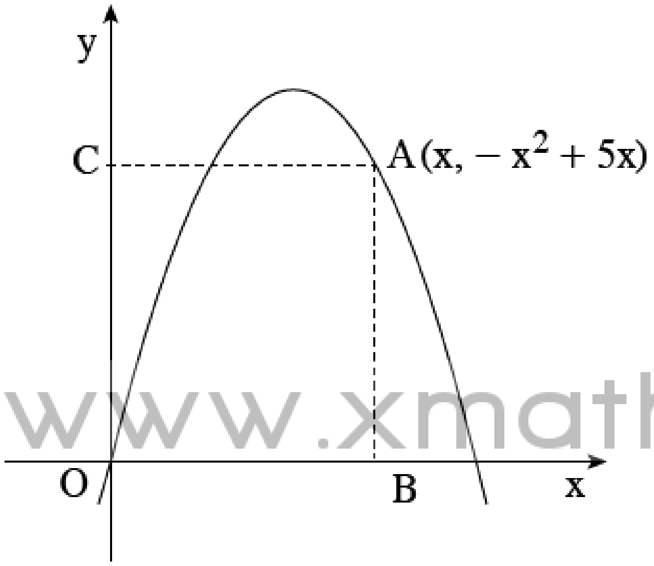
أ. أي من الرسمين البيانين هو للدالة f(x) , و أي رسم بياني هو للدالة g(x) ؟ علل .

ب. A هي نقطة على الرسم البياني و B هي نقطة على الرسم البياني بحيث تكون القطعة AB موازية للمحور y (أنظر الرسم) .

جد الإحداثي x للنقطتين A و B , الذي بالنسبة له طول القطعة AB هو أصغر ما يمكن .

شتاء 2010

النقطة A التي في الربع الأول موجودة على الرسم البياني للدالة $y=-x^2+5x$.
ينزلون من النقطة A عمودين على المحورين ,
و يتكون المستطيل ABOC .
O – نقطة أصل المحاور (أنظر الرسم) .
ماذا يجب أن يكون الإحداثي x للنقطة A
حتى يكون محيط المستطيل اكبر ما يمكن ؟



إجابات تمارين

المسائل القصوى

صيف 2017 موعد ب

أ. $DC=6-x\,,BC=x$

$AD=BC=x$ اذا مساحة المربع $ADEF$ هي: $x\cdot x=x^2$

$AB=DC=6-x$ مساحة المربع $AGHB$ هي: $(6-x)(6-x)=36-6x-6x+x^2=36-12x+x^2$

مجموع المساحتين : $S=x^2+36-12x+x^2=2x^2+36-12x$

نجد النقطة القصوى :

$S=2x^2+36-12x$

$s'=4x-12$

$0=4x-12$

$12=4x$

إذن $x=3$

$$S'(2)=4\cdot2-12<0\,,\quad S'(4)=4\cdot4-12>0$$

x	4	3	2	0
y'	+	0	-	
y	تصاعد	Min	تنازل	

$x=BC=3$ تكون مجموع المساحتي المربعين أقل ما يمكن .

ب. عندما يكون $x=3$, $BC=6-3=3$

حسب فيثاغورس في ΔBCD

$(BD)^2=(BC)^2+(DC)^2$

$(BD)^2=3^2+3^2$

$(BD)^2=18$

$$BD=\sqrt{18}\approx4.243$$

صيف 2017 موعد أ

أ.

$$BC-AB=2\sqrt{x}-x$$

$$f(x)=2\sqrt{x}-x$$

$$f'(x)=2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}-1=\frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$0=\frac{1}{\sqrt{x}}-1$$

$$0=1-\sqrt{x}$$

$$\sqrt{x}=1$$

$$x=1$$

x	0.5	1	2
y'	+	0	-
y	تصاعد	Max	تنازل

عندما يكون $x=1$ يكون $BC-AB$ أكبر ما يمكن .

ب. طول AC :

$$(2\sqrt{1})^2+1^2=AC^2$$

$$4+1=AC^2$$

$$5=AC^2$$

$$\sqrt{5}=AC$$

شتاء 2017

أ. طول المستطيل الجديد : $(12+2x)$

عرض المستطيل الجديد : $(60-x)$

مساحة المستطيل الجديد: $(12+2x)(60-x)=720-120x-2x^2=-2x^2+108x+720$

ب. نجد Max لدالة المساحة :

$$S(x)=-2x^2+108x+720$$

$$S'(x)=-4x+108$$

$$0=-4x+108$$

$$4x=108 \quad /:4$$

$$x=27$$

$$(S)'(26)=-4\cdot 26+108>0, \quad (S)'(28)=-4\cdot 28+108<0$$

x	28	27	26
S'	-	0	+
S	تنازل	Max	تصاعد

في $x=27$ تكون المساحة أكبر ما يمكن .

صيف 2016 موعد ب

أ. نرمز بـ x لطول ضلع المربع السفلي.
لذلك يكون طول ضلع المربع العلوي $5-x$
ب. الدالة المطلوبة هي مجموع مساحة المربعين.

$$x^2+(5-x)^2=x^2+(5-x)(5-x)=$$
$$=x^2+25-5x-5x+x^2=2x^2+10x+25$$

نجد نقطة النهاية الصغرى: $y=2x^2-10x+25$

$$y'=4x-10$$
$$0=4x-10$$
$$-4x=-10 \quad /:(-4)$$
$$x=2.5$$

$$y'(2)=4\cdot 2-10<0, \qquad y'(3)=4\cdot 3-10>0$$

x	15	3	2.5	2	0
y'		+	0	-	
y		تصاعد	Min	تنازل	

ج. نعوض $x=2.5$ في الدالة .

$$y=2\cdot 2.5^2-10\cdot 2.5+25=12$$

صيف 2016 موعد أ

أ. $AB = DC = 10$ لذلك $EB = DG = 10 - x$

$AD = BC = 6$ لذلك $HD = BF = 6 - x$

نحسب مجموع المساحات :

$$S = \frac{x \cdot x}{2} + \frac{(10-x)(6-x)}{2} + \frac{x \cdot x}{2} + \frac{(10-x)(6-x)}{2}$$

$$S = \frac{x \cdot x + (10-x)(6-x) + x \cdot x + (10-x)(6-x)}{2}$$

$$S = \frac{x^2 + 60 - 10x - 6x + x^2 + x^2 + 60 - 10x - 6x + x^2}{2}$$

$$S = \frac{4x^2 - 32x + 120}{2}$$

$$S = 2x^2 - 16x + 60$$

ب. نجد Min لدالة المساحة : $S = 2x^2 - 16x + 60$

$$s' = 4x - 16$$

$$0 = 4x - 16$$

$$-4x = -16 \quad / : (-4)$$

$$x = 4$$

0	3	4	5	10	x
	-	0	+		$S'(x)$
	تنازل	Min	تصاعد		$S(x)$

في $x = 4$ المساحة تكون اصغر ما يمكن.

ج. المساحة المخططة $S(4) = 2 \cdot 4^2 - 16 \cdot 4 + 60 = 28$

$10 \cdot 6 = 60$ مساحة المستطيل .

$60 - 28 = 32$ مساحة الشكل الرباعي .

شتاء 2016

أ. نعبر عن دالة طول AB $\quad AB == y_A - y_B$

احداثيات A: $A(x,-x+2)$

احداثيات B: $B(x,-0.5x^2+1)$

الدالة:

$$AB = y_A - y_B = -x+2-(-0.5x^2+1)$$

$$AB = -x+2+0.5x^2-1$$

$$AB = 0.5x^2 - x + 1$$

$$(AB)' = x-1$$

$$0 = x-1$$

$$x = 1$$

$$(AB)\ '(0) = 0-1<0, \quad (AB)\ '(2) = 2-1>0$$

x	2	1	0
AB'	+	0	-
AB	تصاعد	Min	تنازل

$$\boldsymbol{Min \Rightarrow x = 1}$$

ب. أصغر طول ممكن AB .

$$AB(1) = 0.5\cdot 1^2 - 1 + 1 = 0.5$$

صيف 2015 موعد ب

أ. احداثيات النقطة A التي تقع على الدالة $y=-x^2+3x$ هي $A(x,-x^2+3x)$

AB يعامد محور x لذلك $x_B=x_A=x$ و أيضا $AB=y_A-y_B=-x^2+3x-0=-x^2+3x$

OB على محور x لذلك $OB=x_B-x_O=x-0=x$

ب.

(1) الدالة التي يجب أن نجد لها قيمة عظمى (max)

$$S=\frac{OB\cdot AB}{2}$$

$$S=\frac{x\cdot(-x^2+3x)}{2}$$

$$S=\frac{-x^3+3x^2}{2}$$

$$S=-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2$$

$$S'=-\frac{3}{2}x^2+3x$$

$$0=-\frac{3}{2}x^2+3x \quad /\cdot 2$$

$$0=-3x^2+6x$$

$$0=3x(-x+2)$$

$$x=0 \qquad x=2$$

x	2	2	1	0
$S'(x)$	-	0	+	
$S(x)$	تنازل	Max	تصاعد	

$x=2 \Leftarrow$ تكون مساحة ABO أكبر ما يمكن

(2) لحساب أكبر مساحة ممكنة نعوض $x=2$

$\Downarrow$

$$S(2)=-\frac{1}{2}\cdot 2^3+\frac{3}{2}\cdot 2^2=2$$

صيف 2015 موعد أ

أ.

x هو طول كل ضلع في المربعين .

لذلك مساحة كل منهما x^2

طول المستطيل $8-x$ و عرضه $6-2x$

مساحة المستطيل : $(8-x)(6-2x) = 48-16x-6x+2x^2 = 2x^2-22x+48$

المساحة المخططة : $x^2+x^2+2x^2-22x+48 = 4x^2-22x+48$

ب . نجد القيمة الصغرى (min) : $S = 4x^2-22x+48$

$$s' = 8x-22$$
$$0 = 8x-22$$
$$-8x = -22 \quad \rightarrow / : 8$$
$$x = 2.75$$

$$S' = (2.7) = 8\cdot 2.7-22 < 0, \qquad S'(2.8) = 8\cdot 2.8-22 > 0$$

x	3	2.8	2.75	2.7	0
$S'(x)$		+	0	-	
$S(x)$		تصاعد	Min	تنازل	

ج. سعر المتر الواحد هو 60 شيكل.

المساحة الصغرى هي $S(2.75) = 4\cdot 2.75^2 - 22\cdot 2.75+48 = 17.75$

أقل سعر ممكن $17.75\cdot 60 = 1065$

شتاء 2015

أ. احداثيات النقطة M: $M\left(x,\sqrt{x}\right)$

نجد قيمة (MA^2)

$$MA=\sqrt{(x-3.5)^2+\left(\sqrt{x}-0\right)^2}$$
$$(MA)^2=(x-3.5)^2+\left(\sqrt{x}-0\right)^2$$
$$(MA)^2=(x-3.5)(x-3.5)+x$$
$$(MA)^2=x^2-3.5x-3.5x+12.25+x$$
$$(MA)^2=x^2-6x+12.25$$

ب .نجد القيمة الصغرى لـ $(MA)^2=x^2-6x+12.25$

$$((MA)^2)'=2x-6$$
$$0=2x-6$$
$$2x=6\ \ /:(2)$$
$$x=3$$

(نحدد نوع النقطة القصوى)

$$((MA)^2)'(2)=2\ .\ 2-6<0\ ,\ ((MA)^2)'(4)=2\ .\ 4-6>0$$

0	2	3	4	x
	-	0	+	$((MA)^2)'$
	تنازل	Min	تصاعد	(MA^2)

و منه $x_{\min}=3$

صيف 2014 موعد ب

أ. إحداثيات النقطة Kهي: $K(x, x+\frac{1}{2}.\frac{1}{x}+5)$

طول القطعة AK يساوي الاحداثي x للنقطة K.

$$x>0\ ,\ \ AK=x$$

طول القطعة KB يساوي الاحداثي y للنقطة K.

$$x>0\ ,\ \ KB=x+\frac{1}{2}.\frac{1}{x}+5$$

ب .محيط المستطيل $AKBO$ $= 2AK+2KB$ محيط$_{AKBO}$

دالّة المحيط المستطيل$AKBO$ هي: $P(x)=4x+\frac{1}{x}+10 =$ محيط$_{AKBO}$

المشتقة هي: $P'(x)=4-\frac{1}{x^2}$

$$P'(x)=0$$

$$4-\frac{1}{x^2}=0$$

$$x^2=\frac{1}{4}$$

$$x=\pm\frac{1}{2};x>0 \quad \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

فحص نوع النقطة القصوى

حسب التعويض في الدالّة المشتقة:

المجالات	$0<x<\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$x>\frac{1}{2}$
x	$\frac{1}{4}$		1
$P'(x)$	-	0	+
$P(x)$	تنازل	نقطة نهاية صغرى	تصاعد

الاحداثي x، الذي بالنسبة له محيط المستطيل AKBO هو اصغر ما يمكن ،هو: $x=\frac{1}{2}$

صيف 2014 موعد أ

أ. (1) معطى أنّ: $x \ . \ y = 18$

$$\Downarrow$$

يجب التعبير عن y بدلالة x $y = \frac{18}{x}$

(2) مجموع اطوال كل القضبان المصنوعة منها الشبكة هو:

$$3x + 6\frac{18}{x}$$

$$\Downarrow$$

$$3x + \frac{108}{x}$$

ب. نعرّف $f(x)$: دالّة مجموع اطوال كل القضبان المصنوعة منها الشبكة .

$f(x)$ هي $x > 0 \ , \ f(x) = 3x + \frac{108}{x}$

مشتقة الدالّة $f(x)$ هي: $f(x)' = 3 - \frac{108}{x^2}$

$$f(x)' = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 = 36$$

$$\Downarrow$$

$$x = \pm \ 6$$

نقطة قصوى داخلية هي : $x > 0 \ \Rightarrow \ x = 6$

فحص نوع النقطة القصوى حسب اشارة المشتقة الاولى $f(x)$

x	3	6	10
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	تنازل	نقطة نهاية صغرى	تصاعد

الاحداثي x ، الذي بالنسبة له مجموع اطوال كل القضبان المصنوعة منها الشبكة هو اصغر ما يمكن :

x =6   نهاية صغرى

شتاء 2014

أ.   (1) معطي $AB + BC = 30$, $BC = 2x$

$$AB = 30 - 2x$$
$$AB = 30 - 2x$$

(2) معطي $30 = AB = PQ$

$$PQ = 30 - 2x$$

نحسب مجموع مساحتي المستطيلين

$$2x(30-2x) + x(30-2x)$$
$$= 60x - 4x^2 + 30x - 2x^2$$
$$= -6x^2 + 90x$$

ب.   نجد ال Max في الدالة

$$f(x) = -6x^2 + 90x$$

نجد النقطة القصوى

$$f(x) = -6x^2 + 90x$$
$$f'(x) = -12x + 90$$
$$0 = -12x + 90$$
$$12x = 90$$
$$x = 7.5$$

مجالات التصاعد والتنازل $f'(7) = -12\ .\ 7 + 90 > 0\ ,\ f'(8) = -12\ .\ 8 + 90 < 0$

x	0	7	7.5	8
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		تصاعد	Max	تنازل

للدالة قيمة عظمى $x = 7.5$

صيف 2013 موعد ب

أ.

$$g(x) = d^2 = (\sqrt{(x-4)^2 + (2\sqrt{x} - 0)^2})^2$$
$$g(x) = (x-4)^2 + (2\sqrt{x})^2$$
$$g(x) = x^2 - 8x + 16 + 4x$$
$$g(x) = x^2 - 4x + 16$$
$$\Downarrow$$
$$g'(x) = 2x - 4$$
$$g'(x) = 0$$
$$2x - 4 = 0$$
$$x = 2$$

باستخدام المشتقة الثانية

$$g''(x) = 2$$
$$g''(2) = 2 > 0$$
$$\Downarrow$$
$$\min x = 2$$

احداثيات M

$$x = 2$$
$$\Downarrow$$
$$f(2) = 2\sqrt{2}$$
$$M(2, 2\sqrt{2})$$

ب.

$$d^2 = g(2)$$
$$d^2 = 2^2 - 4\cdot 2 + 16$$
$$d^2 = 12$$
$$d = \sqrt{12}$$ اصغر ما يمكن

صيف 2013 موعد أ

$x + y$ هو أصغر ما يمكن .

$$x^2 \cdot y = 4$$
$$\Downarrow$$
$$y = \frac{4}{x^2}$$
$$f(x) = x + y$$
$$f(x) = x + \frac{4}{x^2}$$
$$f'(x) = 1 + 4\cdot\frac{(-2)}{x^3}$$ حسب $(\frac{1}{x^n})' = \frac{-n}{x^{n+1}}$
$$f'(x) = 1 - \frac{8}{x^3}$$
$$f'(x) = 0$$

$$1 - \frac{8}{x^3} = 0$$
$$x^3 = 8$$
$$x = 2$$

x	1	2	3
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	تنازل	Min	تصاعد

Min في $y=\frac{4}{2^2}=1 \Leftarrow x=2$

عندما يكون $y=2$, $x=2$ يكون $x+y$ أصغر ما يمكن

شتاء 2013

أ.

$$x \cdot z = 48 \,|\, x,z>0$$
$$\Downarrow$$
$$z=\frac{48}{x}$$

$$f(x)=x+3z$$
$$f(x)=x+3\cdot\frac{48}{x}$$
$$f(x)=x+\frac{144}{x}$$
$$f'(x)=1-\frac{144}{x^2}$$
$$f'(x)=0$$
$$1-\frac{144}{x^2}=0$$
$$x^2-144=0$$
$$x=\pm 12$$

$x=-12$ ملغي لأن $x>0$

x	11	12	13
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	تنازل	Min	تصاعد

عندما $z=\frac{48}{12}=4 \Leftarrow x=12$

عندما $x=12$, $z=4$ يكون $x+3z$ أصغر ما يمكن .

ب- أصغر مجموع $x+3z=12+3\cdot 4=24$

صيف 2012 موعد ب

أ. العدد الأول : x

العدد الثاني : $2x$

العدد الثالث : $3x-18$

ب.

$$f(x)=x\cdot 2x\cdot(18-3x)$$
$$f(x)=2x^2(18-3x)$$
$$f(x)=36x^2-6x^3$$
$$f'(x)=72x-18x^2$$
$$f'(x)=0$$
$$72x-18x^2=0$$
$$x(72-18x)=0$$
$$72-18x=0$$

$x=0$ ملغي لأن $x>0$

$$72=18x$$
$$x=4$$

نستخدم المشتقة الثانية

$$f''(x) = 72 - 36x$$
$$f''(4) = 72 - 36 \cdot 4 < 0$$

اذا يكون $x = 4$ Max لحاصل الضرب

صيف 2012 موعد أ

أ.

$$A(x, -\sqrt{x} + 2)$$
$$\text{المحيط} = 2x + 2(2 - \sqrt{x})$$

ب.

1) المحيط :

$$p(x) = 2x + 2(-\sqrt{x} + 2)$$

$$p(x) = 2x - 2\sqrt{x} + 4$$
$$\Downarrow$$
$$p'(x) = 2 - 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$
$$p'(x) = 0$$
$$2 - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$
$$2\sqrt{x} - 1 = 0$$
$$\sqrt{x} = \frac{1}{2}$$
$$x = \frac{1}{4}$$

x	0.2	$\frac{1}{4}$	0.3
$p'(x)$	-	0	+
$p(x)$	تنازل	Min	تصاعد

$$p'(0.2) = 2 - \frac{1}{\sqrt{0.2}} < 0$$

$$p'(0.3) = 2 - \frac{1}{\sqrt{0.3}} > 0$$

$$(x = \frac{1}{4})\ \text{min}$$

(2) المحيط الأصغر ما يمكن هو:

$$p(\frac{1}{4}) = 2 \cdot \frac{1}{4} - 2\sqrt{\frac{1}{4}} + 4 = \frac{1}{2} - 2.\frac{1}{2} + 4 = 3\frac{1}{2}$$

شتاء 2012

أ. $C(x, x^2-3x+3)$

المجموع : $f(x)=x+x^2-3x+3$

$$f(x)=x^2-2x+3$$
$$f'(x)=2x-2$$
$$f'(x)=0$$
$$2x-2=0$$
$$x=1$$

نستخدم المشتقة الثانية

$$f''(x)=2$$
$$f''(1)=2>0$$
$$\Downarrow$$
$$(x=1)\min$$

ب. المجموع أصغر ما يمكن

$$f(1)=1^2-2\cdot 1+3=2$$

صيف 2011 موعد ب

أ. (1)

$$BE = AE - AB = 10 - x$$

(2) حسب فيثاغورس في مثلث CEB .

$$CE^2 = BE^2 + BC^2$$
$$CE^2 = (10-x)^2 + x^2$$
$$CE^2 = 100 - 20x + x^2 + x^2$$
$$CE^2 = 2x^2 - 20x + 100$$

ب. نحسب AC^2 حسب فيثاغورس في مثلث ABC .

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$$

اذا دالة المجموع $AC^2 + CE^2$:

$$f(x) = 2x^2 - 20x + 100 + 2x^2$$
$$f(x) = 4x^2 - 20x + 100$$
$$f'(x) = 8x - 20$$
$$f'(x) = 0$$
$$8x - 20 = 0$$
$$x = 2.5$$

$f'(x)$	-	0	+
x	2	2.5	3
$f(x)$	تنازل	Min	تصاعد

$$f'(2) = 8 \cdot 2 - 20 < 0$$
$$f'(3) = 8 \cdot 3 - 20 > 0$$

ج. أصغر قيمة للمجموع $AC^2 + CE^2$:

$$f(2.5) = 4 \cdot 2.5^2 - 20 \cdot 2.5 + 100 = 75$$

صيف 2011 موعد أ

أ. النقطة A هي : $(x,-x^2+27)$

$$S_{\triangle AOB}(x)=\frac{AB\cdot OB}{2}$$

$$S_{\triangle AOB}(x)=\frac{x\cdot(-x^2+27)}{2}$$

$$S_{\triangle AOB}(x)=\frac{-x^3+27x}{2}$$

$$S'(x)=\frac{-3x^2+27}{2}$$

$$S'(x)=0$$

$$\frac{-3x^2+27}{2}=0$$

$$-3x^2+27=0$$

$$-3x^2=-27$$

$$x^2=9$$

$$x=3,x=-3$$

بما أن $x>0 \quad \Leftarrow \quad x=3$

باستخدام المشتقة الثانية :

$$S''(x)=\frac{-6x}{2}=-3x$$

$$S''(3)=-3\cdot3<0$$

$$\Downarrow$$

$$\max x=3$$

$$AB=3$$

ب. أكبر ما يمكن

$$S(3)=\frac{-3^3+27\cdot3}{2}=27$$

شتاء 2011

أ. نعبر عن y بدلالة x

$$y \cdot (x+2) = 9$$

$$y = \frac{9}{(x+2)}$$

$$f(x) = x + y$$

$$f(x) = x + \frac{9}{(x+2)}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{(-9)}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$1 + \frac{(-9)}{(x+2)^2} = 0$$

$$1 = \frac{(-9)}{(x+2)^2}$$

$$(x+2)^2 = 9$$

$$x^2 + 4x + 4 = 9$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = 1, x_2 = -5$$

$$x > 0 \Rightarrow x = 1$$

$f'(x)$	-	0	+
x	0.5	1	2
$f(x)$	تنازل		تصاعد

$$f'(0.5) = 0.5^2 + 4 \cdot 0.5 - 5 < 0$$

$$f'(2) = 2^2 + 4 \cdot 2 - 5 > 0$$

$x = 1$ أكبر ما يمكن

$$\Downarrow$$

$$y = \frac{9}{1+2} = \frac{9}{3} = 3$$

$$x = 1, y = 3$$

$$x + y = 1 + 3 = 4$$

ب. المجموع الأكبر ما يمكن هو

$$x+y=1+3=4$$

صيف 2010 موعد ب

نفرض الأول x

نفرض الثاني y

$$x+y=24$$

$$y=24-x$$

دالة الهدف $f(x)=x^2\cdot y$

$$f(x)=x^2\cdot(24-x)$$

$$f(x)=24x^2-x^3$$

$$f'(x)=48x-3x^2$$

$$f'(x)=0$$

$$48x-3x^2=0$$

$$x(48-3x)=0$$

ملغي $x=0$ لأن $x>0$

$$48-3x=0$$

$$x=16$$

$f'(x)$	-	0	+
x	15	16	17
$f(x)$	تنازل	Max	تصاعد

$$f'(15)=48\cdot15-3\cdot15^2>0$$

$$f'(17)=48\cdot17-3\cdot17^2<0$$

عندما $x=16$ يكون $y=16$ بحيث يكون حاصل ضرب أحدهما بتربيع الآخر أكبر ما يمكن .

صيف 2010 موعد أ

أ. $f(x)=\frac{x-2}{4}$ دالة خطية تناسب الرسم البياني.

$g(x)=\frac{1}{4}x^2+2$ دالة خطية تناسب الرسم البياني.

ب.

$$AB=\frac{1}{4}x^2+2-(\frac{x-2}{4})$$

$$AB=\frac{1}{4}x^2-\frac{x}{4}+2\frac{1}{2}$$

$$(AB)'=\frac{1}{4}\cdot 2x-\frac{1}{4}$$

$$(AB)'=0$$

$$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=0$$

$$\frac{x}{2}=\frac{1}{4}$$

$$x=\frac{1}{2}$$

نستخدم المشتقة الثانية:

$$(AB)''=\frac{1}{2}>0$$

$$\min(x=\frac{1}{2})$$

أي طول AB اصغر ما يمكن.

شتاء 2010

دالة الهدف

$$f(x)=2x+2(-x^2+5x)$$
$$f(x)=2x-2x^2+10x$$
$$f(x)=-2x^2+12x$$
$$f'(x)=-4x+12$$
$$f'(x)=0$$
$$-4x+12=0$$
$$-4x=-12$$
$$x=3$$

نستخدم المشتقة الثانية :

$$f''(x)=-4<0$$

$$x=3$$
$$\Downarrow$$
$$S_{ABCD}\max$$

يكون محيط المستطيل أكبر ما يمكن .